

Any number system can be represented by this series:

$$A_{n-1} A_{n-2} \dots A_1 A_0 \cdot A_{-1} A_{-2} \dots A_{-m+1} A_{-m}$$

The most significant digit of decimal num

This is the least significant digit for integers

* Conversion Between Bases

① Conversion from any base r to Decimal

* starting with the decimal system we find we can represent numbers in this system by this way:

as an example:

$$(783)_{10} = 3 \times 10^0 + 8 \times 10^1 + 7 \times 10^2$$

← Converting By Power Series

use this series for all systems to convert them into decimal system using the base of each one

ex1 $(732)_8$

$$\text{LSD} \leftarrow (2 \times 8^0 + 3 \times 8^1 + 7 \times 8^2) = (474)_{10}$$

$(1100)_2$

$$\text{LSD} \leftarrow (0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3) = (12)_{10}$$

$(A12)_H$

$$\text{LSD} \leftarrow (2 \times 16^0 + 1 \times 16^1 + 10 \times 16^2) = (\dots)_{10}$$

if you noticed, we've started converting from the *least significant digit* \rightarrow LSD
 \checkmark The first number from right \leftarrow

And now converting the numbers after the decimal comma, we will start with the most significant digit (MSD), which is the first number after the decimal comma.

ex: $(0,735)_{10}$

↳ The power series of it is:

$$\underbrace{7}_{\text{MSD}} \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3} = 0,735$$

now use it to convert the others

$(11,101)_2$

converting integers:

$$\underbrace{1}_{\text{LSD}} \times 2^0 + 1 \times 2^1 = (3)_{10}$$

converting decimal numbers:

$$\underbrace{1}_{\text{MSD}} \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = (0,625)_{10}$$

The total converted number: $(3,625)_{10}$

② conversion from decimal to any base r

Use the method Divide and Multiply

→ For the Integral part you divide by the new radix

↳ The digits for new radix are the remainders in reverse order of their computation

→ For the Fractional part you multiply by the new radix

↳ ~~The~~ * you save the Integral part of the result of multiplication

* Then the digits for the new radix are the integer digits in order of their computation.

③ Conversion From Base r_1 to Base r_2

* Use base 10 (decimal) as proxy

* Special case:

Hexadecimal \rightarrow Binary (vice versa)

Octal \rightarrow Binary (vice versa)

Hexadecimal

Octal

Restate numbers

Restate numbers

as four binary

as three binary

digits

digits.

* And you can use Binary as proxy between hexadecimal and octal.

Exercises / slide 22:-

* $(3A.5)_{16} = (?)_8$ * using binary as proxy

$$(3A.5)_{16} = (111010.0101)_2 = (72.24)_8$$

* $(635.177)_8 = (?)_{16} = (19D.3F8)_{16}$

$$(635.177)_8 = (110011101.00111111)_2$$

S T A R S N O T E B O O K

Exercises / slide 26:-

$$\textcircled{1} (E3D2.3)_{16} = (171722.14)_{10} \quad * \text{ using binary as proxy}$$

$$\textcircled{2} (347)_8 = (E1)_{16} \quad * \text{ using binary as proxy}$$

$$\textcircled{3} (153)_{10} = (10011001)_2 \quad * \text{ division}$$

$$\textcircled{4} (1001.101)_2 = (9.625)_{10} \quad * \text{ power series}$$

$$\textcircled{5} (245.5)_{10} = (D5.8)_{16}$$

$$\textcircled{6} (99)_{10} = (1100011)_2$$

* properties of ~~numeric~~ numeric systems

$r \rightarrow$ base

$n \rightarrow$ number of allowed digits

$m \rightarrow$ number of allowed fractional ~~digits~~ digits.

\rightarrow for integral part:

number of combinations = r^n

maximum number = $r^n - 1$

minimum number = 0

\rightarrow for fractional part:

maximum number = $(r^m - 1) / r$

minimum ' ' = 0

number of fractional side combinations
= r^m

* Binary Codes

→ when you're dealing with non-binary values, you should encode them to ~~represent~~ be representable

لو بيدينا رقم bit كذا لاقول عن ايمبروس ^{كلمة}

ceiling function ← $\lceil \log_r M = n \rceil$ سببنا اللوغاريتم

* Exercise slide 33

$\log_2 1040 = 10, \dots$ → by ceiling it, the result is 11

→ you can code by ASCII code table

→ you can use the (BCD)

from ^{*}Decimal → binary

each digit in here will be converted into its 4 bits in binary

* 4 bits * are used in coding ← and this is not a conversion between systems

↳ because you have 10 elements in decimal system to encode each one of them, so by the ceiling function $\lceil \log_2 10 = \underline{4} \rceil$, you will need 4 bits to be able to represent them all

Exercise slide 34

$(856)_{10} \rightarrow (100001010110)_{BCD}$

رؤی بالبقدر، اُعلی encoding بال binary ، بقدر اعلی بال octal و ال hexadecimal

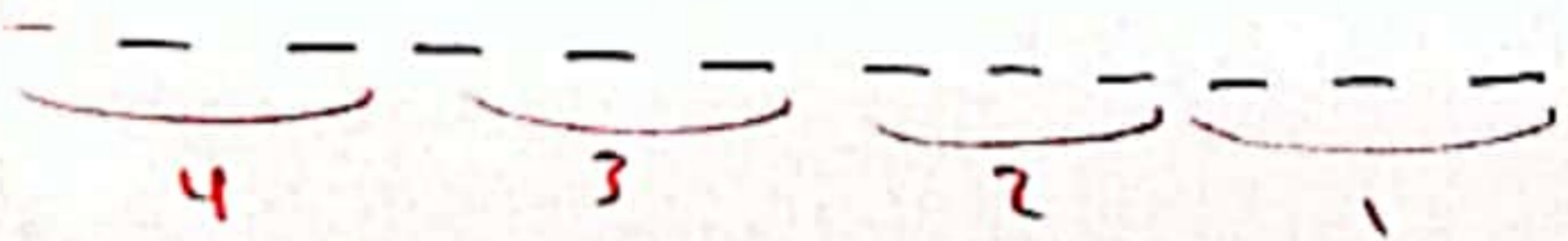
you have 1040 combination to encode ~~1040~~, how many digit you need to encode it in binary, octal, hexa decimal?

binary $\rightarrow \log_2 1040 = 10, \dots \rightarrow$ by ceiling bits = 11

when bits in binary = 11

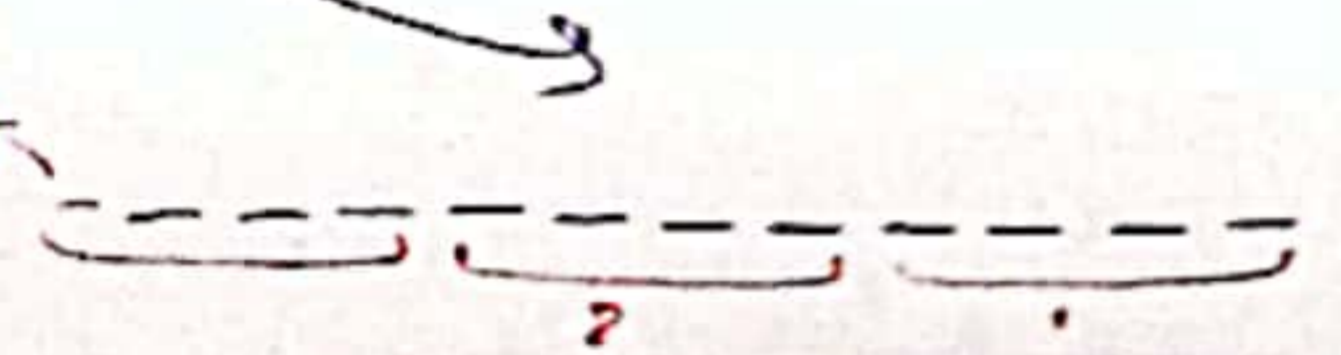
octal

بقدر ۳
و تقسیمه
مندی



you need 4 digits in octal to encode 1040 element

بقدر ۴
و تقسیمه
مندی



you need 3 digits in hexadecimal

باخذ مقابل ال 3 و 4 bit می ال binary
حسب قانون التحویل الخاص بین binary
و octal و hexadecimal

N is a 3 digits in octal, what ----- in (BCD)

$8^3 = 512$ combination. \rightarrow for max $(777)_8$

$\log_{10} 512 = \text{int ceiling } (3) \rightarrow$ every digit has 4 corresponding binary bits

So you need 12 bits in (BCD)

10^3
 $\frac{1000}{\text{element}}$

$\log_2 1000 \rightarrow 9, \dots$

(10) bits,
binary

let N be a 3-digit number in decimal, what is the minimum number of bits needed to represent N in hexadecimal

max $N = (999)_{10} \rightarrow$ how many digits in 16?

$10^3 = 1000$ combinations

$\rightarrow \log_2(1000) = 9, \dots \rightarrow$ bits in binary = 10

so digits in hexadecimal are 3 digits.

Bit parity code

* even parity

لا يكون عدد 1

في ال (0) وال (1)

في الكود بحيث يتم

عكسها أساس

* odd parity

لا يكون عدد 1

في ال (0) وال (1)

في الكود بحيث يتم

عكسها أساس

* Gray Code

* 1 bit difference order

$$16 \times 2 = 32$$

$$16 \times 3 = 48$$

$$16 \times 4 = 64$$

$$16 \times 5 = 80$$

$$16 \times 6 = 96$$

$$16 \times 7 = 112$$

$$16 \times 8 = 128$$

$$16 \times 9 = 144$$

$$16 \times 10 = 160$$

$$16 \times 11 = 176$$

$$16 \times 12 = 192$$

poly deg#2

$$\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

Chapter 2: Combinational Logic Circuits

Binary Logic Gates, Boolean Algebra

→ Boolean equations and variables, have limited number of possibilities.

→ you can represent a logical ~~circuits~~ circuits by Boolean equation, truth table + figure and timing diagram.

* $A \cdot B \cdot C = F$



$2^3 = 8$ combinations in truth table

A	B	C	F
---	---	---	---

0 0 0 0

0 0 1 0

0 1 0 0

0 1 1 0

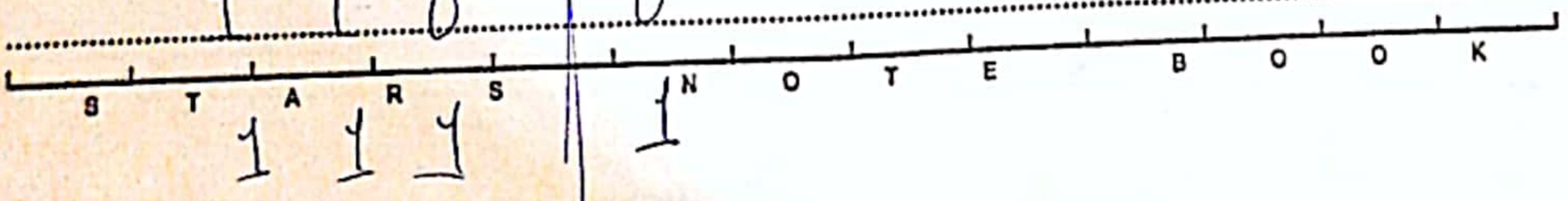
1 0 0 0

1 0 1 0

1 1 0 0

1 1 1 1

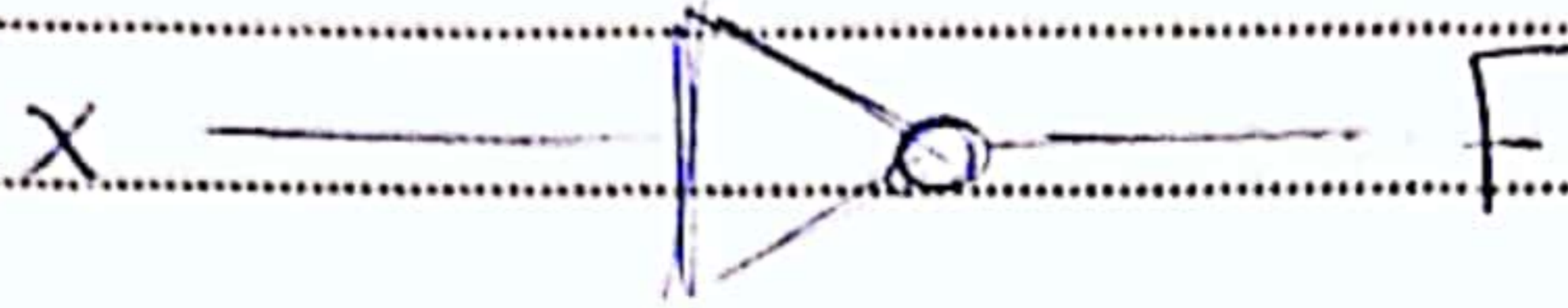
→ True table ~~table~~
true table



SUBJECT:

في OR لو قيمة true و false فاننا نرجع true

not gate (inverter)



$$F = \bar{X}$$



X	F
0	1
1	0

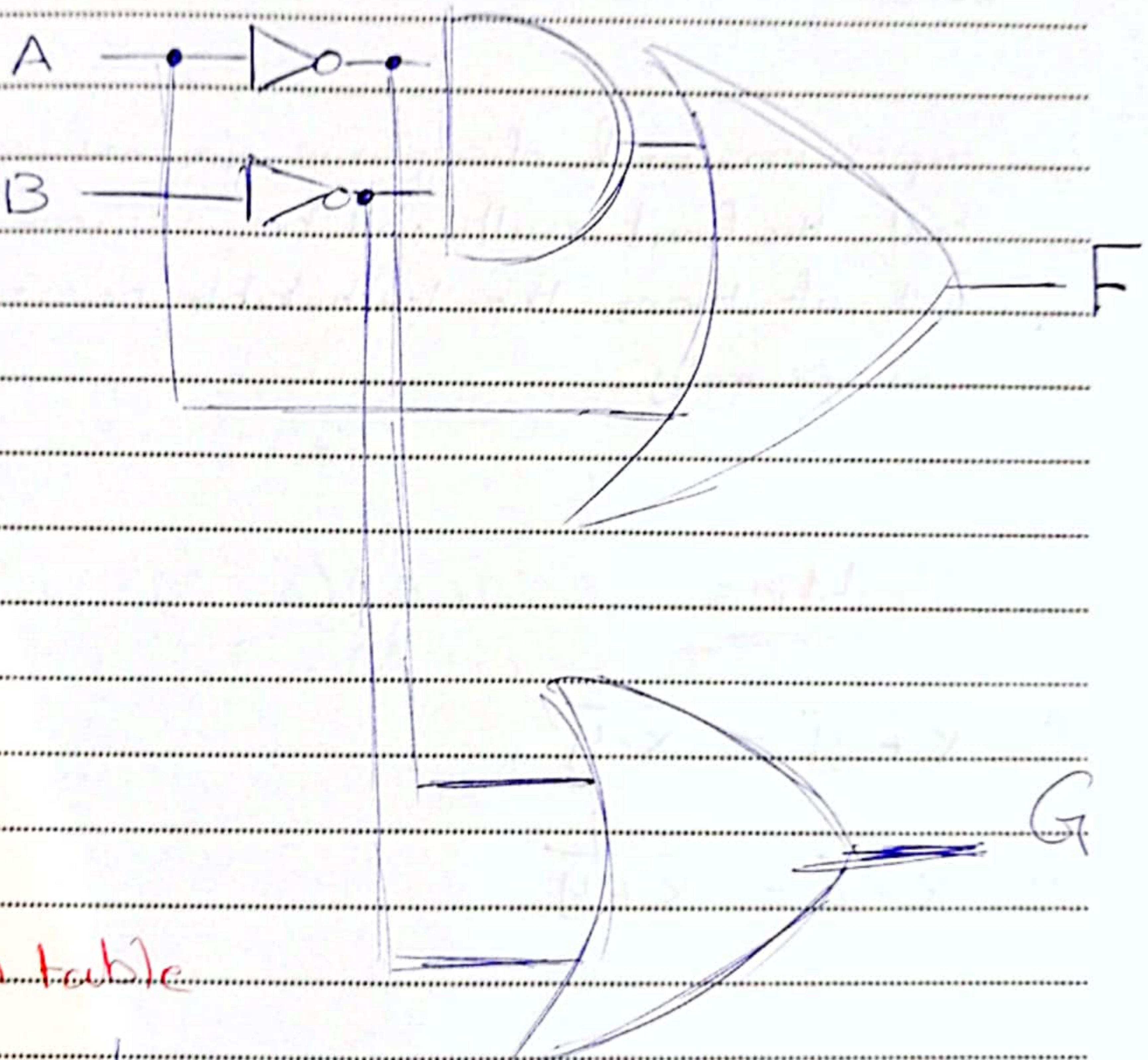
Gate delay → ~~...~~
 في حالة حالي

Example slide 16

$$F(A, B) = \bar{A}\bar{B} + A$$

$$G(A, B) = \bar{A} + \bar{B}$$

→ show the logic diagram



truth table

A	B	F	G
0	0	1	1
0	1	0	1
1	0	1	1

* البرهان ان $expressions$ يمكن ان يكون لها truth table واحدة بس

بعض $expressions$ يمكن ان يكون لها truth table واحدة بس

والله اعلم بالصواب

بكونها مختلفة عما في truth table واحدة

expressions and diagrams are not unique, but the final result will be equivalent for all of them, the truth table has one shape only.

Identities

$$① \overline{x + y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$$

$$② \overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$$

اهم الجمل في البيان الاستدلال truth table في بيان الاستدلال
proof for ~~minimization~~ Minimization

$$xy + \bar{x}y = y$$

$$y(x + \bar{x}) =$$

$$y \cdot 1$$

$$y =$$

proof for simplification

$$\Leftrightarrow A + \bar{A}B = A + B$$

$$A + \bar{A} \cdot B = (A + \bar{A})(A + B)$$

$$1 \cdot (A + B) = (A + B) =$$

proof of consensus theorem.

$$AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$$

$$AB + \bar{A}C + 1 \cdot BC =$$

$$AB + \bar{A}C + (A + \bar{A}) \cdot BC$$

$$AB + \bar{A}C + ABC + \bar{A}BC =$$

$$AB + ABC + \bar{A}C + \bar{A}BC =$$

$$AB(1 + C) + \bar{A}C(1 + B) =$$

$$AB \cdot 1 + \bar{A}C \cdot 1 =$$

$$AB + \bar{A}C \neq$$

Exercise slide 22

Simplify / boolean algebra

$$y + \bar{x}z + x\bar{y}$$

$$y + x\bar{y} + \bar{x}z$$

$$(y+x) \cdot (\bar{y} + \bar{y}) + \bar{x}z$$

$$(y+x) \cdot 1 + \bar{x}z$$

$$y + x + \bar{x}z$$

$$x + \bar{x}z + y$$

$$(x + \bar{x}) \cdot (x + z) + y$$

$$1 \cdot (x + z) + y$$

$$x + z + y \quad \# \text{ simplified answer}$$

Exercise slide 23

$$(x+y)(\bar{x}+z) = xz + \bar{x}y$$

$$x\bar{x} + xz + \bar{x}y + yz =$$

$$0 + \bar{x}y + xz + yz =$$

$$\bar{x}y + xz + (x + \bar{x})yz =$$

$$\bar{x}y + xz + xyz + \bar{x}yz$$

$$\bar{x}y + \bar{x}yz + xz + xyz =$$

$$\bar{x}y(\cancel{1+z}) + xz(\cancel{1+y}) =$$

$$\bar{x}y + xz$$

consensus

SUBJECT:

Exercise slide 24

$$\bar{x} + xy + x\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} = \bar{x} + y + \bar{z}$$

$$\bar{x} + xy + x\bar{z}(1 + \bar{y}) =$$

$$\bar{x} + xy + x\bar{z} =$$

$$(\bar{x} + x)(\bar{x} + y) + x\bar{z} =$$

$$\bar{x} + y + x\bar{z} =$$

$$\bar{x} + x\bar{z} + y =$$

$$(\bar{x} + x)(\bar{x} + \bar{z}) + y =$$

$$\bar{x} + \bar{z} + y \neq$$

حتى لما تحول للاشكال على اللولويات

بسبب اذا تم تحويل الاشكال على اللولويات

اولاً، اذا كانت بغيرها، جعلت احوالها

أصبح اللولويات زي ما كانت في الحالة الاولى

الاشكال ~~تتغير~~ تتغير، والاشكال ~~تتغير~~ تتغير

* it helps for finding the complementing functions

Exercise slide 28

① complement $G = (a + \bar{b}c)d + \bar{e}$

→ duality

$$G = (a \cdot (\bar{b} + c) + d) \cdot \bar{e}$$

$$\bar{G} = (\bar{a} \cdot (b + \bar{c}) + \bar{d}) \cdot e$$

② $G = ab(c + xy)$

$$\text{dual } G = (a + b) + (c \cdot (x + y))$$

$$(3) G = \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + xz$$

$$= (\bar{x} + y + z) \cdot (\bar{x} + y + \bar{z}) + (x + z)$$

$$\bar{G} = (x + \bar{y} + \bar{z}) \cdot (x + \bar{y} + z) + (\bar{x} + \bar{z})$$

end of part 1

when you say you have 8 minterms,
 it means you have 8 combinations.
 8 مجموعات من 0 وال 1 للثلاثة (combinations)

A	B	C	minterms	8 minterms
0	0	0	m_0	$m_0 \rightarrow m_7$
0	0	1	m_1	
0	1	0	m_2	
0	1	1	m_3	
1	0	0	m_4	
1	0	1	m_5	
1	1	0	m_6	
1	1	1	m_7	

له اذا بدك تعرف الرقم
 لمقابل الترميز عند ال
 الرقم الي اسفل هو ال
 binary

$m_3 = 011$

الترقيم ثنائية على الثلاثة، يا تكتبهم كترقيم او ك' expressions

A	B	C	minterms
0	0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	$\bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	$\bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	$\bar{A}BC$
1	0	0	$A\bar{B}\bar{C}$
1	0	1	$A\bar{B}C$
1	1	0	$AB\bar{C}$

using expressions to write minterms

هنا هي الطريقة للكتابة ال output
 هي فقط اعادة ترتيب ال
 combinations
 بالنسبة لثلاثة على الثلاثة

S I A I R S A B C N O T E B O O K

min terms help in solving the following:

إذا أعطيت الـ Truth table، فـ المصطلحات المصغرة (min terms) يمكن جمعها

Find $F(A, B, C)$ مع جدول الحقيقة

sum-of-minterms (SOM)

you find ones, and write the answer as min terms.

So in the latest example

$$F(A, B, C) = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$F(A, B, C) = m_1 + m_2 + m_3 + m_6 + m_7$$

equivalent to $\rightarrow \sum_m (1, 2, 3, 6, 7)$

example: output - 3

	X	Y	H	
m_0	0	0	0	$H(X, Y) = m_2 + m_3$
m_1	0	1	0	
m_2	1	0	1	$= x\bar{y} + xy$
m_3	1	1	1	

3 ← minterm
 2 ←
 4 ←

A	B	C	D	
0	0	0	0	$m_0 \rightarrow \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
1	1	1	1	$m_{15} \rightarrow ABCD$

وہی ہے کہ SOM اور P-O-M
 And's logic is SOM

you can find $F(A, B, C)$ as

- $\rightarrow (S-O-M)$: sum of minterms
 - $\rightarrow (P-O-M)$: product of max terms
- * حساباً
 یا
 مختلف طریقوں سے

example:

A	B	C	max terms		output
0	0	0	M_0	$A + B + C$	1
0	0	1	M_1	$A + B + \bar{C}$	0
0	1	0	M_2	$A + \bar{B} + C$	0
0	1	1	M_3	$A + \bar{B} + \bar{C}$	1
1	0	0	M_4	$\bar{A} + B + C$	1
1	0	1	M_5	$\bar{A} + B + \bar{C}$	1
1	1	0	M_6	$\bar{A} + \bar{B} + C$	0
1	1	1	M_7	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$	0

(F) output

find zeros and multiply them to each other

$$F(A, B, C) = M_1 \cdot M_2 \cdot M_6 \cdot M_7$$

$$= (A + B + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

$$= \Pi_M(1, 2, 6, 7)$$

تحويل OR إلى (POM) الـ $\bar{A}B$ and $\bar{A}\bar{B}$

example:

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$F = M_0 + M_1$$

$$F = (x+y) \cdot (x+\bar{y})$$

A B C minterms maxterms

0 0 0 $\bar{A}\bar{B}\bar{C} \rightarrow A+B+C$



$$\bar{m}_i = M_i$$

$$M_i = \bar{m}_i$$

each is the complementation of the other

1 1 1 $ABC \rightarrow \bar{A} + \bar{B} + C$

ملاحظة:
 ال maxterms وال minterms متعاكسات

لكن ال SOP وال POS متساويان رياضياً
 وفحلتان كرياضياً

Exercise slide 33

$$F = m_0 + m_1 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7$$

$$= \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz$$

Exercise slide 34

① $F(A, B, C, D, E) = m_2 + m_4 + m_{17} + m_{23}$

A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1 (m ₂)
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1 (m ₄)

* only m₂, m₄, m₁₇, m₂₃ are ones

and so on

$$\textcircled{2} G(x, y, z) = \sum m(2, 5, 6)$$

$$= G(x, y, z) = m_2 + m_5 + m_6$$

x	y	z	G
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1 (m ₂)
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1 (m ₅)
1	1	0	1 (m ₆)
1	1	1	0

~~Exercise slide 38~~

Exercise slide 38

$$\textcircled{2} G(x, y, z) = \sum m(0, 6, 7)$$

$$= M_0 + M_6 + M_7$$

x	y	z	G
0	0	0	0 (M ₀)
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0 (M ₆)
1	1	1	0 (M ₇)

Q: $F(A, B, C) = AB\bar{C} + AC$

is it (SOM)?

No, the second (and) does not hold all inputs.

it's now called in this form, the sum of product

(SOP) is special case of (SOM)

Q: $F(A, B) = \bar{A}\bar{B} + AB$

is it (SOM)?

yes, it is, each and hold all inputs.

... (faint handwritten text)

Q: $F(A, B, C) = A + \bar{C}(\bar{A} + B)$

is it (SOM)?

No, it's not (SOM) and not even a (SOP)

Q: $F(A, B, C) = (A + \bar{B} + \bar{C})(A + C)$

is it (POM)?

No.

Special cases? | weird cases.

$F(A, B, C) = (\bar{A} + \bar{B} + C)$

↳ it can be considered

a (POM)

$F(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{B}CD$

↳ it can be considered

a (SOM)

2, 3 (and) 3 uses

$F(A, B, C) = (A + \bar{B}\bar{C})$

it's not SOM

but SOP

(2, 3 or 2)

$F(A, B, C) = (\bar{A})(A + \bar{B} + \bar{C})$

it's not POM

but POS (product of sum)

SOM (sum of minterms)

General case: SOP (sum of product)

POM (product of maxterms)

General case: POS (product of sum)

Excercise slide 43

what is the SOM form of

$$F(A, B, C) = A + B'C \rightarrow$$

بالتالي
حيث ما تأتي مع صفرنا رابطته

truth table ← الطريقة لكل :-

بالجوابين في ones و zeros حسب الجدول بفتح او بظن

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

SUBJECT:

$$F(A, B, C) = A + B'C$$

$$A \cdot (B + \bar{B}) \cdot (C + \bar{C}) + \bar{B}C \cdot (A + \bar{A})$$

$$ABC + ABC\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}C \rightarrow$$

بیشتر
مجموعه

$$ABC + ABC\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC$$

$$= m_7 + m_6 + m_5 + m_4 + m_1$$

Exercist

$$F(W, X, Y) = WX + \bar{X}Y$$

$$= (WX + \bar{X}) \cdot (WX + Y)$$

$$= WX + \bar{X}Y$$

$$= (W + \bar{X}) \cdot (X + \bar{X}) \cdot (W + Y) \cdot (X + Y)$$

$$= (W + \bar{X} + Y \cdot \bar{Y}) \cdot (W + Y + X + \bar{X}) \cdot$$

$$(X + Y + W + \bar{W})$$

$$(W + \bar{X} + Y) \cdot (W + \bar{X} + \bar{Y}) \cdot (W + Y + X) \cdot (W + Y + \bar{X})$$

$$(X + Y + W) \cdot (X + Y + \bar{W})$$

$$= (W + X + Y) \cdot (W + \bar{X} + Y) \cdot (W + \bar{X} + \bar{Y}) \cdot (\bar{W} + X + Y)$$

$$= M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_4$$

اختلاف الـ Function كميًا، بخلاف عدد الـ transistors، وبتحريك، بتألف

A	B	C	F	optimal F
0	0	0	1	كثيرا (غير)
0	0	1	0	أجسرا
0	1	0	1	مجانلة
0	1	1	1	كثيرا (بشدة)
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

Way (1) Literal cost → حساب الحروف
 * حين دائما بتزيد، لأنه احبنا تكون ما جالسين بنفس عدد الحروف
 * ما يقتر اقدر (حسب دقة)

Way (2) Gate Input cost → inputs
 له ما حسب الـ inverters

← بيهم لدرجة ورج عدد الـ inputs، ما حرجها G_i
 والـ G_i الـ $G_i + \text{عدد الـ inverters}$

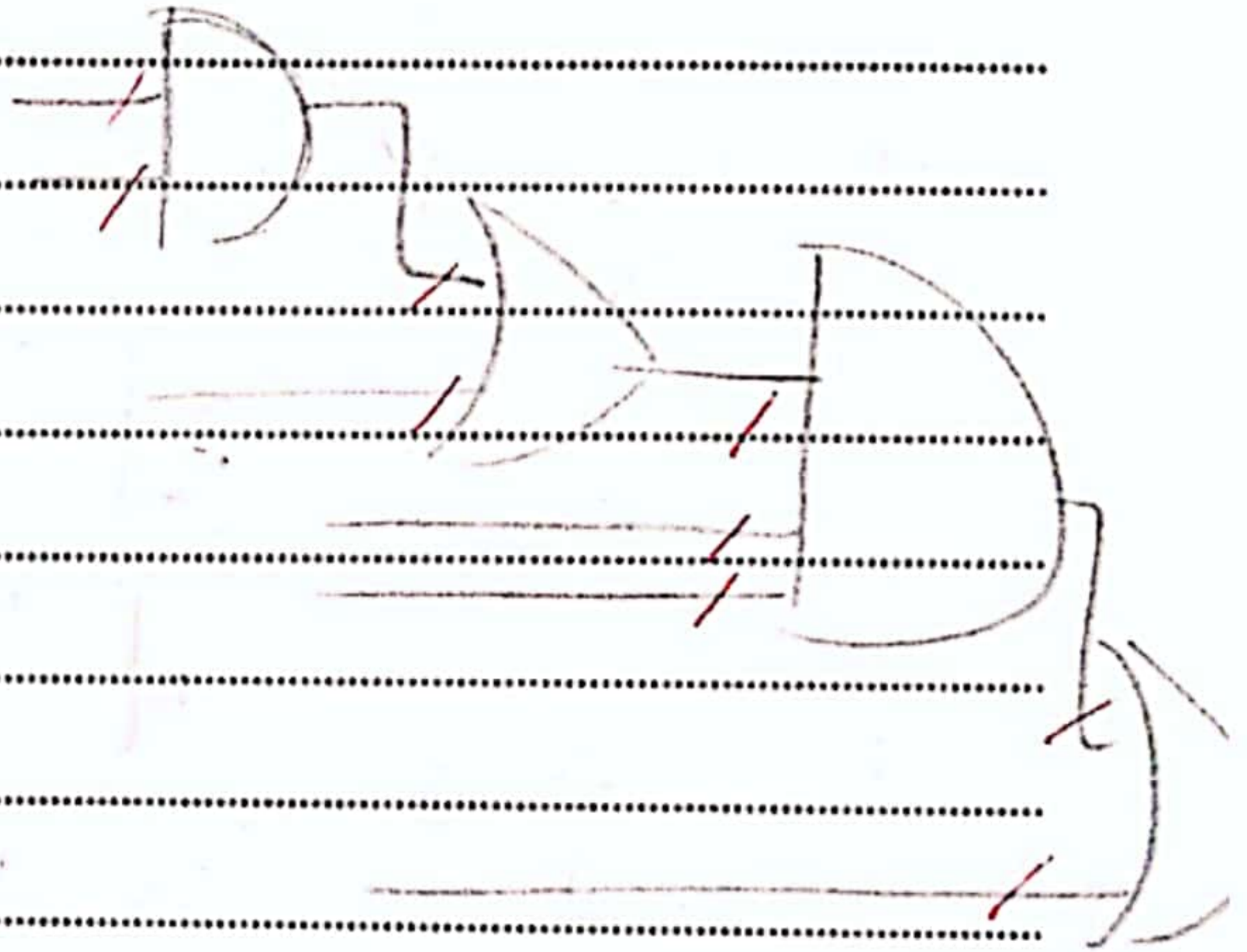
$G_i = L_i \cdot \# \text{ terms}$ الكم

example:

$$F = A\bar{B}(A + C\bar{D}) + B$$

$$G1 = 9$$

$$G2 = 11$$



[Karnaugh Map]

بوت الأرقام وال combinations جداول array باستخدام

Grey code

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

		\bar{B}		B	
		000	001	011	010
\bar{A}	0	1 (#0)	0 (#1)	0 (#3)	1 (#2)
	1	0	0	0	1
A	0	0	1 (#4)	1 (#5)	0 (#6)
	1	0	0	1 (#7)	0

دلالة ال عرض الي بيبتت جدار الأرقام

* فكرة ثانية رقم الأرقام = النتيجة
 هي قائل ب و A و C سقاطوا عن صرح 3 وترقيم ABC
 وترجمة لترقيم ال ال صرح 3 برقم

SUBJECT:

(w) x y

0 0 0 1

0 0 1 0

0 1 0 0

0 1 1 0

1 0 0 1

1 0 1 1

1 1 0 1

1 1 1 0

000 001 011 010

1 0 0 0

100 101 111 110

1 1 0 1

tabular form

Array form
multi dimensional form

* The only difference between truth table and k-map is the visualizing (different forms)

A B F

0 0 1

0 1 0

1 0 0

1 1 1

00 01

1 0

10 11

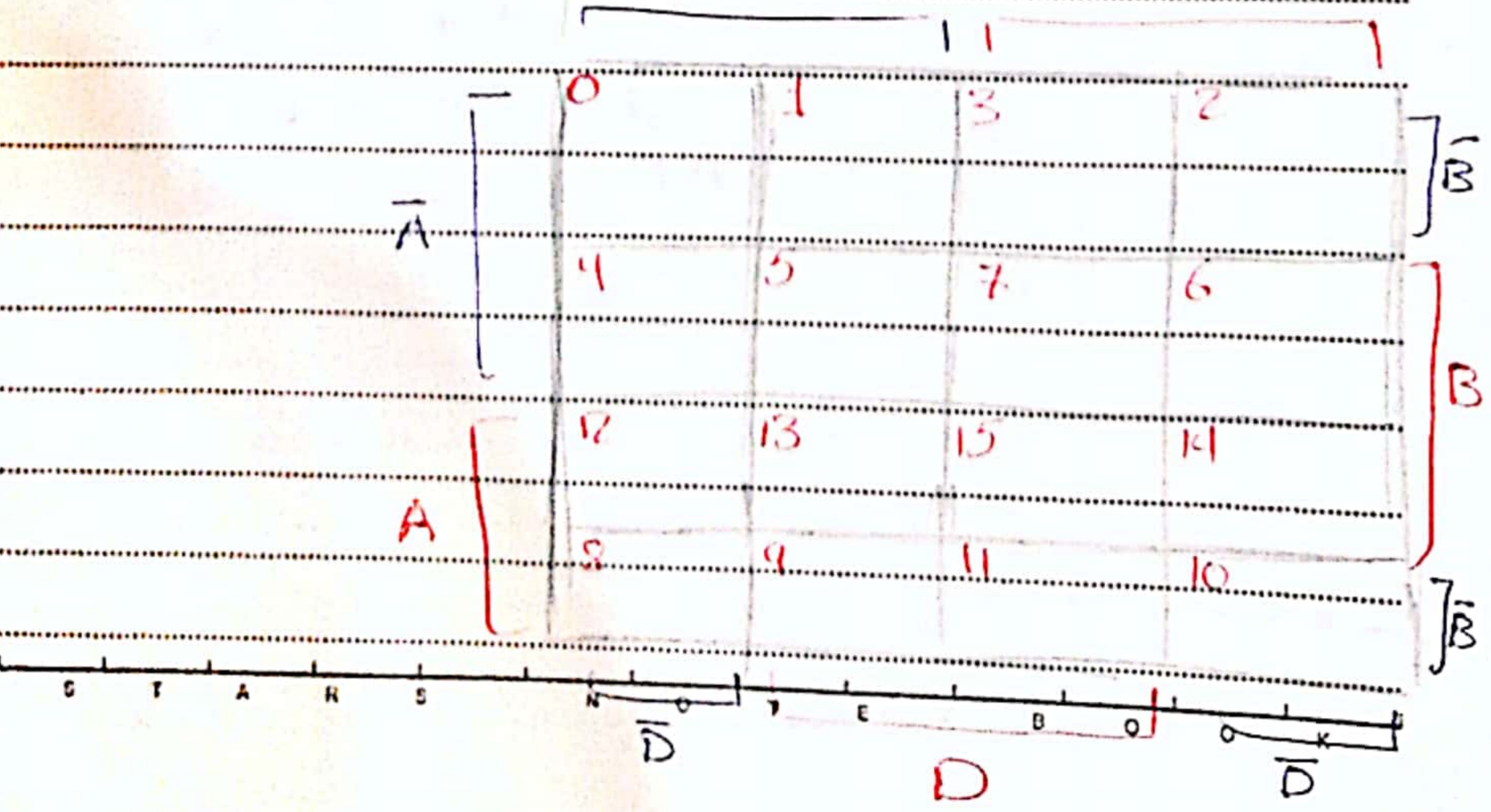
0 1

A

B

SUBJECT:

A	B	C	D
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1



Exercise slide 60

(F)

	0	1	3	2
	1	1	0	0
4		5	7	6
	1	1	1	1

(G)

	0	1	3	2
	1	0	0	1
4		5	7	6
	1	1	0	1

(H)

	0	1	3	2
	0	1	1	0
4		5	7	6
	1	1	0	1

طريقة الحل: الفرق بين الـ k-map والـ truth table

① طريقة بالخطوط ووجوب كتابة array

② الـ k-map بدون كتابة الـ truth table

[Exercises for algebraic simplification]

① $\bar{w}x(\bar{z} + \bar{y}z) + x(w + \bar{w}yz)$

simplify to one letter

$x(\bar{w}\bar{z} + \bar{w}\bar{y}z + w + \bar{w}yz)$

$x(w + \bar{w}\bar{z} + \bar{w}\bar{y}z + \bar{w}yz)$

باصحاب قانوں
simplification ال

$x(w + \bar{w})(w + \bar{z}) + \bar{w}\bar{y}z + \bar{w}yz$

$x(w + \bar{z} + \bar{w}\bar{y}z + \bar{w}yz)$

$x(w + \bar{w})(w + \bar{y}z) + \bar{z} + \bar{w}yz$

$x(w + \bar{y}z + \bar{z} + \bar{w}yz)$

$x((w + \bar{w})(w + \bar{y}z) + \bar{y}z + \bar{z})$

$x(w + \bar{y}z + \bar{y}z + \bar{z})$

$x(w + (\bar{z} + \bar{y})(\bar{z} + z) + \bar{y}z)$

$x(w + \bar{z} + \bar{y} + \bar{y}z)$

$x(w + (\bar{z} + z) \cdot (\bar{z} + \bar{y}) + \bar{y})$

$x(w + \bar{z} + \bar{y} + \bar{y})$

$x(w + \bar{y} + 1) \rightarrow \text{one + anything} = 1$

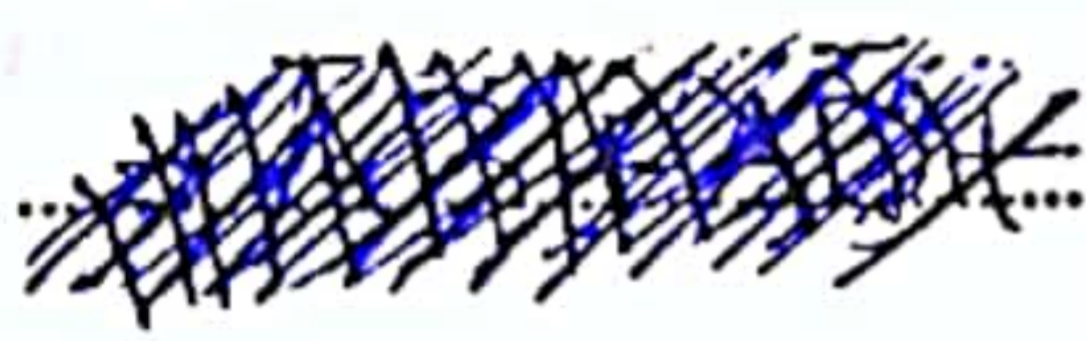
$x \cdot 1$

x

② $A\bar{D} + \bar{A}B + \bar{C}D + \bar{B}C = (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$
 (prove) ← $(A + B + C + D)$

use distrib

$$= \bar{A}\bar{A} + \bar{A}B + \bar{A}C + \bar{A}D + \bar{B}\bar{B} + \bar{B}A + \bar{B}C + \bar{B}D + \bar{C}\bar{C} + \bar{C}A + \bar{C}B + \bar{C}D + \bar{D}\bar{D} + \bar{D}A + \bar{D}B + \bar{D}C$$



القانون التوزيعي

التي يمكن تبسيطها

consensus

SUBJECT:

* باسٹخدام اطراف لیسار
 کاتہ عسری SOP بدی اوطال POS اصولی طور
 سالیات ال SOP وال POS

$$\overline{A}D + \overline{A}B + \overline{C}D + \overline{B}C$$

اے کی بدی قوسین کا اظہار

اساتر ال اظہار اور عرک اور و

عقرو دینے کے لئے

Variable کا
 وجود ہے

$$(\overline{A}D + \overline{A}B + \overline{C}D + \overline{B}) (\overline{A}D + \overline{A}B + \overline{C}D + C) \text{ using simplification}$$

$$(\overline{A}D + \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}D) (\overline{A}D + \overline{A}B + \overline{B}D + C) //$$

$$(\overline{D} + \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}D) (A + D + C + \overline{A}B) //$$

$$(\overline{D} + \overline{C} + \overline{A} + \overline{B}) (A + B + D + C) \neq //$$

SUBJECT:

السimplification والcons -- حسابات بال
reducing في عدد الجور

ال طريقة تحت سلايات SOP و POS ، والحقول بينهم
حسابات ال، البر الجور واضح

و يمكن حلها ←
آخر سؤال
if $A = B$
then dual $A =$ dual B
لكن كيف اثبتت اني سحر كافي لدها بوجه
السطح ، وهذا يكون اثبتت ال (فوق)

S T A R S N O T E B O O K

How to simplify with k-maps.

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

	\bar{B}	B
\bar{A}	1	1
A	0	0

Diagram showing a 2x2 K-map for function F(A,B). The top row is labeled \bar{A} and the bottom row is labeled A . The left column is labeled \bar{B} and the right column is labeled B . The top-left cell (0,0) contains 1, the top-right cell (0,1) contains 1, the bottom-left cell (1,0) contains 0, and the bottom-right cell (1,1) contains 0. A bracket groups the two 1s in the top row.

جميع قيم 1 في المخطط الكارتي هي العدد في ال ones
 (عدد ال ones في المخطط) 2^x --- $1, 2, 4, 16, 32$

في اثناء تبسيط ال simplification يجب ان يكون ال ones
 في جوار ال ones ال أكبر عدد

العدد ال أكبر ال ones هو ال \bar{A}
 ال B هو ال 1. و ال B هو ال \bar{A}

So $F(A,B) = \bar{A}$

* ال ال ones ال algebraic

ال ال ones ال ال 1 و 0

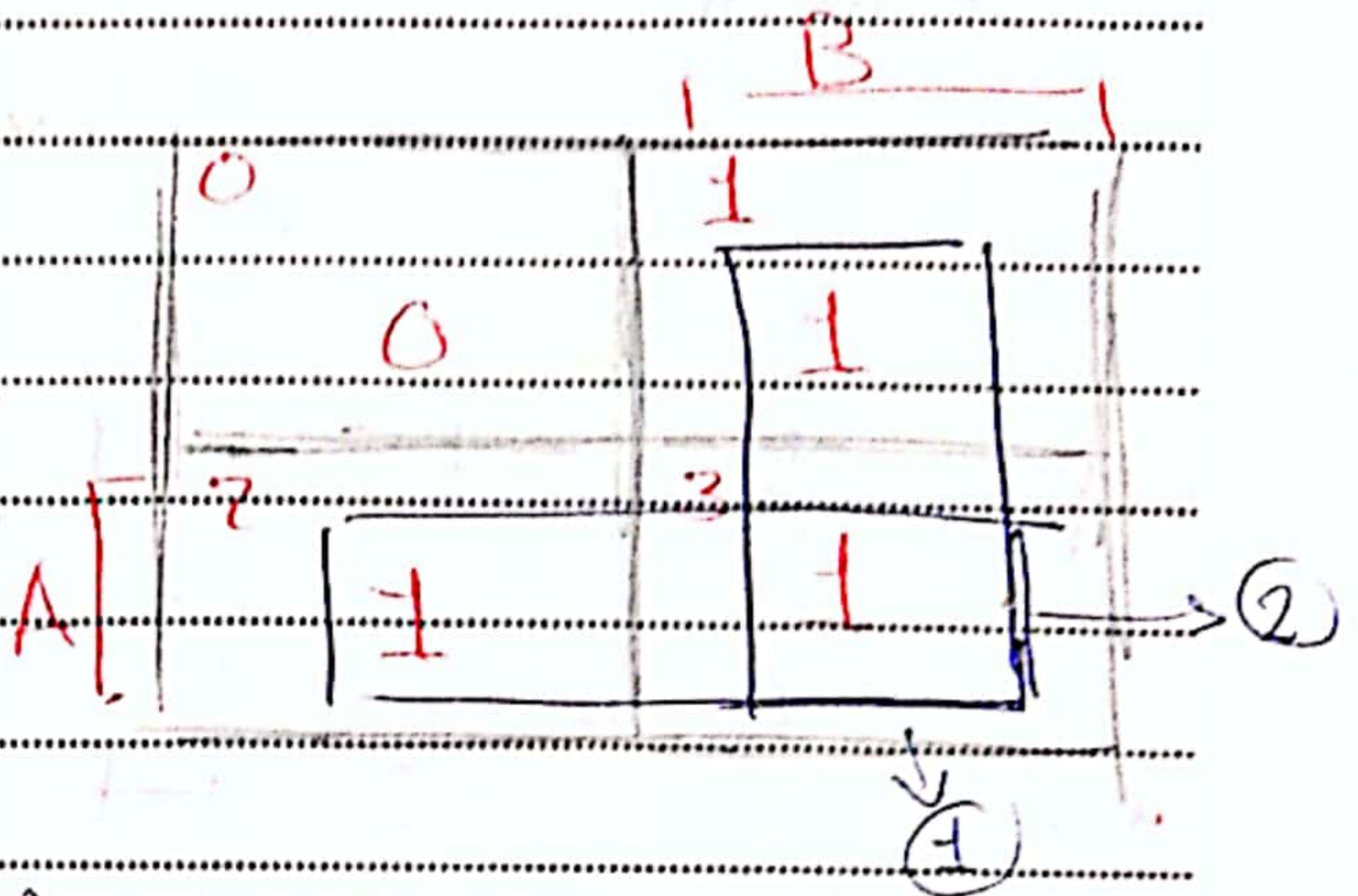
ال ال ones ال AB و $\bar{A}\bar{B}$

ال ال ones ال simplification ال $\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B$

ال ال \bar{A}

example

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

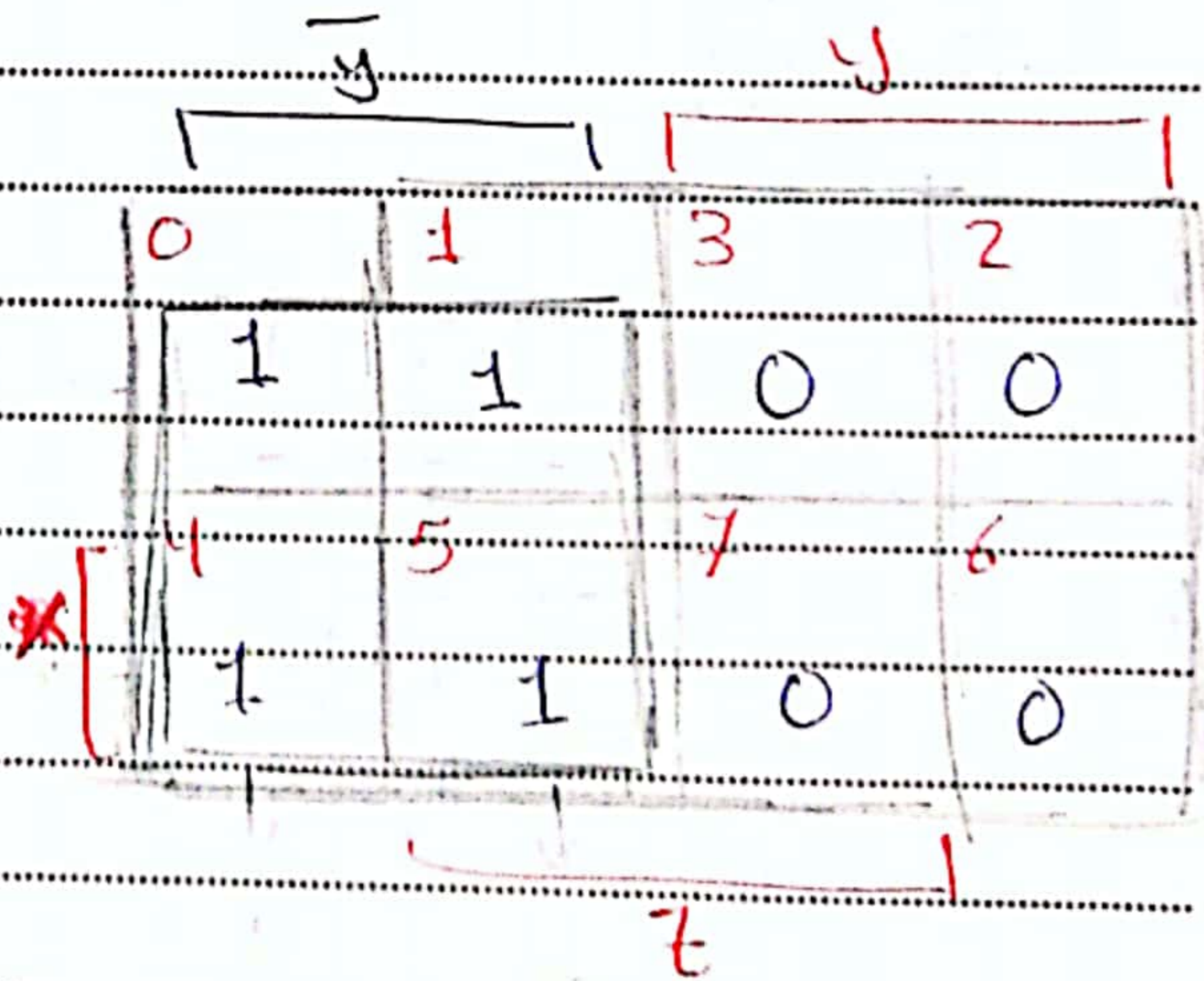


جو ہم مسٹر کریں گے اس کے لیے دیکھنا ہے کہ اس میں سے جن لوگوں کو اس کا
 کلیاً داخل ہے۔

$$F(A,B) = B + A$$

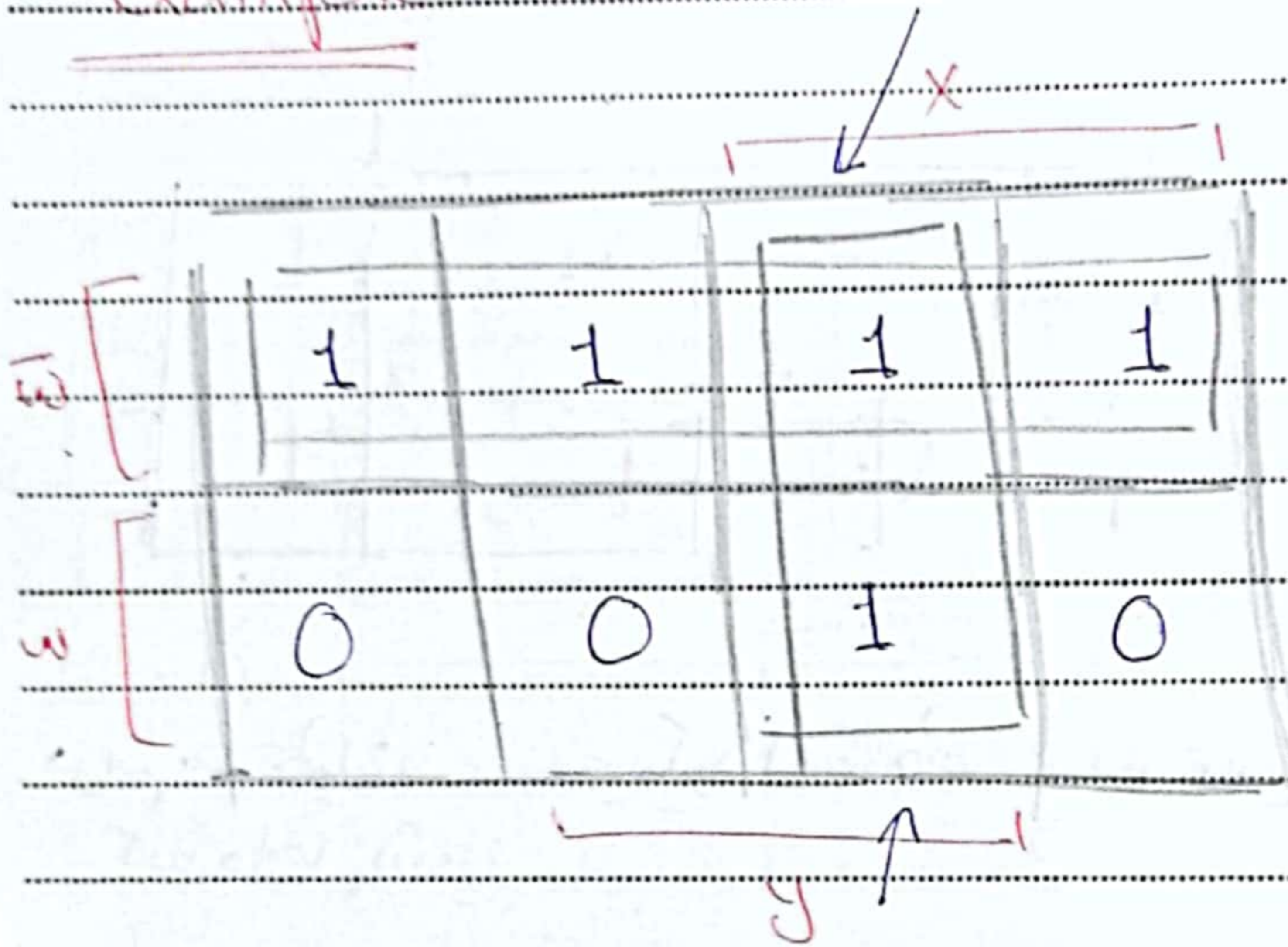
example

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0



$$F(x,y,z) = \bar{y}$$

example



$$F(w, x, y) = w + xy$$

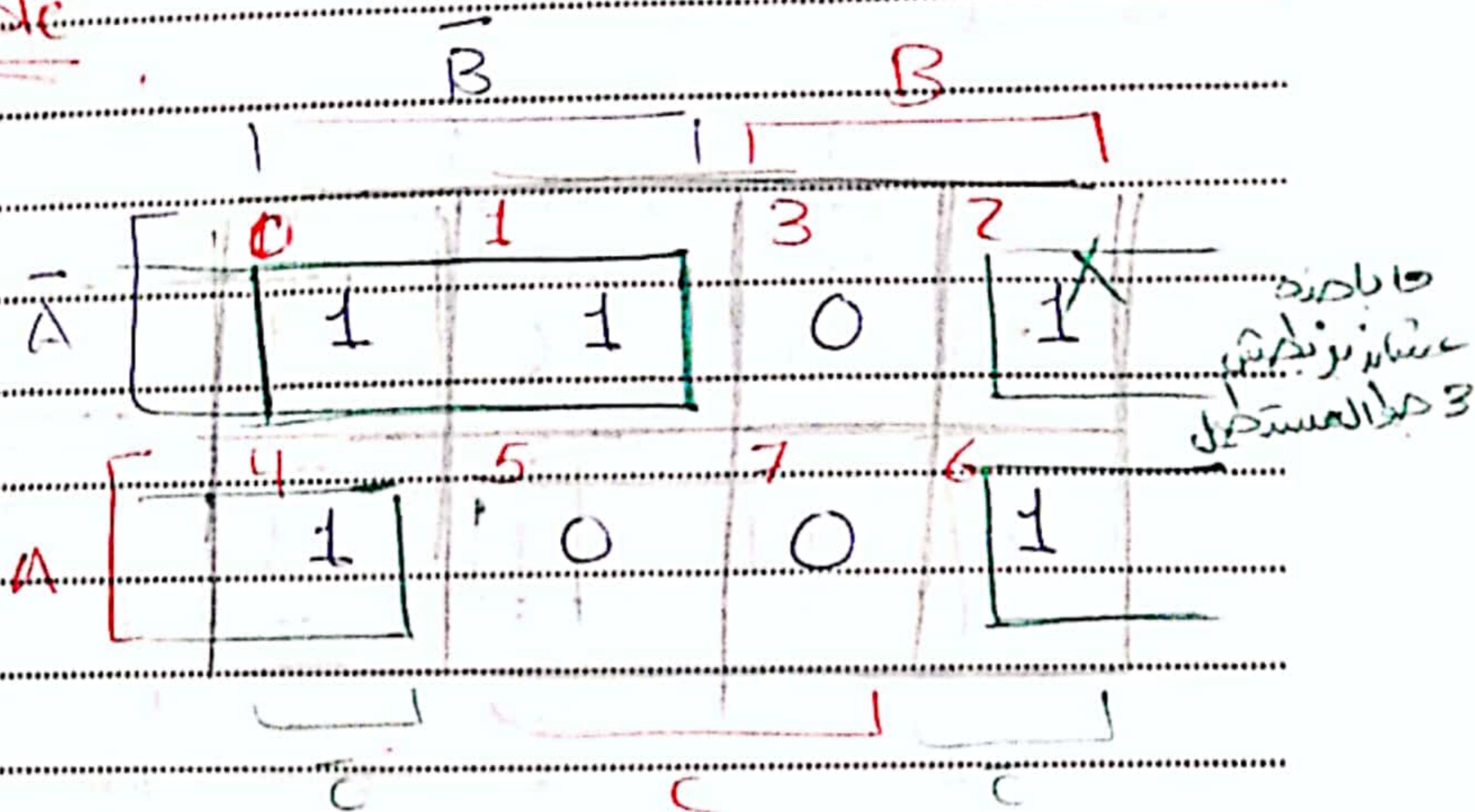
لما رسم مستطيلات لازم التزم بقاعدتين:

- ① Minimize number of rect.
- ② Maximize size of rect.

اقل عدد من مستطيلات بخصائص ال ones ، بالكبرهم ممكن .

كل واحد منهم مستطيل ، بزيد عدد الامم والى دكتيبها .

Example



Remember that basically the K-map is three dimensional

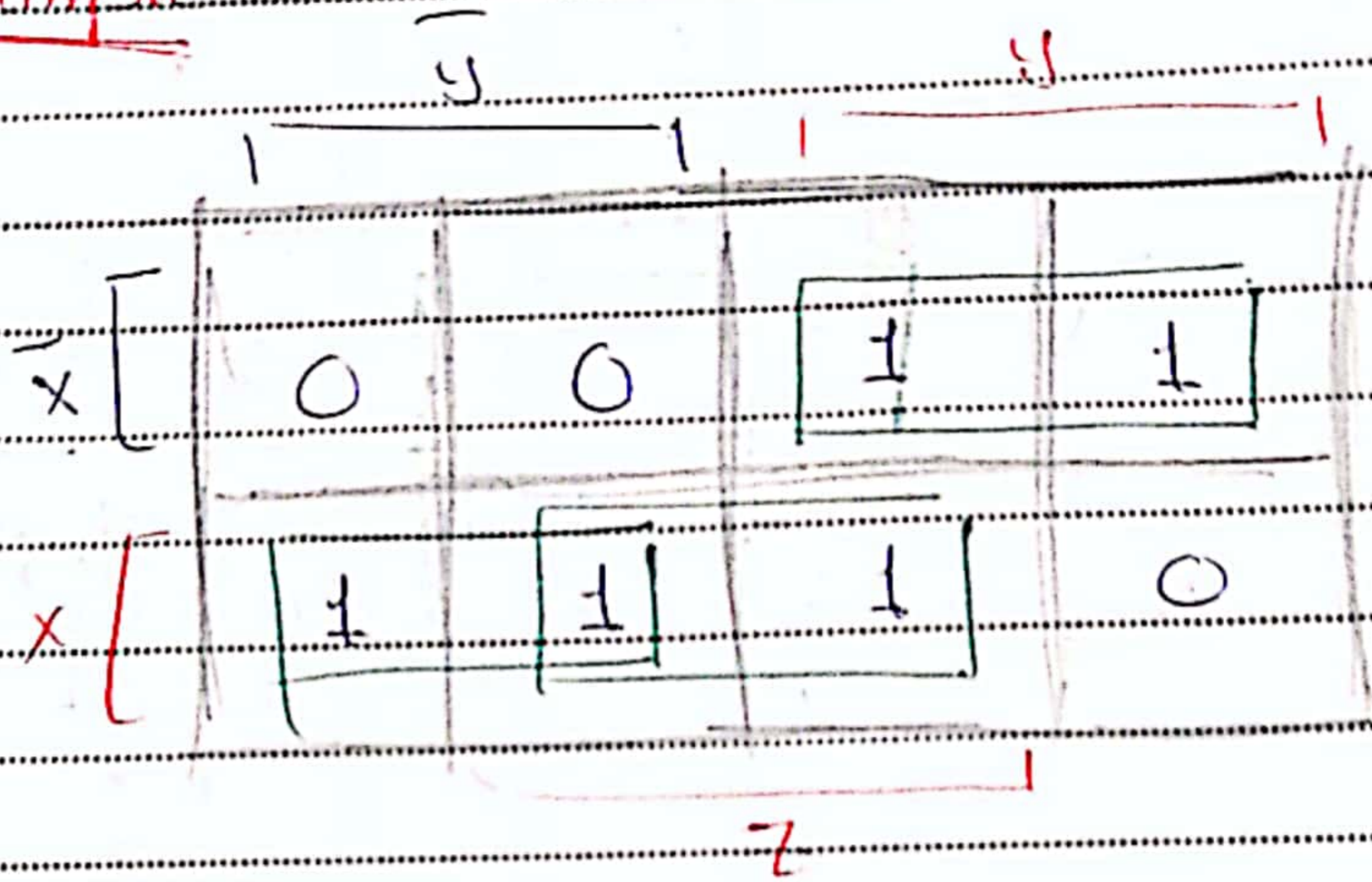
→ which means that edges 2 and 6 are connected with 0 and 4

→ and so on with the horizontal edges 0, 1, 3, 2 with 4, 5, 7, 6.

$$F = \bar{C} + \bar{A}\bar{B} \checkmark$$

SUBJECT:

Example

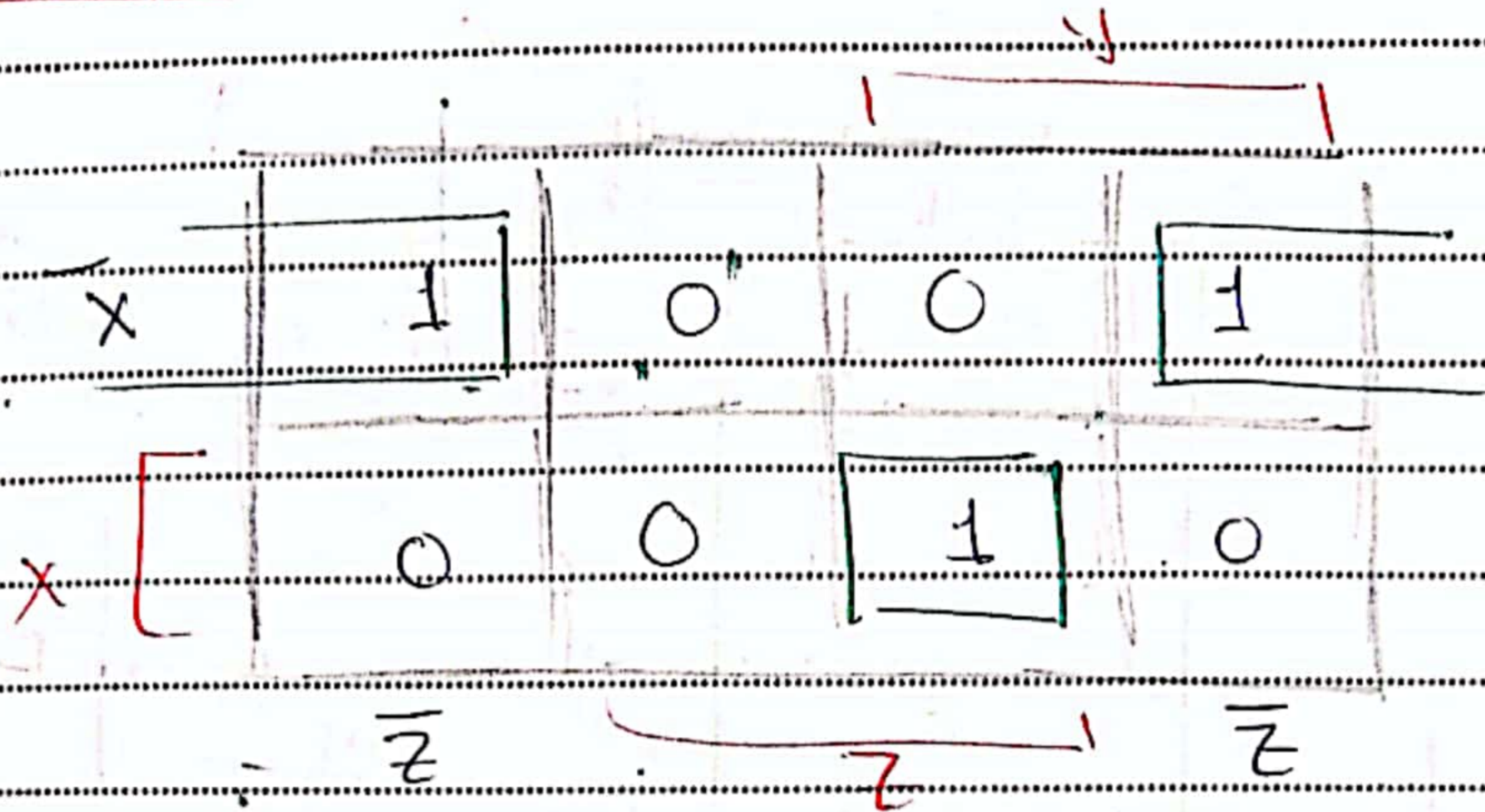


$$F(x, y, z) = \bar{x}y + z x + x\bar{y}$$

$$\bar{x}y + yz + x\bar{y}$$

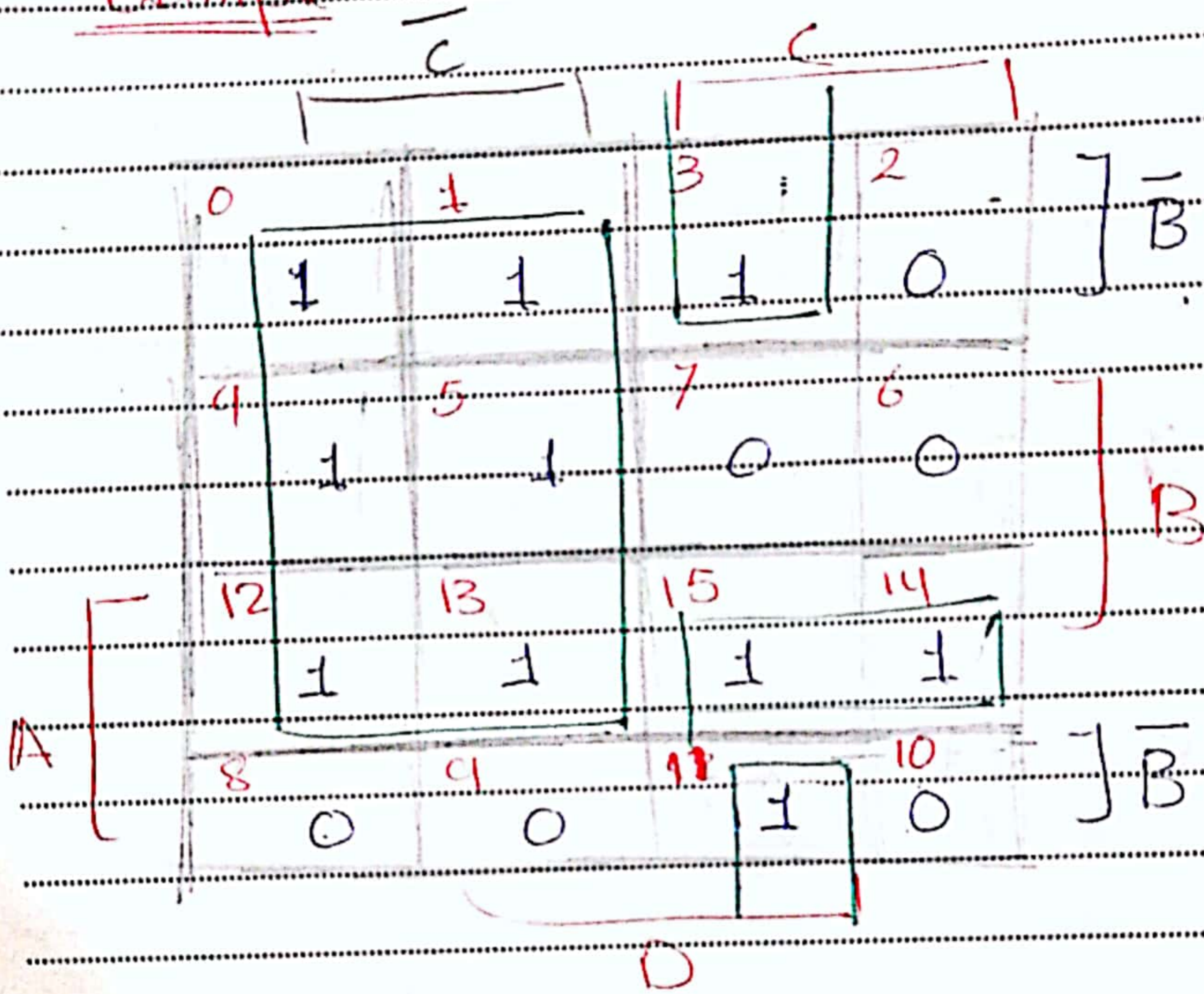
SUBJECT:

example



$$F = \bar{x}\bar{z} + xyz$$

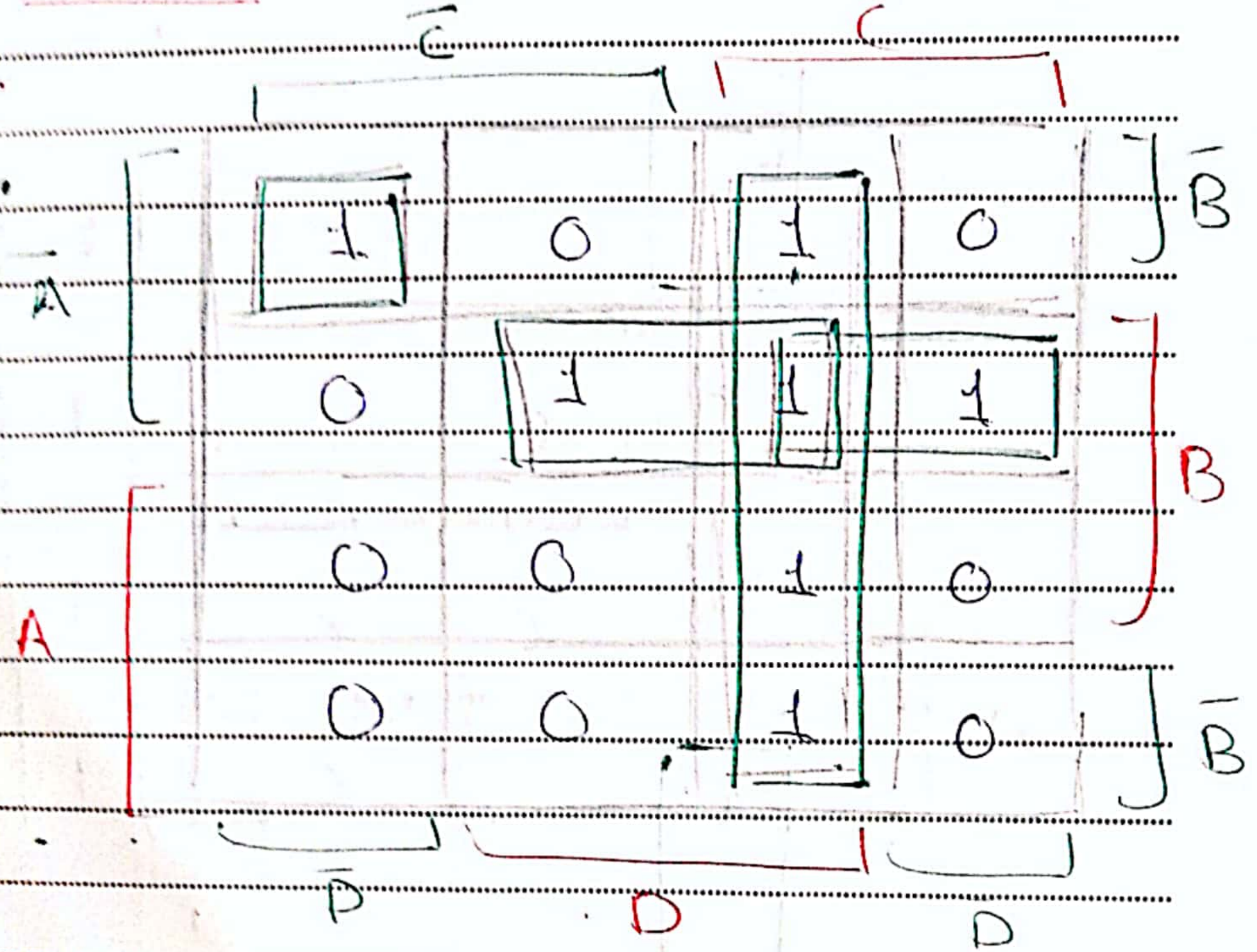
Example



$$F = \bar{C} + CD\bar{B} + BAC$$

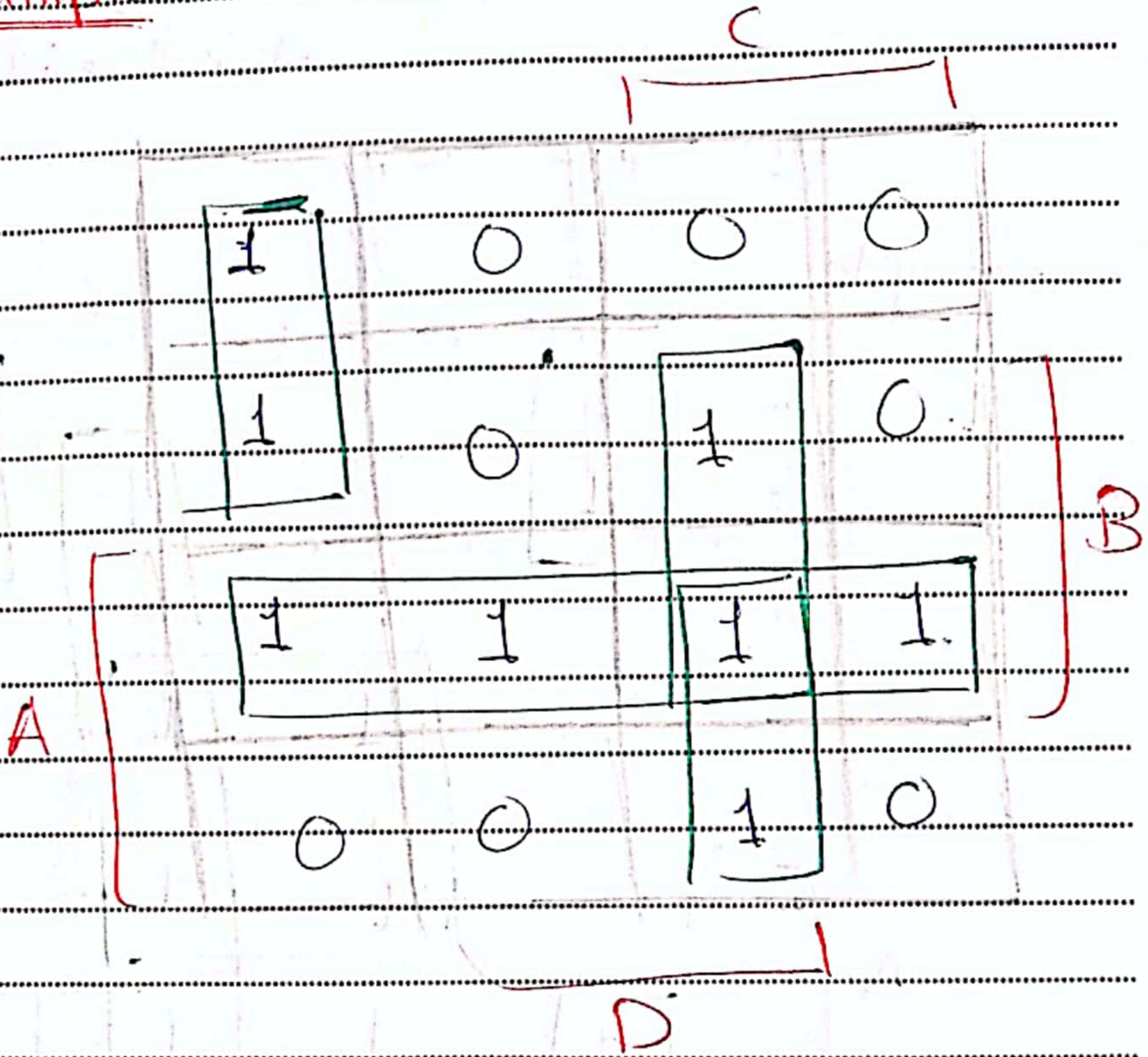
$$F = \bar{C}\bar{A} + CD\bar{B} + BA$$

example:



$$F = \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + CD + B\bar{A}C + D\bar{A}B$$

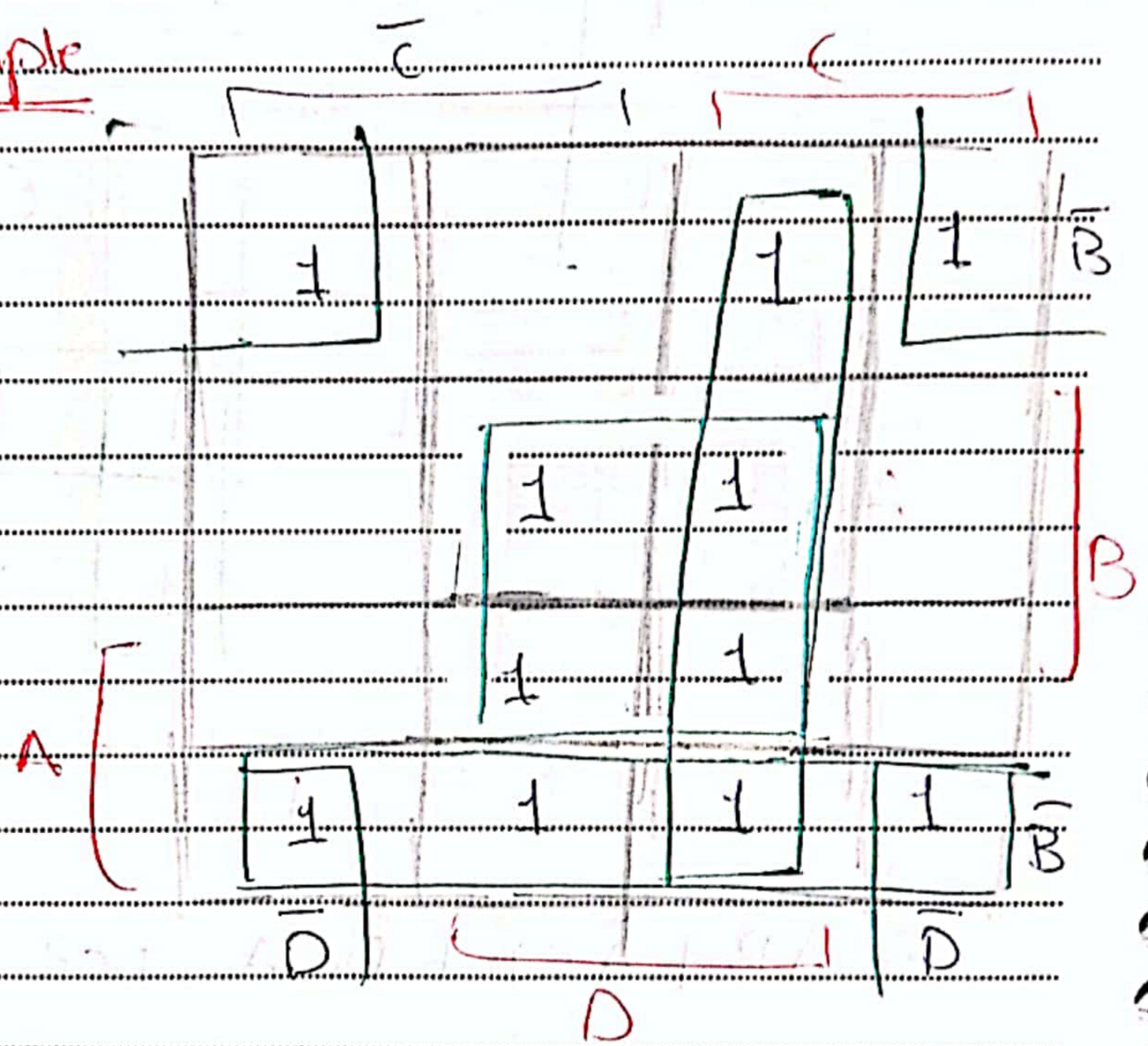
Example



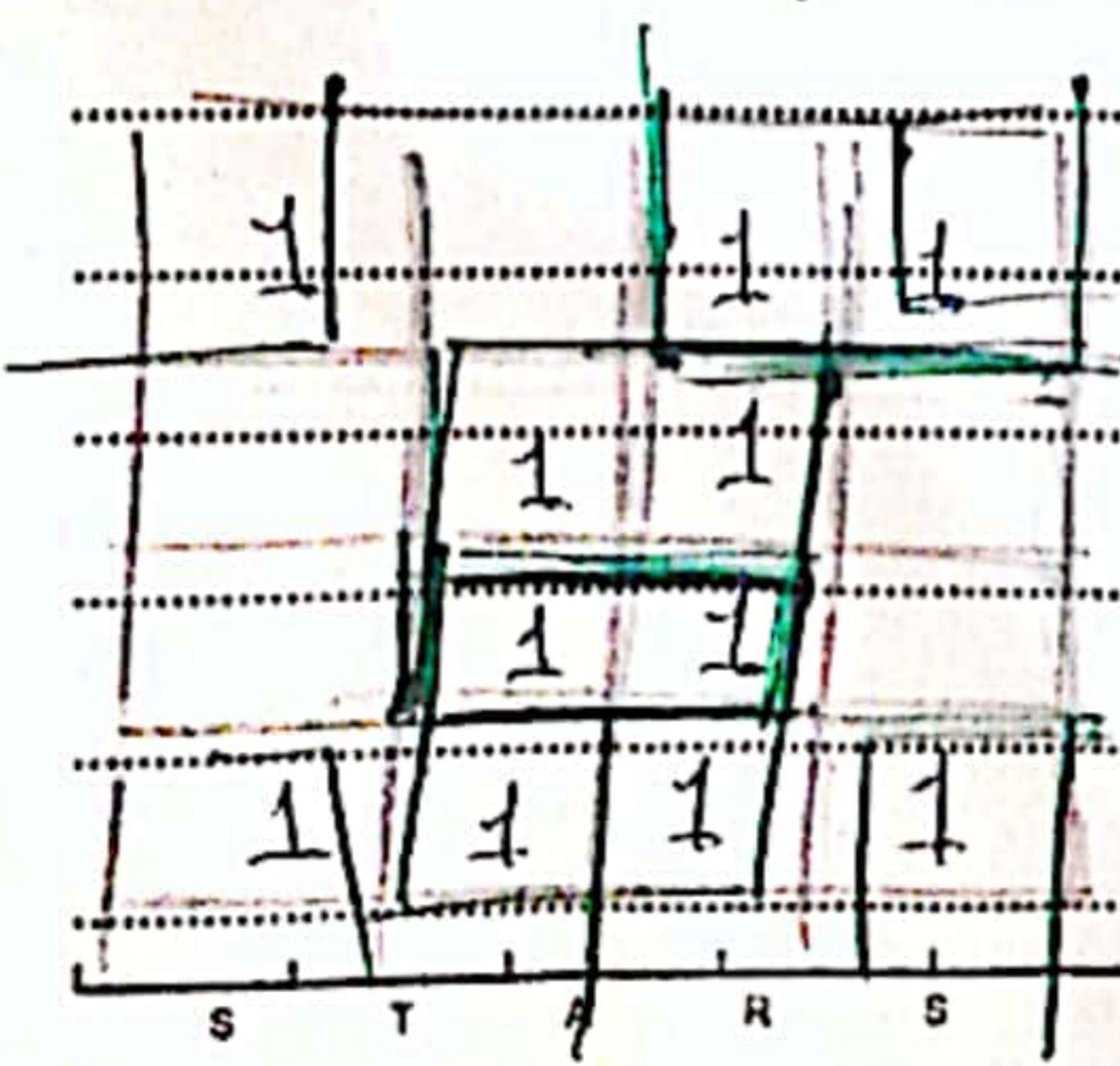
$$F = AB + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + DCA + DCB$$

منه دونه يكون unique. unique
 انما انما انما انما

example

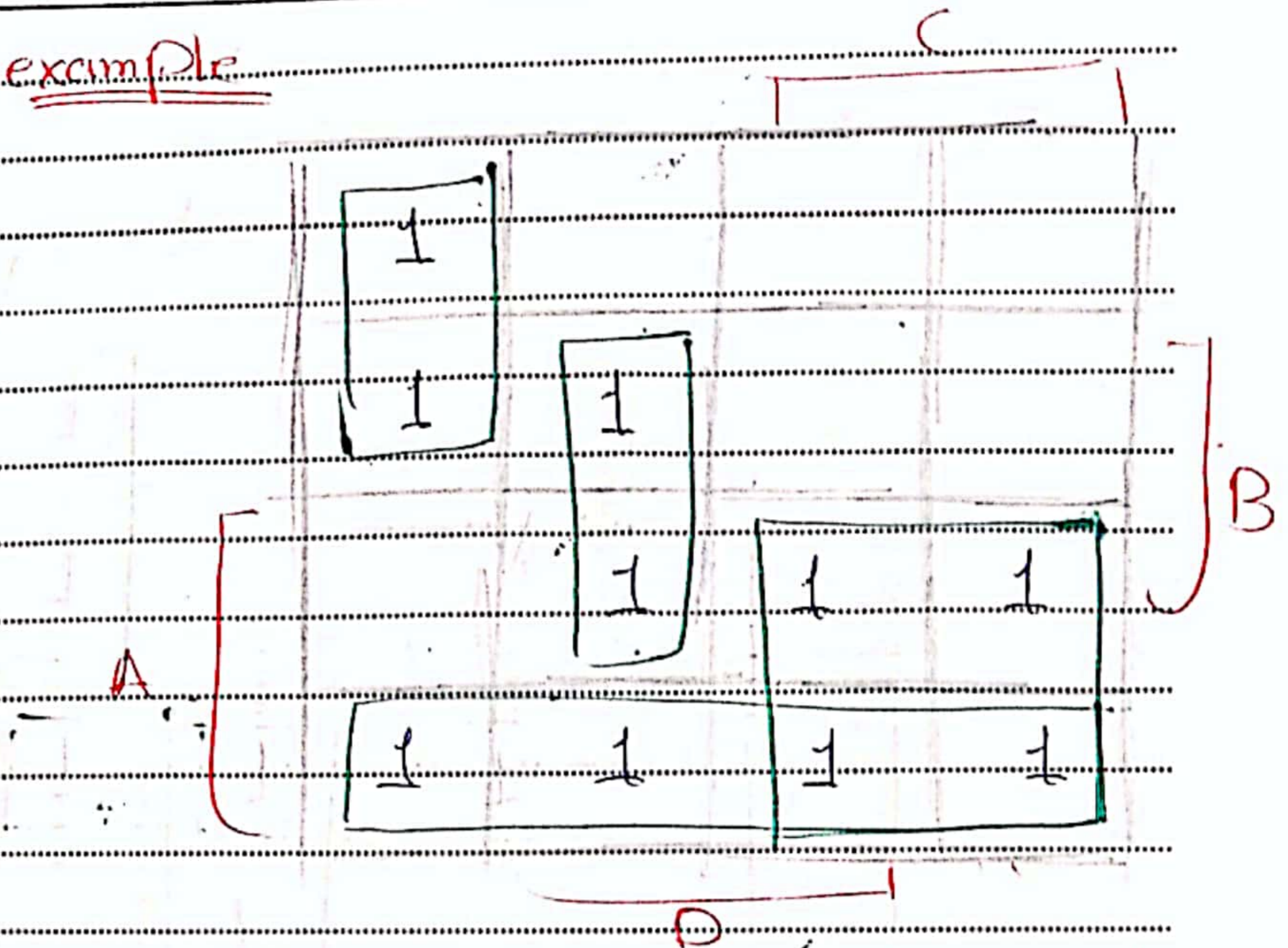


$$F = A\bar{B} + BD + DC + \bar{B}\bar{D}$$



دونه دونه

example

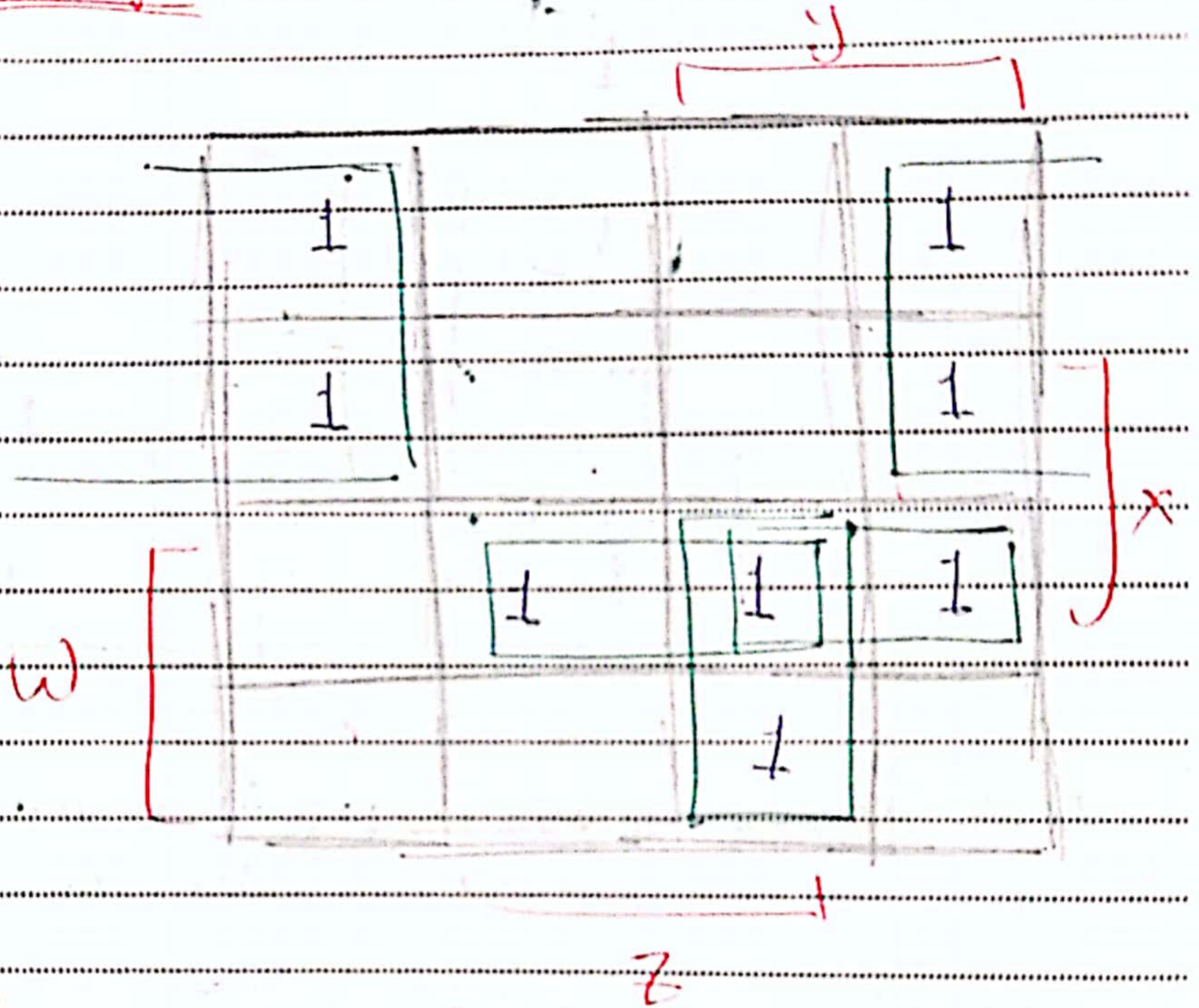


طوله و انا قادر، اكبر الـ 2^x و 2^y و 2^z و 2^w مع الـ 2^k

$$F = A\bar{B} + CA + D\bar{C}B + \bar{C}\bar{D}\bar{A}$$

SUBJECT: _____

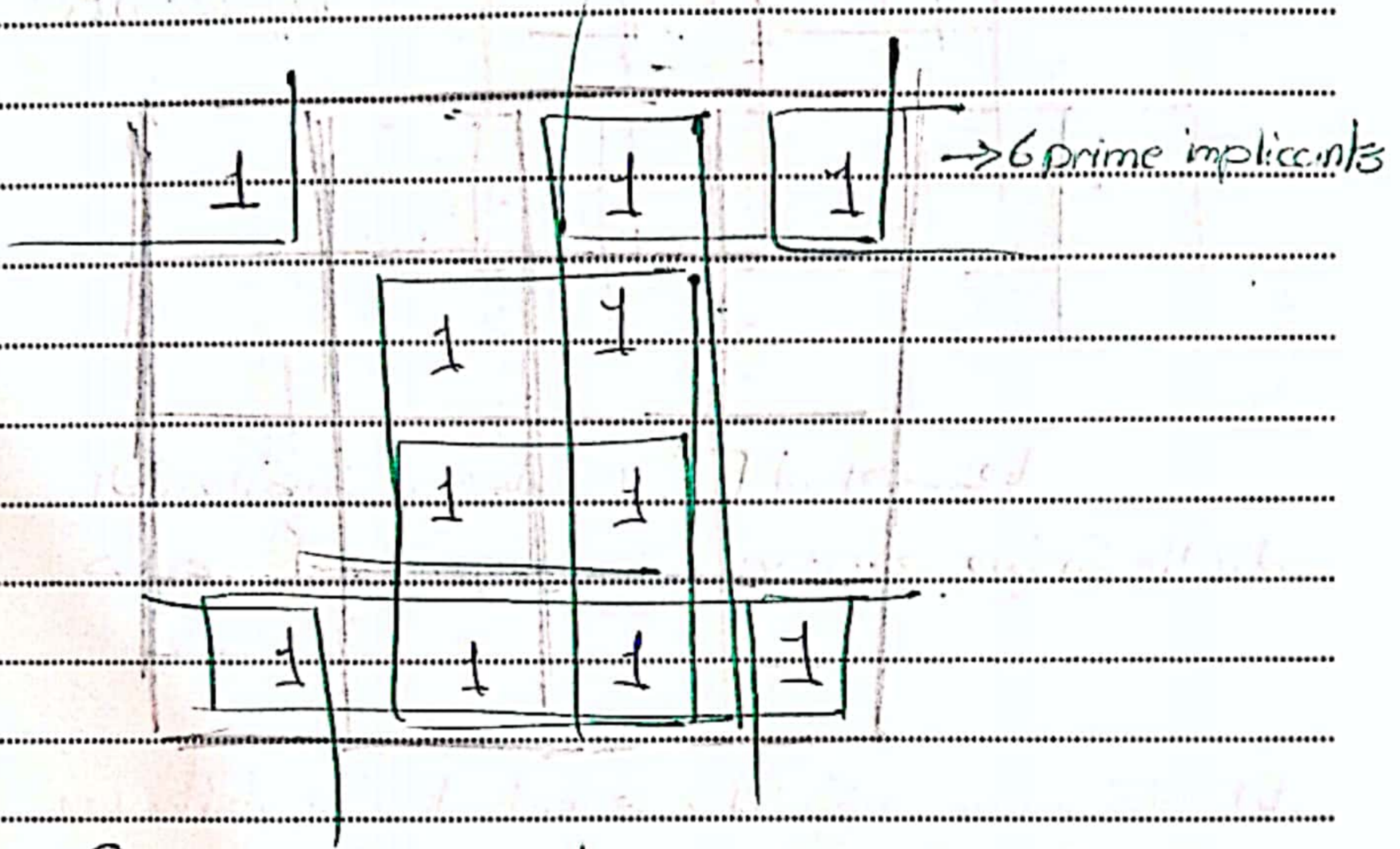
example



$$F = \overline{wz} + zywt + wxyt + wxz$$

[New Concept]

example



① Prime implicants → all legal rectangles

كل مستطيل قانوني

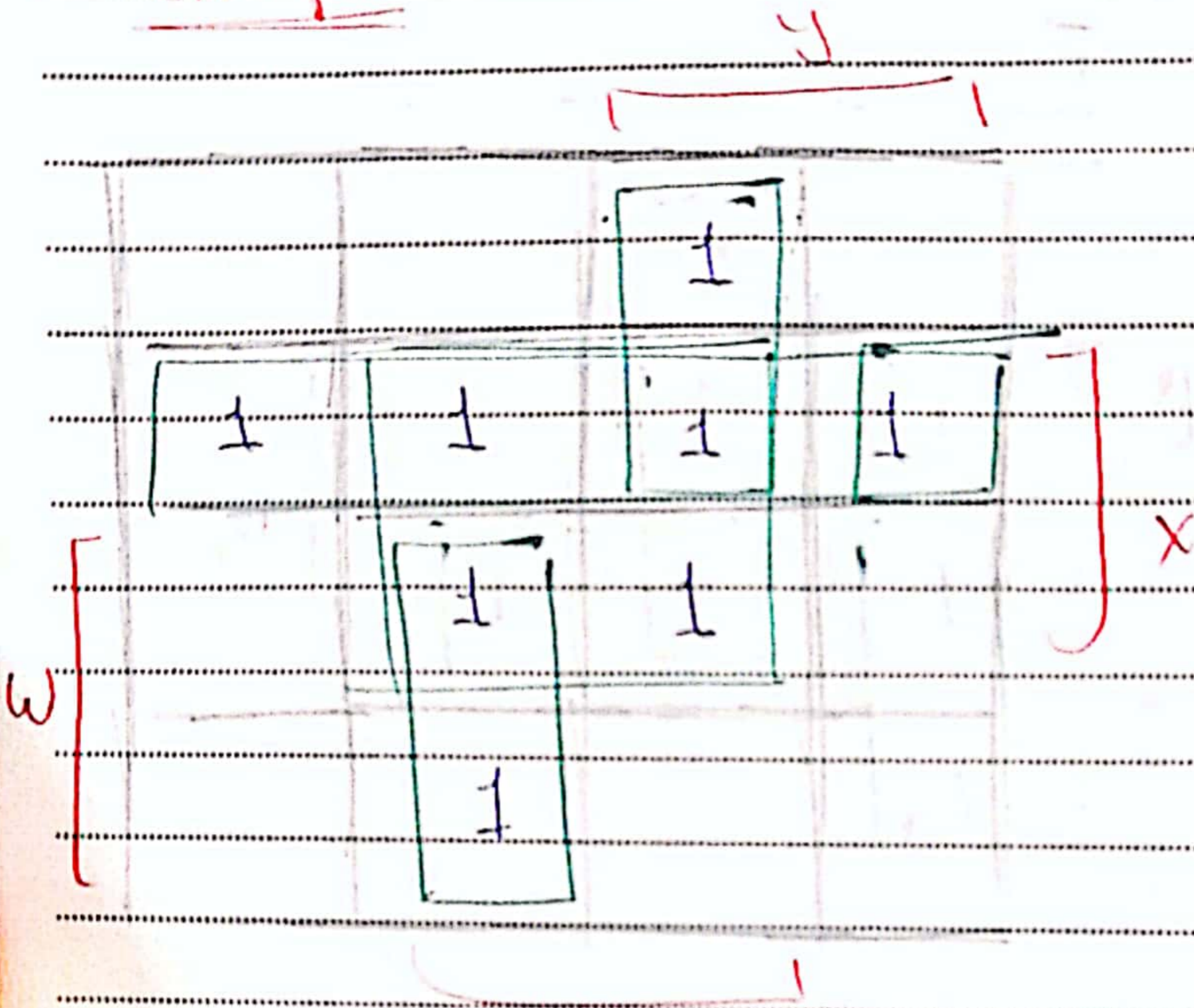
test

legal rectangles

② essential prime implicants ones

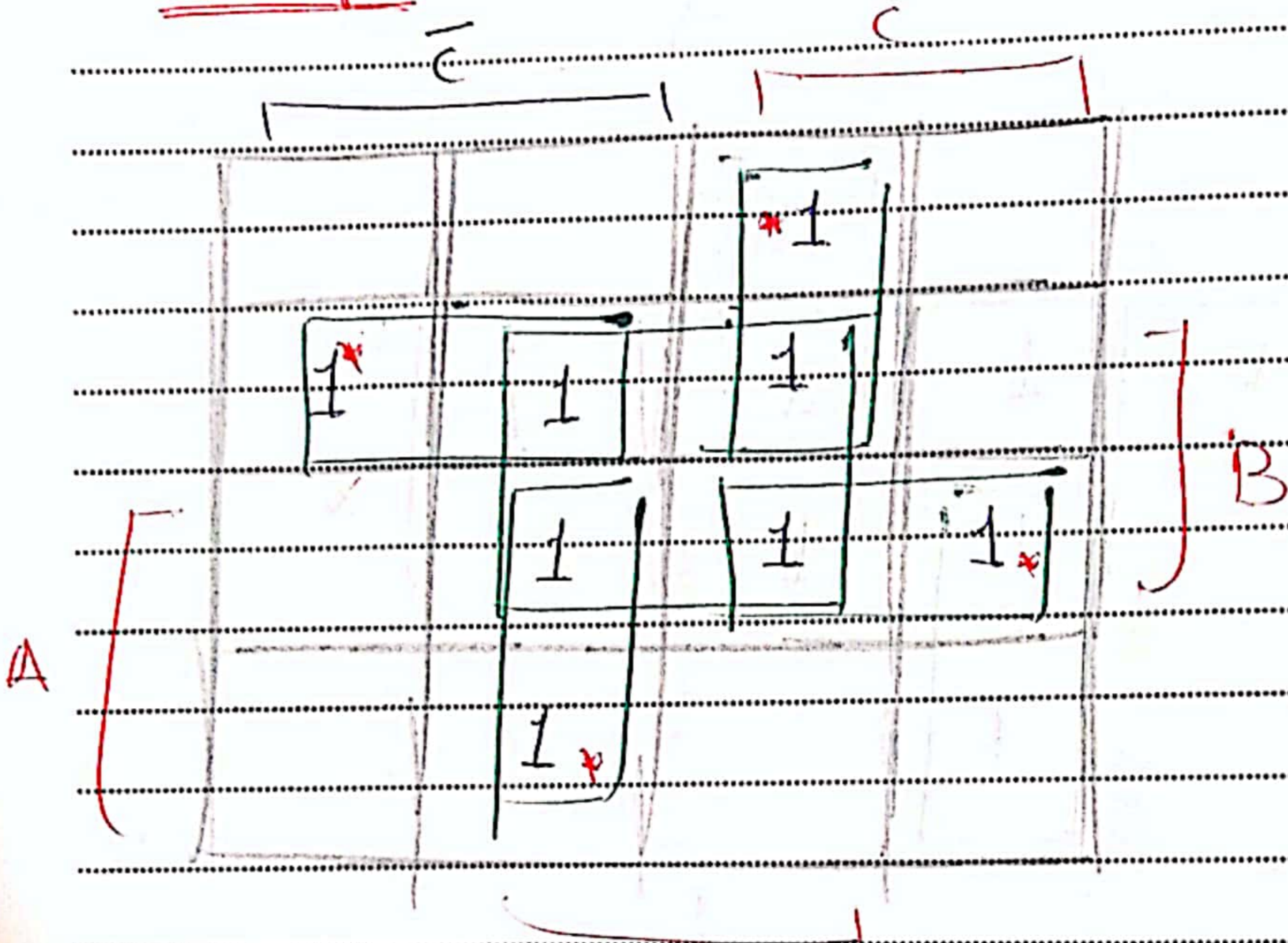
مستطيلات التي لا يمكن حذفها

example



Prime: \bar{z}
4 implicants \rightarrow all are essential
 \rightarrow unique simplification

example



5 prime implicants
4 essential

$$F = ABC + A\bar{C}D + \bar{A}CD + \bar{A}B\bar{C}$$

[Don't cares in k-map]

رقبتہ 25

Example / slide 70 finding the ideal scenario

truth table احسن طریقہ اونہ مسئلہ الی، یو حل کھینٹھی ال

w x y z

0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

ال hint الی بچھی انہ
 لا اعلیٰ 5 = 0
 و بناو، لہا بڑھی
 ک term انہ 5

یو وقف عنہ ال 9 لایہ
 هو عم بچھی ال terms ال
 BCD، و decimal
 یو وقف عنہ ال
 لایہ و بچھی ال 4 bits
 ال input، ال 10 combinations



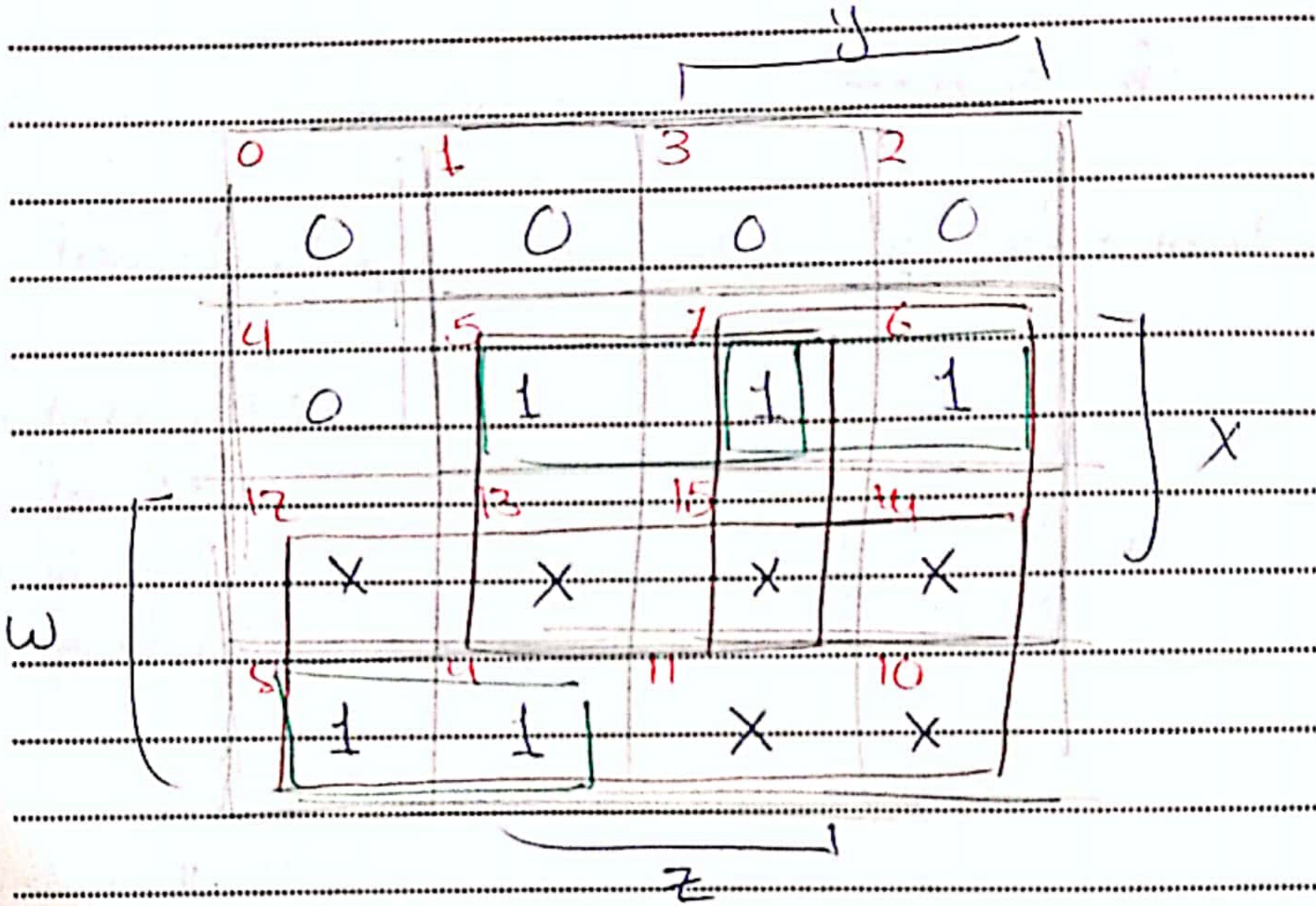
مردوں مسئلہ ال
 combinations ال
 Unused combinations

⇒ don't care

their outputs (don't care outputs)
 whether you put the output 0, 1
 either way they won't happen.

SUBJECT:

سہ ماہی کے کئی رائج اور جدید الگ-گنڈے، الگ-گنڈے



maximizing the number of 1s and don't care cells (if possible)

$$F = W + XY + XZ$$

[NOTE]

			B	
	0	0	1	0
A	1	1	1	1

$$F = A + BC \rightarrow$$

$$= D$$

$$= D$$

$$= D$$

This is SOP

k-map simplifies SOP

Final simplified SOP? ^{F as}

k-map ^{جی ایس ای}

POS

72 ^{جی ایس ای} (Ecl) ^{جی ایس ای}
 don't cares ^{جی ایس ای}

SUBJECT: _____

Example Slide 72

SOP ↔ POS

to map of

	1	x	0	1	
	x	1	1	x	
	0	0	0	0	
A	1	0	0	1	

D

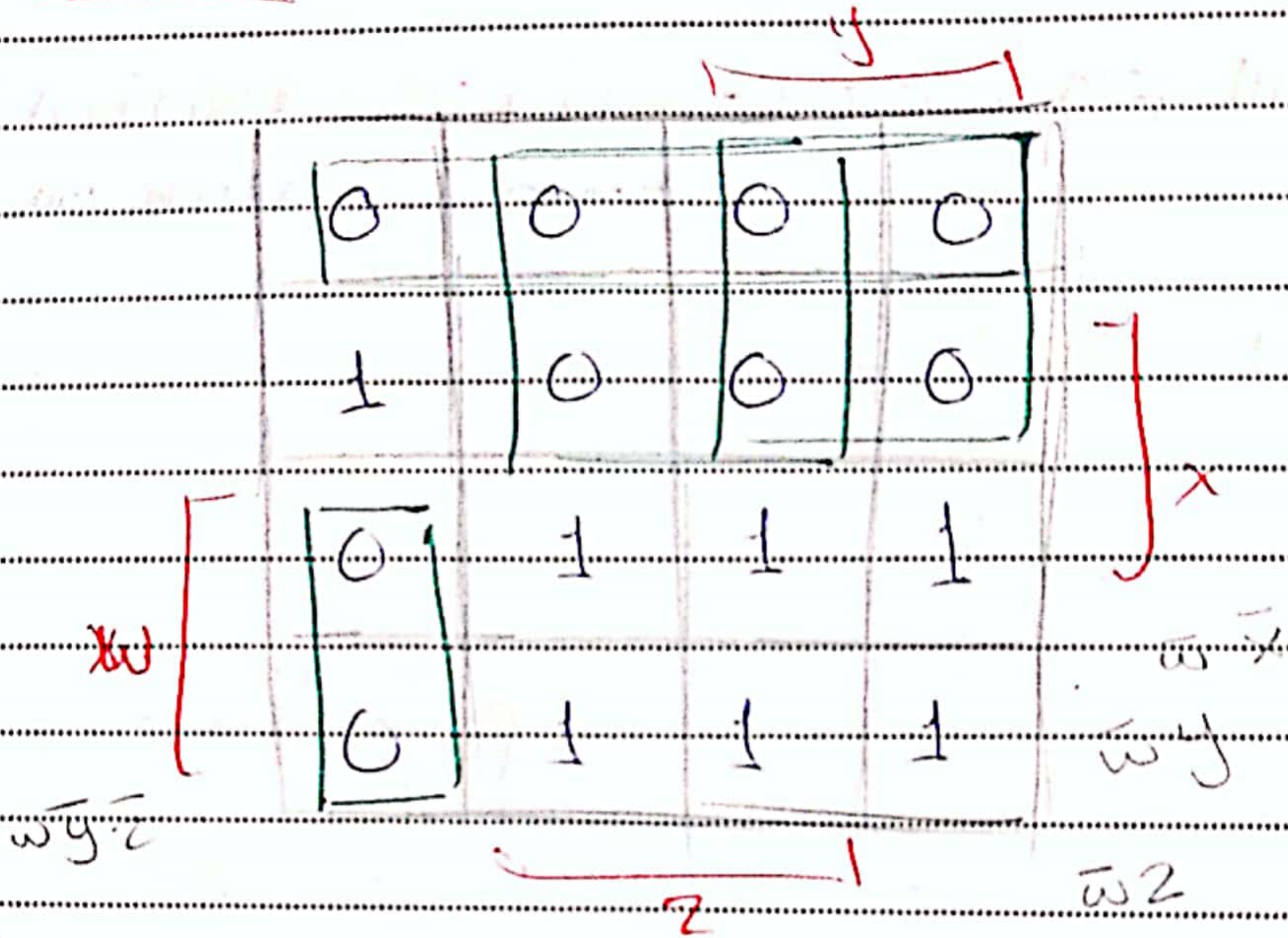
B

منه B و D
 حساب F
 دمج
 دuality

$$F = \bar{A}B + \bar{B}D$$

$$\rightarrow F = (B + D) \cdot (A + \bar{B})$$

example \rightarrow find as POS.



$$F = w\bar{y}\bar{z} + \bar{w}y + \bar{w}z + \bar{w}x$$

(duality)

$$F = (\bar{w} \cdot y \cdot z) + (w \cdot \bar{y}) + (w \cdot \bar{z}) + (w \cdot x)$$

Exercise slide 73

III $F(A, B, C, D) = AC\bar{D} + BC + ABC\bar{D} + A\bar{B}C$

کیسے اس کا سادہ ترین expression

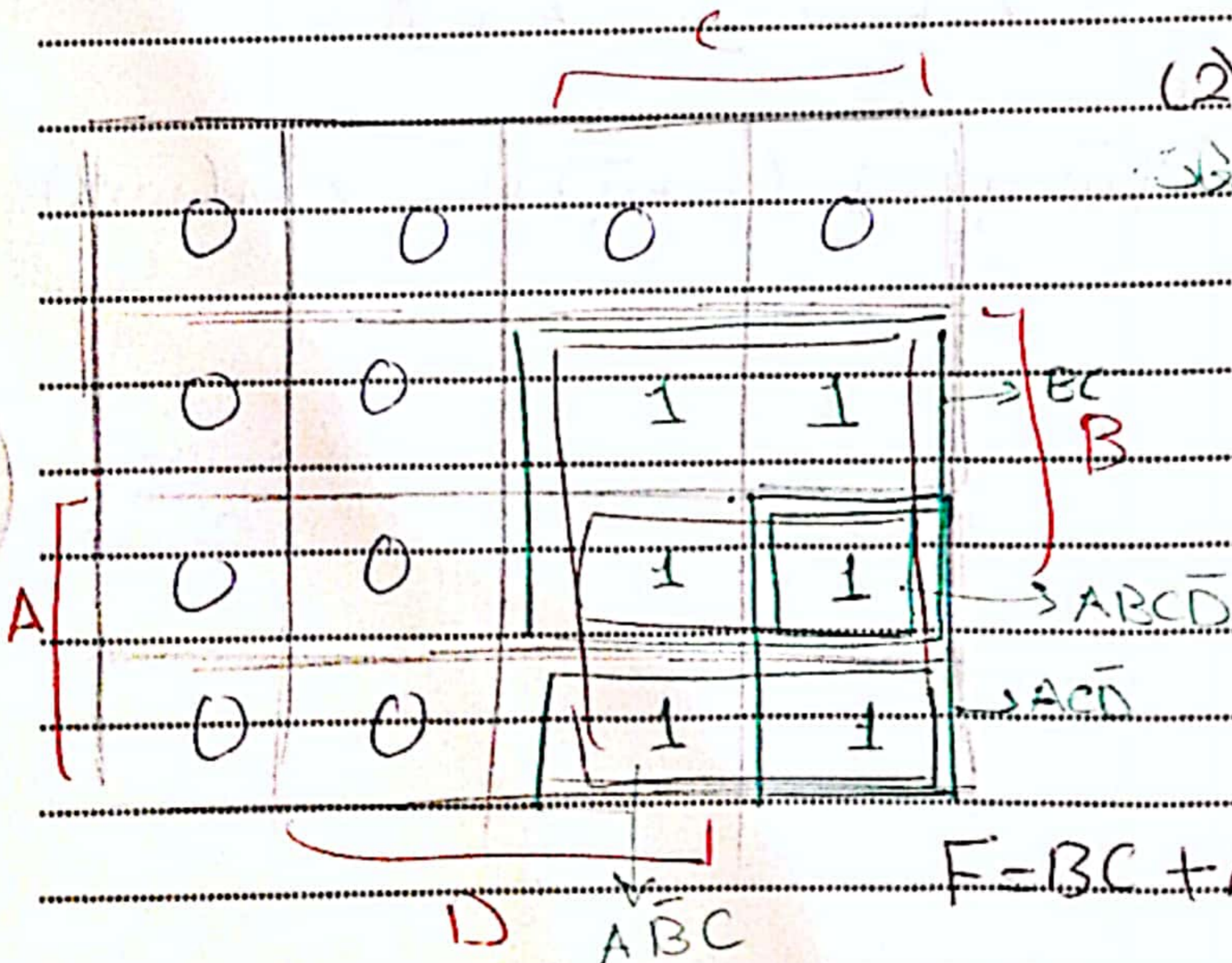
A B C D F
0 0 0 0

→ اچھے جواب

بجائے ک-مپلے

ساده ترین

1 1 1 1



دو گروپ (2) کے ساتھ

[2] $G(A, B, C) = \sum m(0, 1, 3, 4, 5, 6, 7)$

8 حالات
 7 حالات صواب

		B		
		1	1	1
				0
A	1	1	1	1
		C		

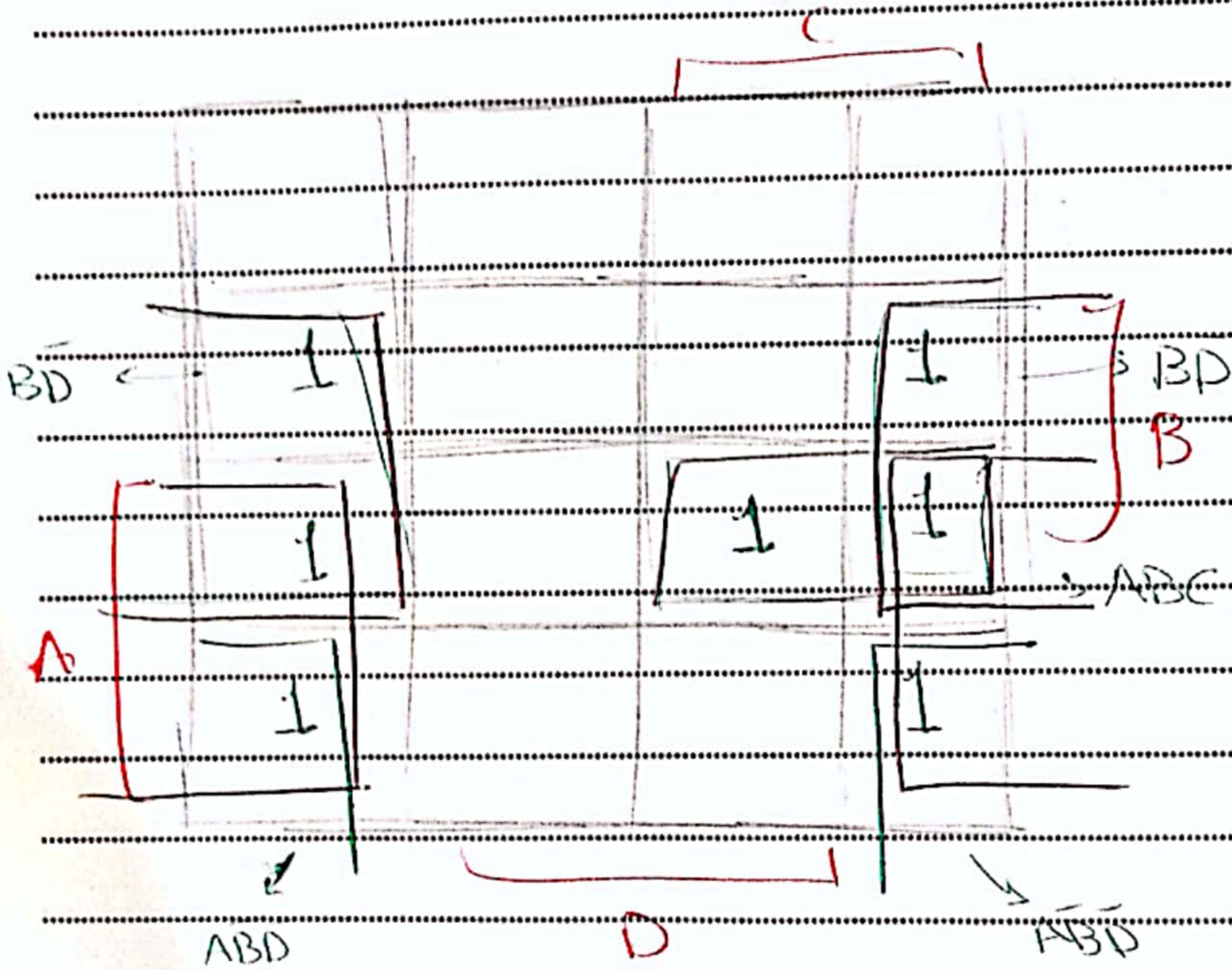
[3] $H(w, x, y, z) = \prod M(3, 11, 13, 15) \Rightarrow$ maxterms

zeros 4 حالات

SUBJECT:

Example for an expression :-

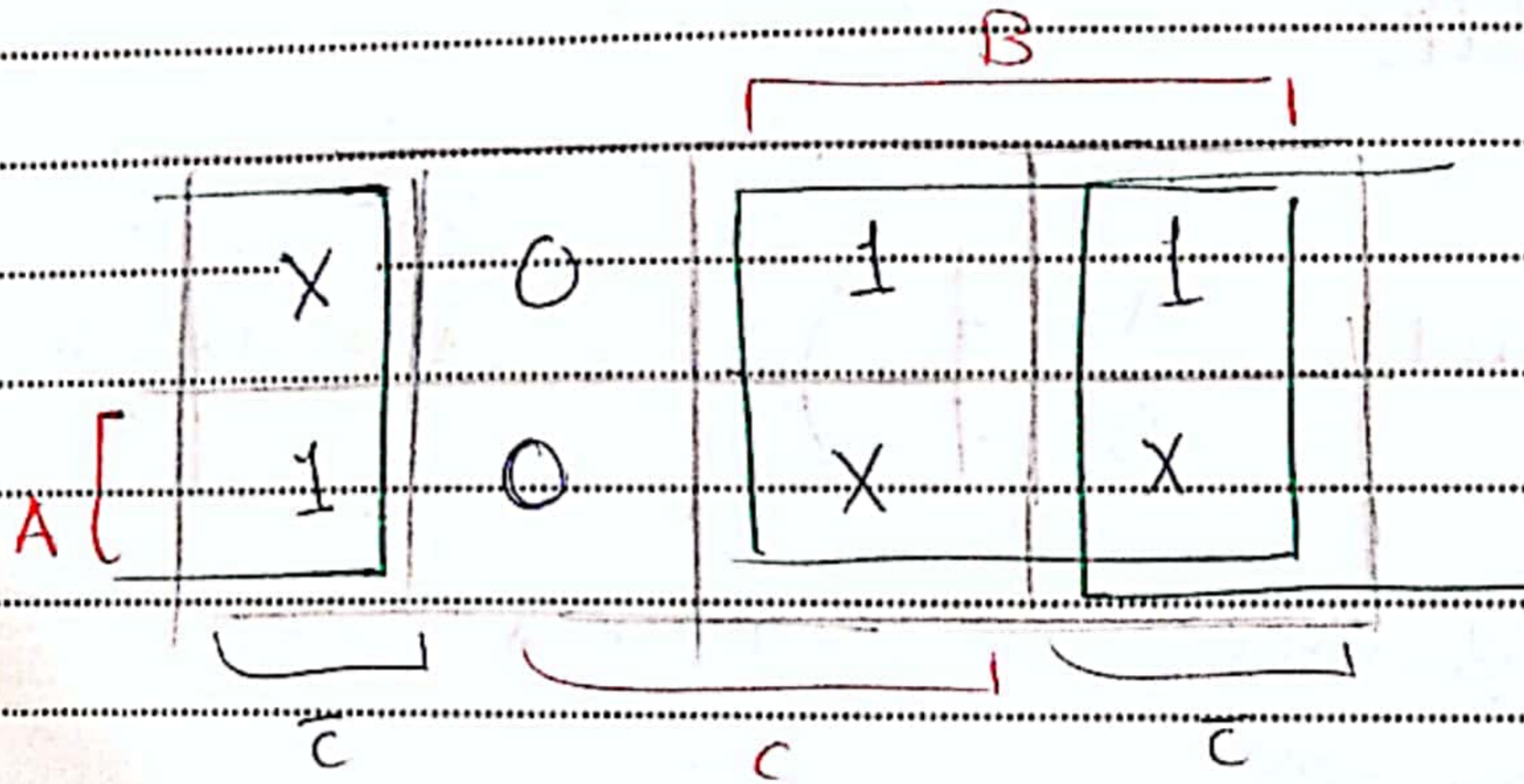
$$F(A, B, C, D) = A\bar{B}\bar{D} + B\bar{D} + ABC$$



$$F = B\bar{D} + A\bar{D} + ABC$$

Example

$$F(A, B, C) = \sum m(1, 5) + \sum d(0, 6, 7)$$



$$F = B + \bar{C}$$

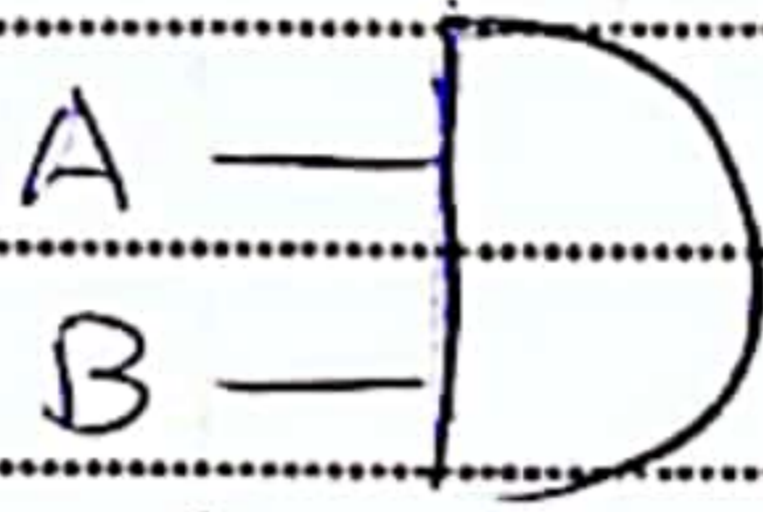
End of part 2

[Another types of Gates]

① Buffer

ما تبقى من باباً

② NAND



\overline{AB}

هو مبدأ

← فتحة كرابيا عند لوحة
 التسيرو وصله
 الطريقة التي
 في الاخرى والاسره

عكس ال And

هو كساس لل
CMOS Technology

Mathematical equivalents ←
 كرابيا

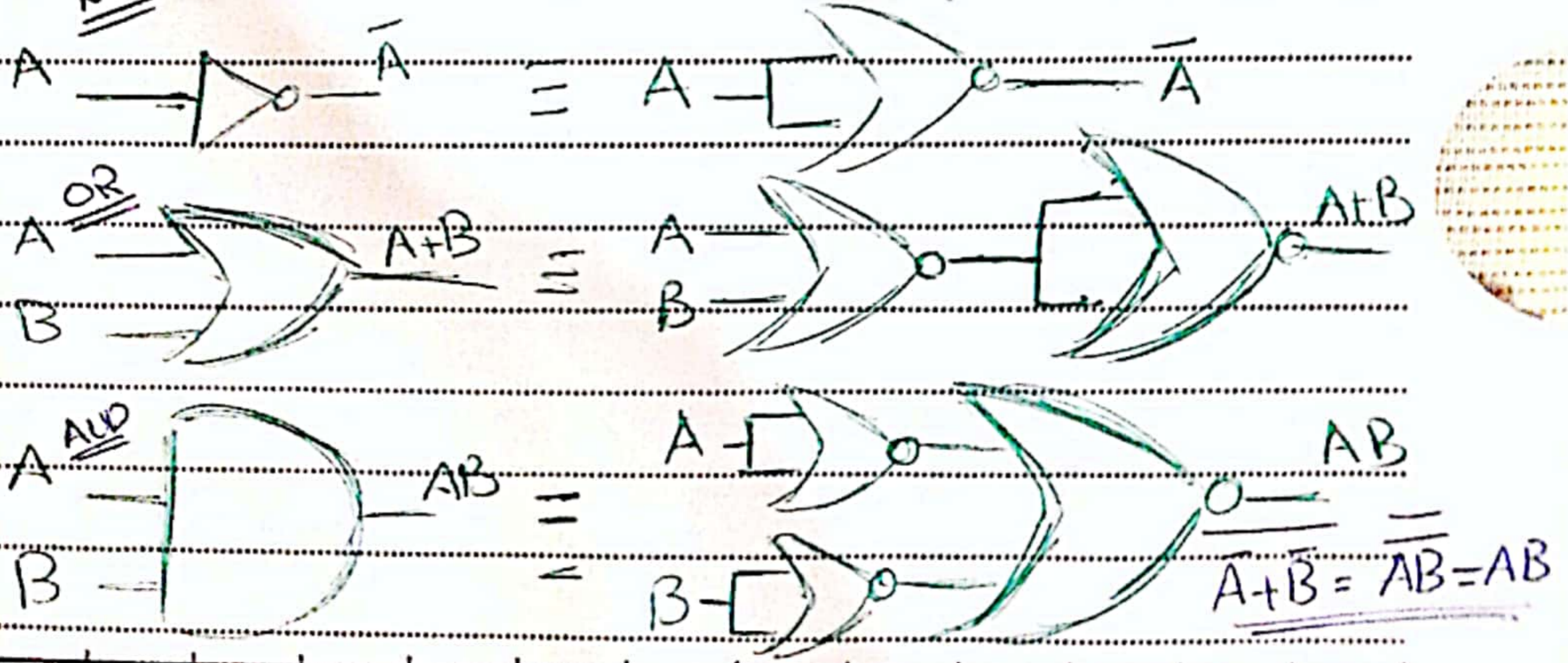
③ NOR

Universal Gates:-

لو بساات اعلاية ال OR وال And وال NOT
 جاسا اسم ال NAND موجودين جاسا ال 78

X- [] -> كاس لا توجعنا

المدخلات ال input دة جاسا ال
 و دة جاسا ال NOR (universal) جاسا ال



S T A R S H O T E B O O K

(4) XOR

لويك، XOR الـ (XOR) لو

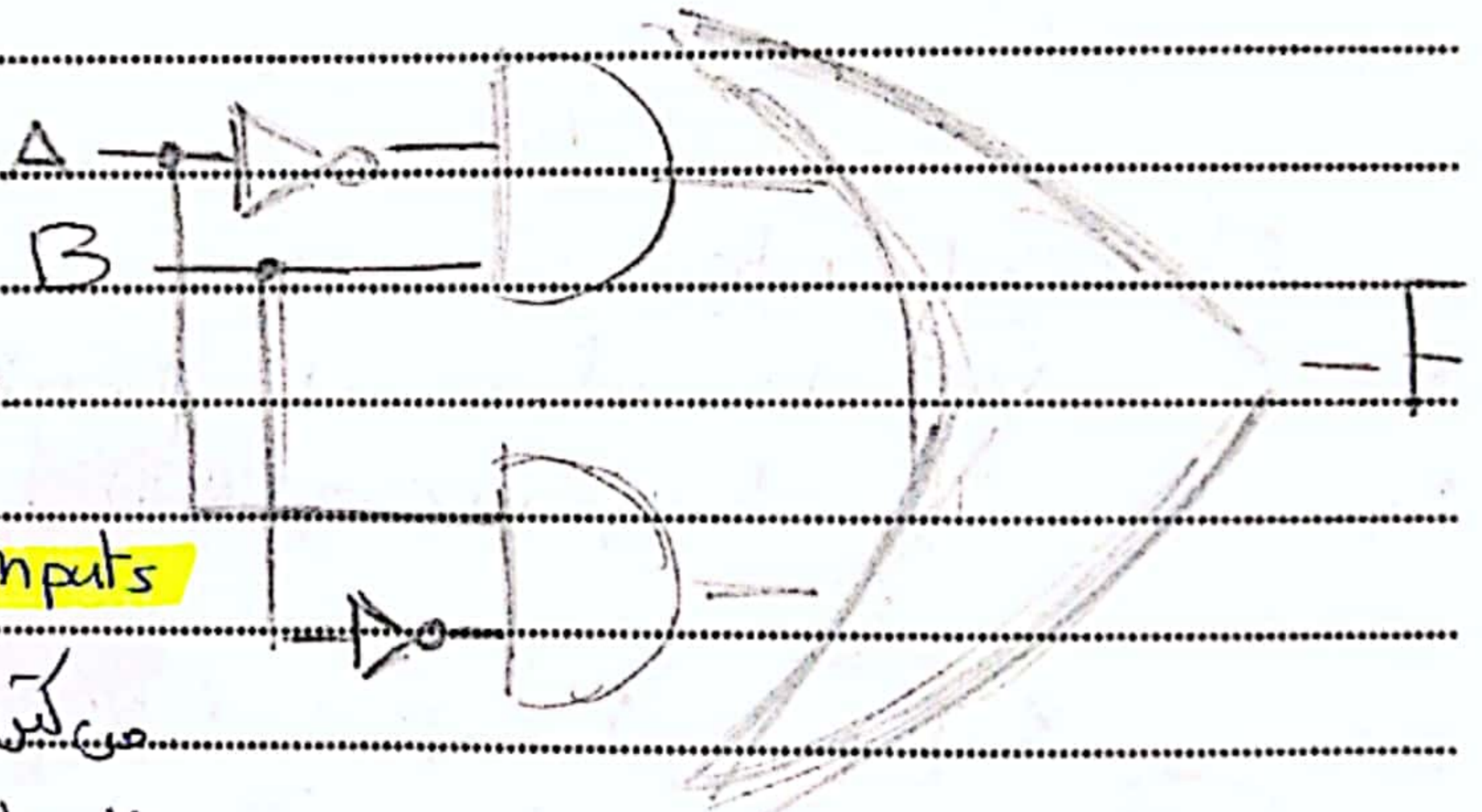
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$F = \bar{A}B + A\bar{B}$ (SOM) as

if either is 1 but not both

Diagram

for 2 inputs

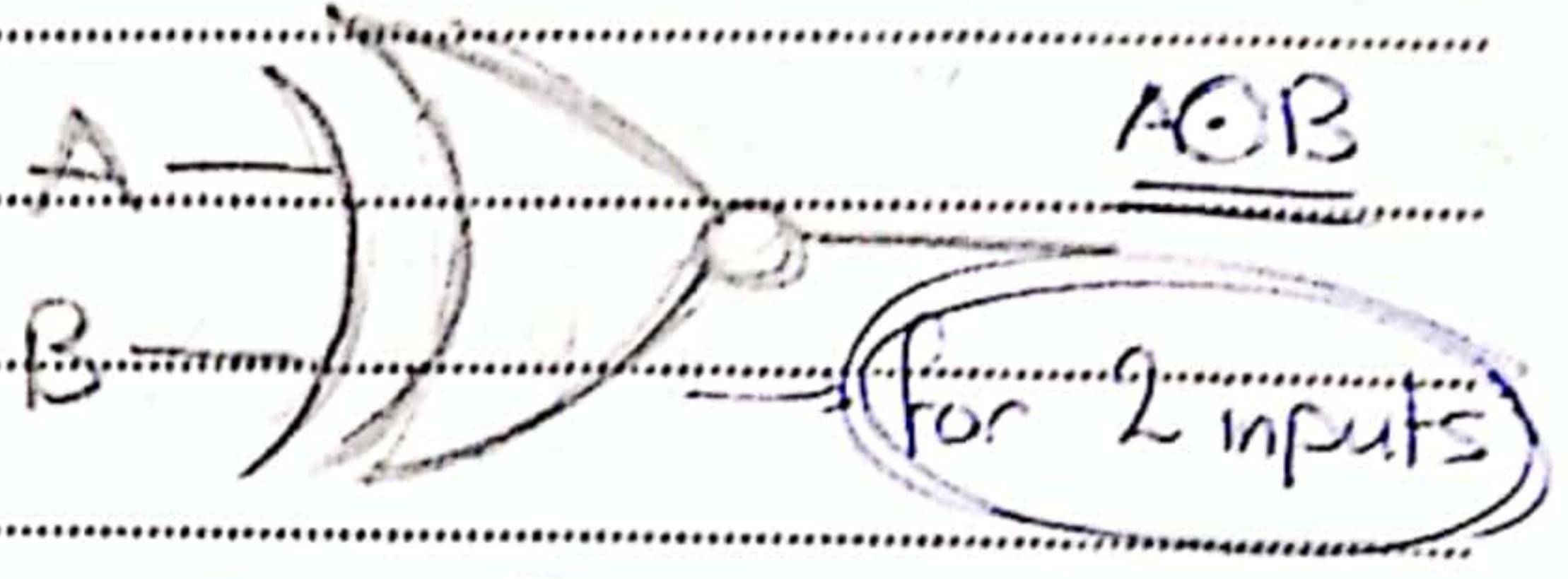


من كتر بوابه اذوا
 block الـ بوابه
 و $\bar{A}B$ و $A\bar{B}$

[5] XNOR it gives true, if the both of it is called inputs are equal

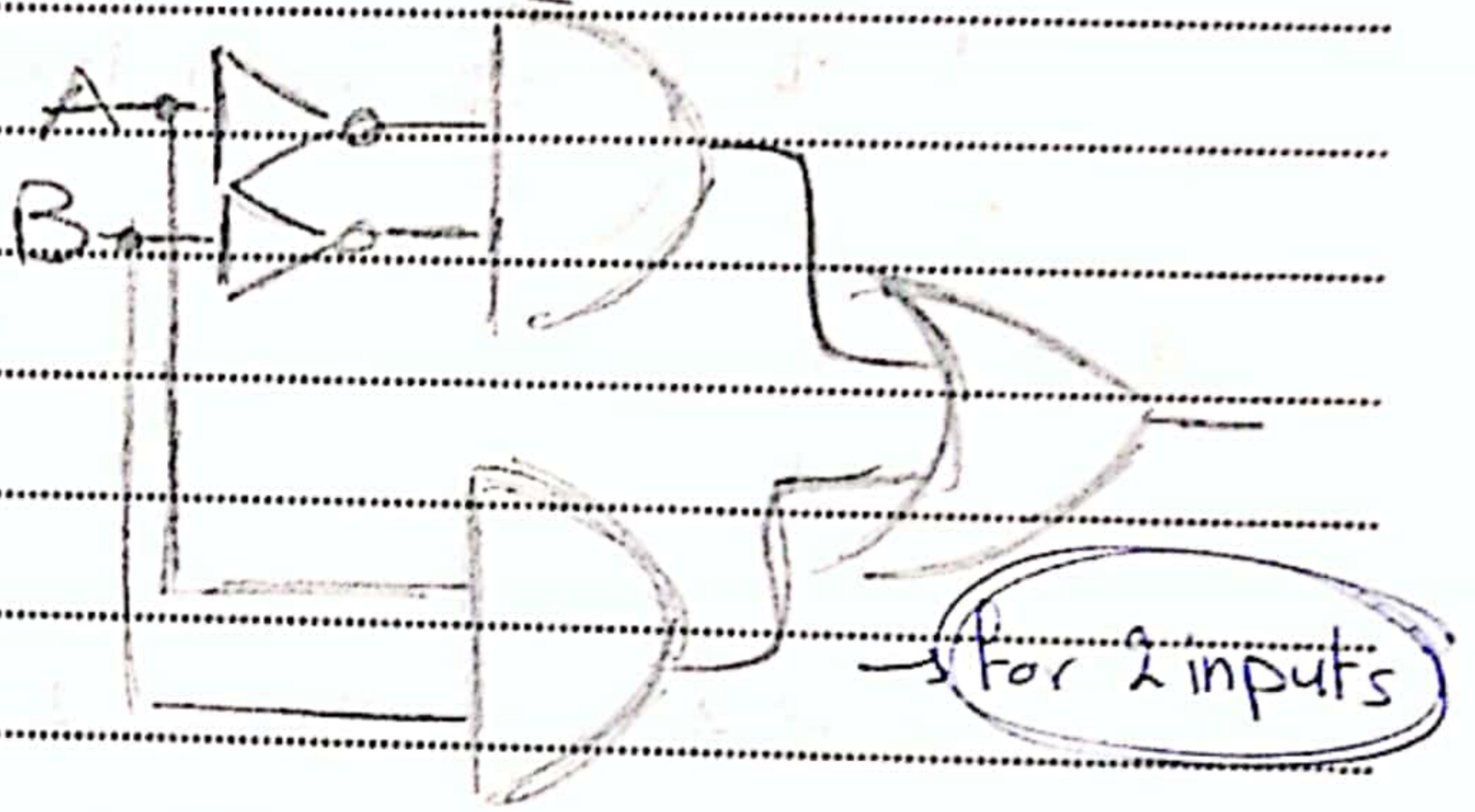
[Equivalence function]

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



(SOM) $\rightarrow F = \bar{A}\bar{B} + AB$

دالة التماثل



truth table implementation - SOP
 دالة التماثل
 واء التماثل
 المصطلح (SOM)
 XOR و XNOR

85 دالة التماثل B

Identities of XOR and XNOR

truth table

ایسا ہی ہے جیسے XOR کا truth table

$$\boxed{x \oplus \bar{y}} = \overline{x \oplus y} = x \odot y = \bar{x} \oplus y \leftarrow \text{مثلاً}$$

x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

⇒ Truth table of XNOR

$(x \oplus y) \oplus z$ کا truth table

مثلاً

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Using pairs

$$F = ((A \oplus B) \oplus C) \oplus D$$

← 4 pairs
 A اور B کا XOR
 C کا XOR
 D کا XOR

XNOR کا truth table

فكرة XOR هي ان XOR هو عملية تسمى XOR
 اذا كان عدد الـ 1 variable 2

$$x \oplus y \oplus z \neq \overline{x \oplus y \oplus z}$$

الاجابة الوحيدة الصحيحة هي -

$$x \oplus y = \overline{x \oplus y}$$

$$F = A \oplus B \oplus C$$

مثال

XOR is called "odd function"

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

The output is 1 when the number of ones in the input is odd.

وهي احدى العمليات على المتغيرات البينارية

وهي احدى العمليات البينارية الى output

تكون عدد الـ inputs كما في كل زوج الـ pairs

min terms (تسمى الـ minterms) (تسمى الـ minterms) (تسمى الـ minterms)

$$F = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

وبناءً على ذلك، يقدر الكاتب بجدارة أن (SOM) من كتابه لا يمكن
 term based on truth table

مثلاً

$$F = w \oplus x \oplus y \oplus z$$

$$F = w \bar{x} \bar{y} \bar{z} + \bar{w} x \bar{y} \bar{z} + \bar{w} \bar{x} y \bar{z} + \bar{w} \bar{x} \bar{y} z$$

$$+ w x y \bar{z} + \bar{w} x y z + w \bar{x} y z + w x \bar{y} z$$

مثلاً 4، 4، 4، 4

إذاً في ال XOR، يكون عدد ال 0 في ال output = عدد ال 1
 عدد متساوي

بما أن ال input 16، فيكون ال output 16، و 8 من ال 16
 ال odd terms

Parity

كيف نحصلها؟

XOR → 1 يكون ال output
odd parity إذاً في ال F → output name

Zero parity إذاً في ال F
 zero terms (outputs)

Tri-state Buffer

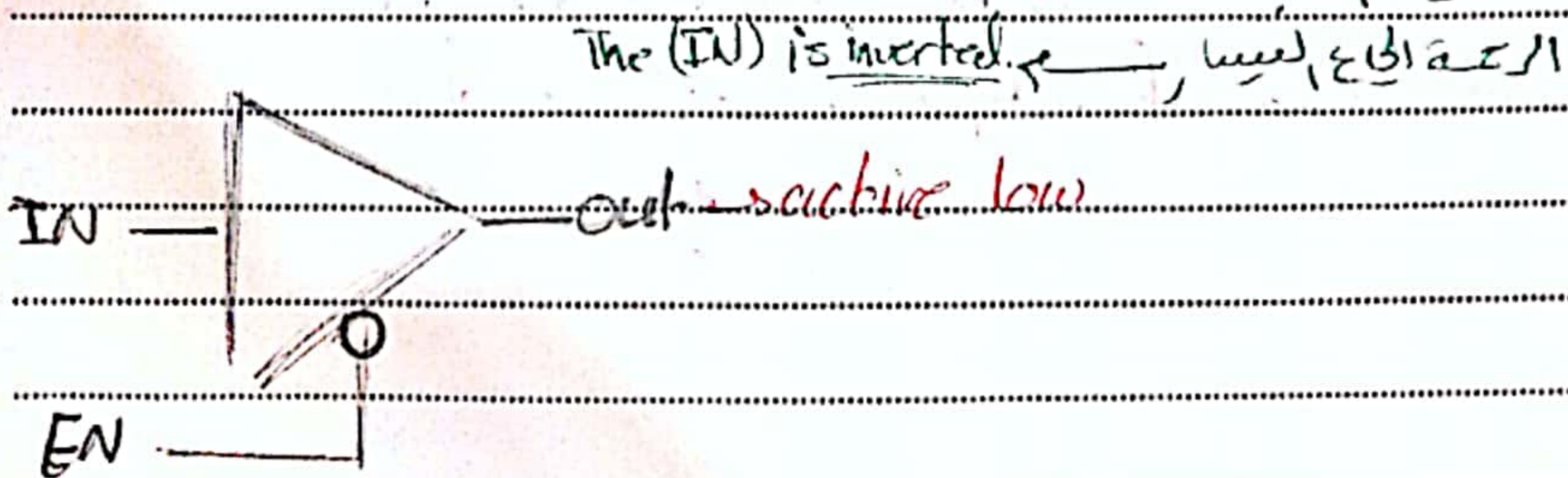
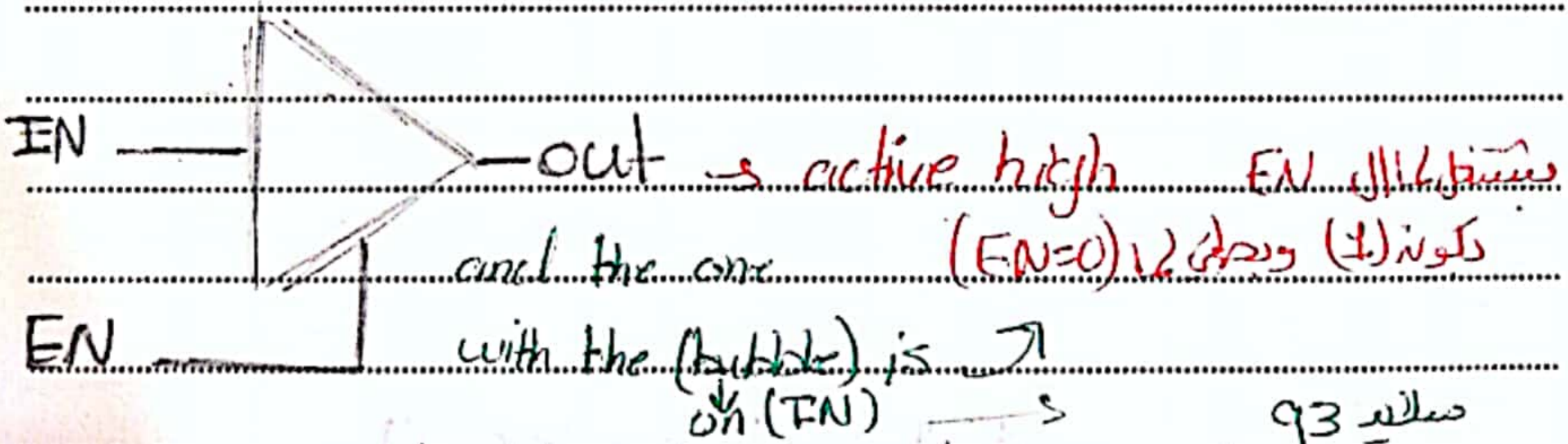
EN	IN	output
0	0	Hi-Z
0	1	Hi-Z
1	0	0
1	1	1

هناك circuit
 في حال تم تفعيله اذا ان
 (enable = 0) ، يكون
 المقاومة في طرفي الـ output عالية
 جداً (تتصرفان الى كالمقاومة)

↓
 بجهد = 0 ← يكون open circuit

نظراً الى ان output يمكن ان يكون عازلاً

لما يكون (EN=0) بجهد موجب Buffer عازلاً

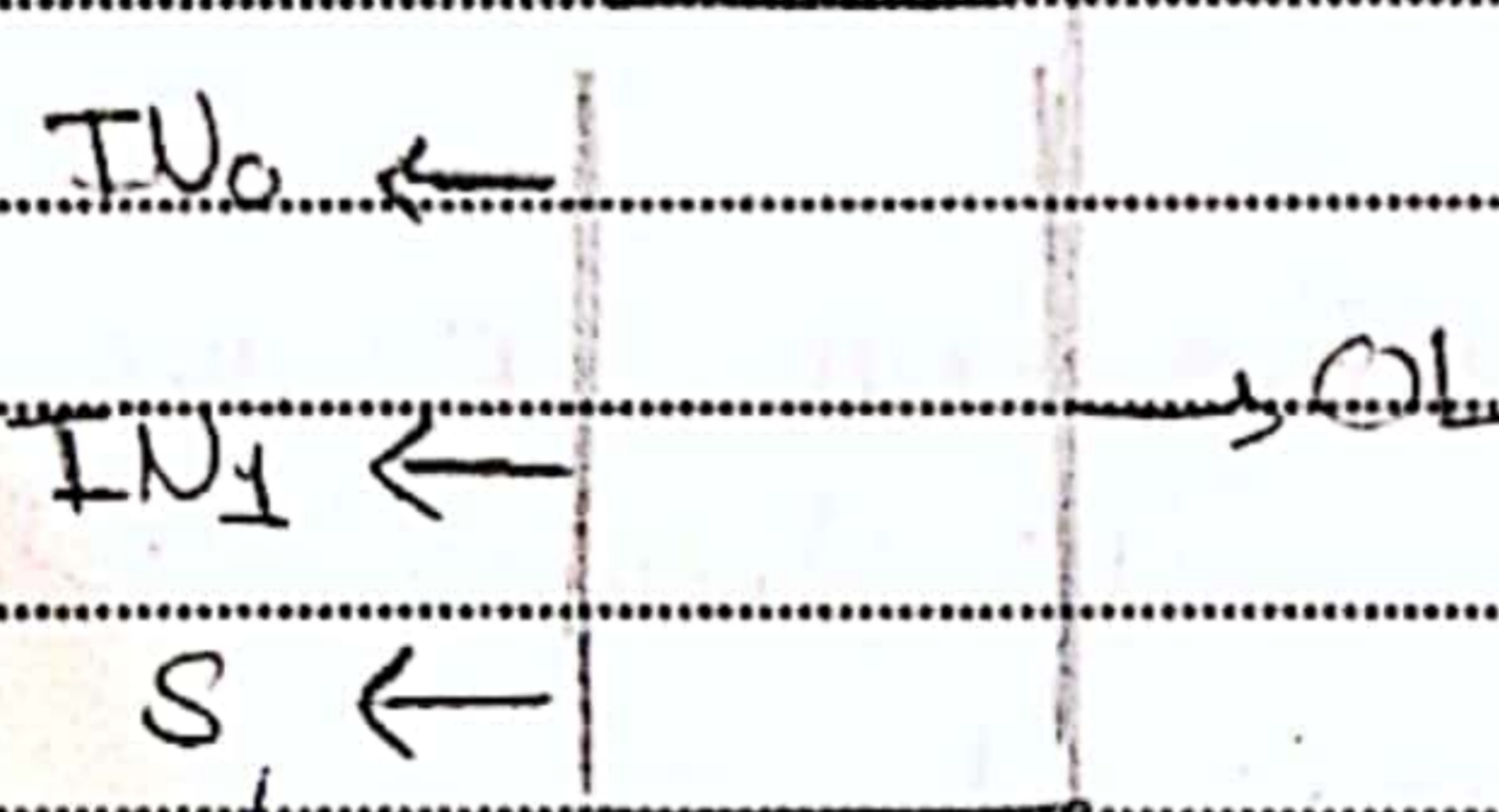


الأولوية هي لتسوية الـ EN ، حسب إذا كانت أو مغلقة
دائرة الخرج الـ (Input)

عازلة أي أن يكون لها 3 inputs
أي أن يكون لها 94 (تسمى عازلة)

لذلك لازم أخذنا أنه لا يكون يحوّل وحدة من الـ circuits
on و وحدة off ، ما يتركها تكونا on مع بعضها

Tri-state logic circuit



الـ inverter الذي على الـ S
تأكد دليلاً ، أنه لا يكون يحوّل وحدة من الـ off

Circuit by selection

	EN_1	EN_0	IN_1	IN_0	OL
$s=0$	0	1	X	0	0
	0	1	X	1	1
$s=1$	1	0	0	X	0
	1	0	1	X	1

بواسطة s في EN في Tri-state buffer OL IN EN IN

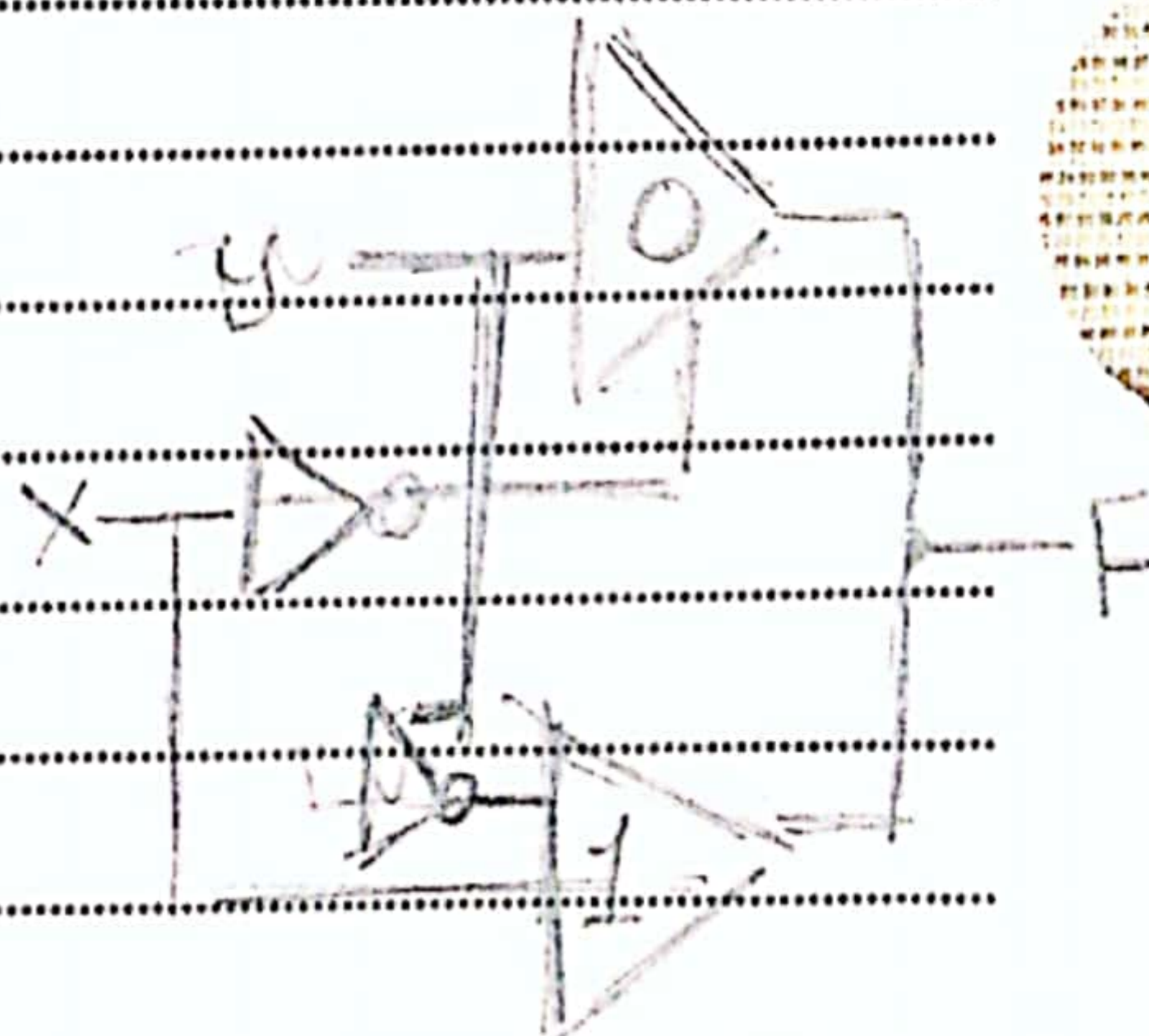
$$F = X \oplus Y = \overline{XY} + X\overline{Y}$$

مثال 2

X Y F Tri-state buffers, inverters

0	0	0	}	$X=0$	$\rightarrow Y$
0	1	1			
1	0	1	}	$X=1$	$\rightarrow \overline{Y}$
1	1	0			

عند $X=0$ Y يخرج
 عند $X=1$ \overline{Y} يخرج
 الناتج F



SUBJECT:

Circuit by schematic

	EN_1	EN_0	I_{N_1}
$s=0$	0	1	X
	0	1	X

$s=1$	1	0	0	X	0
	1	0	1	X	1

دائرة Tri-state buffer مع s و y مخرجاتها

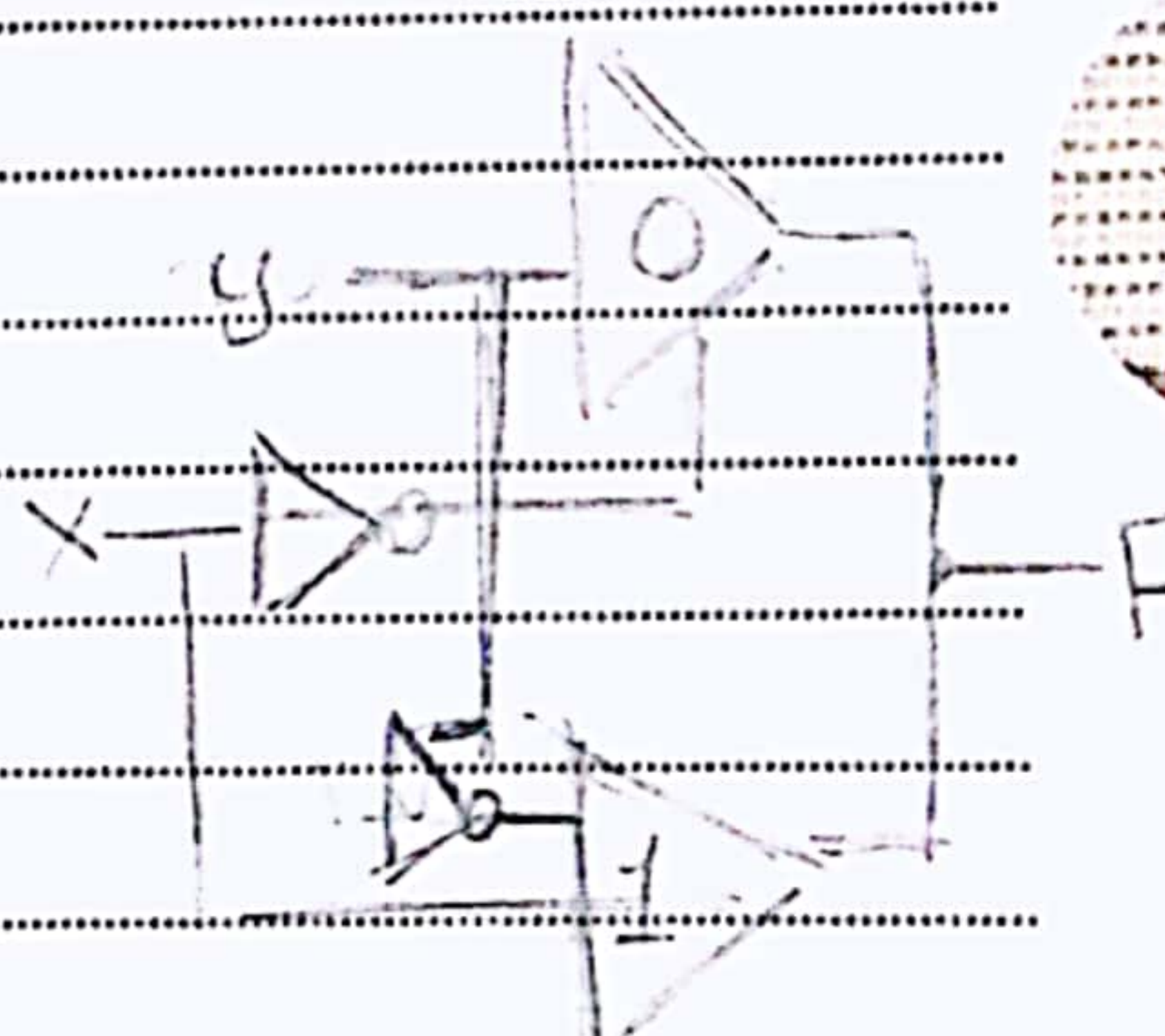
$$F = x \oplus y = \bar{x}y + x\bar{y}$$

فكرنا

X	Y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tri-state buffers, inverters

عندما $x=0$ مخرجنا y
عندما $x=1$ مخرجنا \bar{y}
الآن الى كذا



S T A R S N O T E B O O K

Exercise slide 98

X	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$x=0$

$F=y$

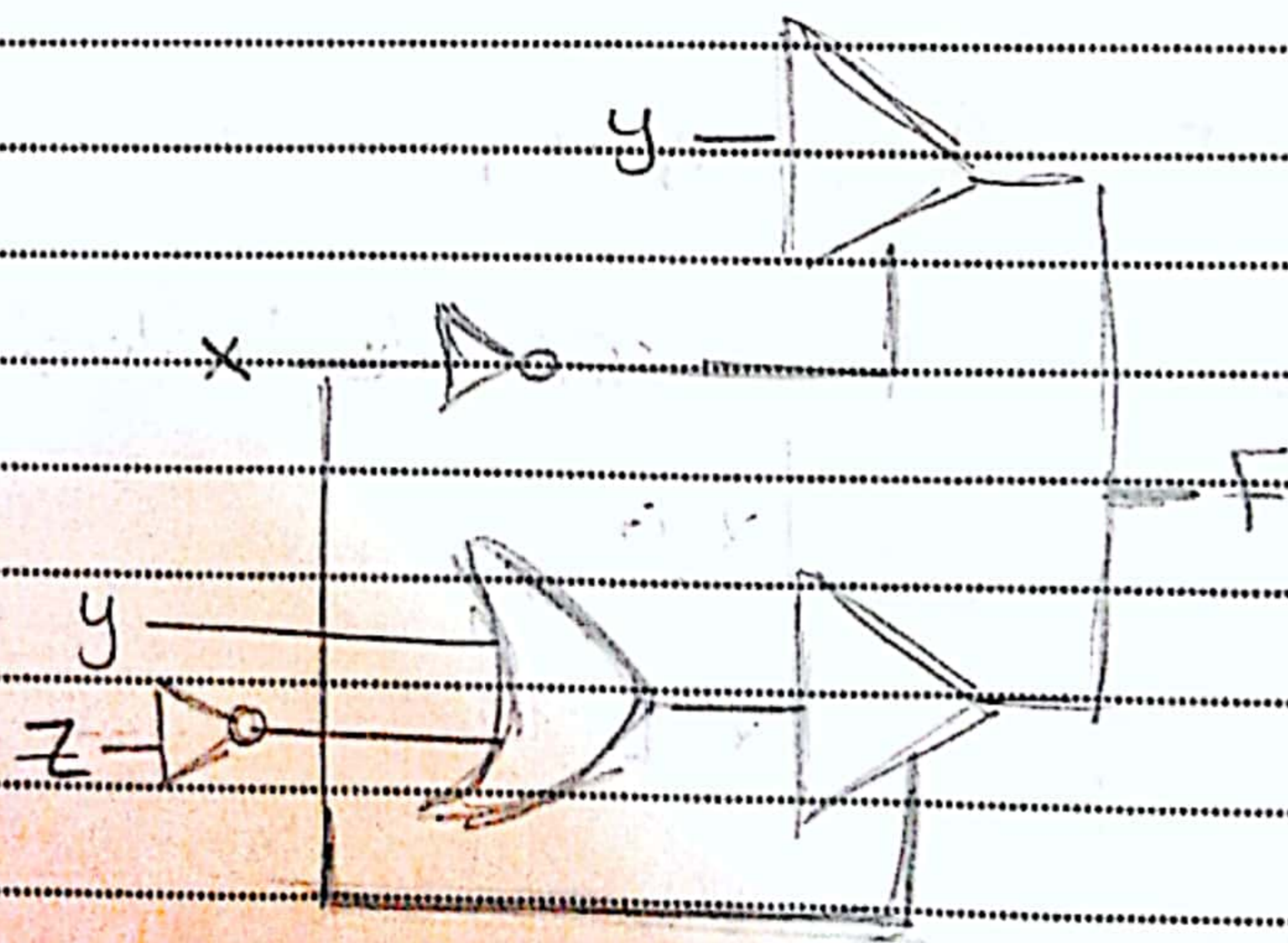
$F = \bar{y}\bar{z} + y\bar{z} + yz$

$x=1$

by simplification

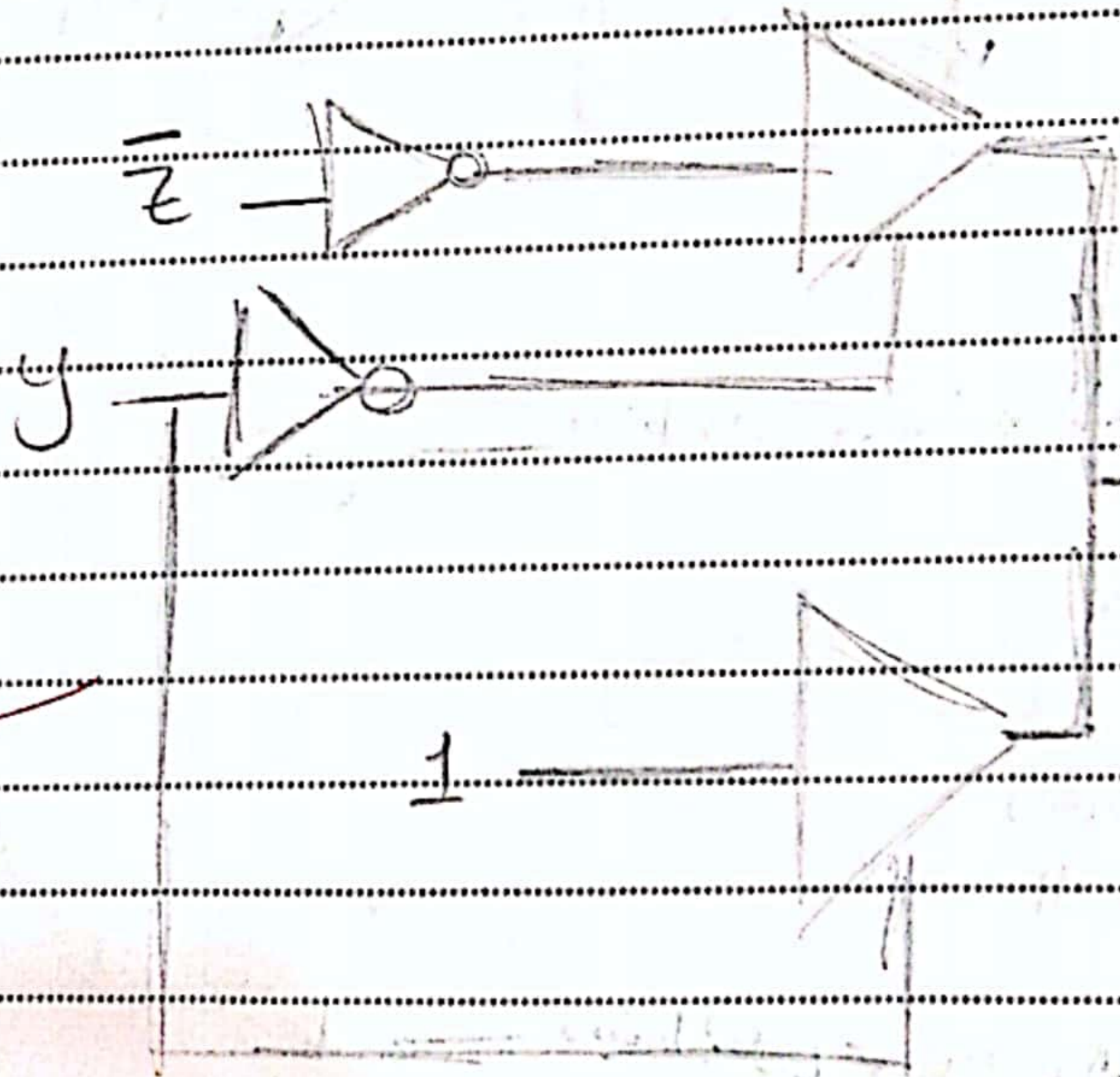
$F = y + \bar{z}$

using invertors, Tri-state buffers, OR, AND, NOT



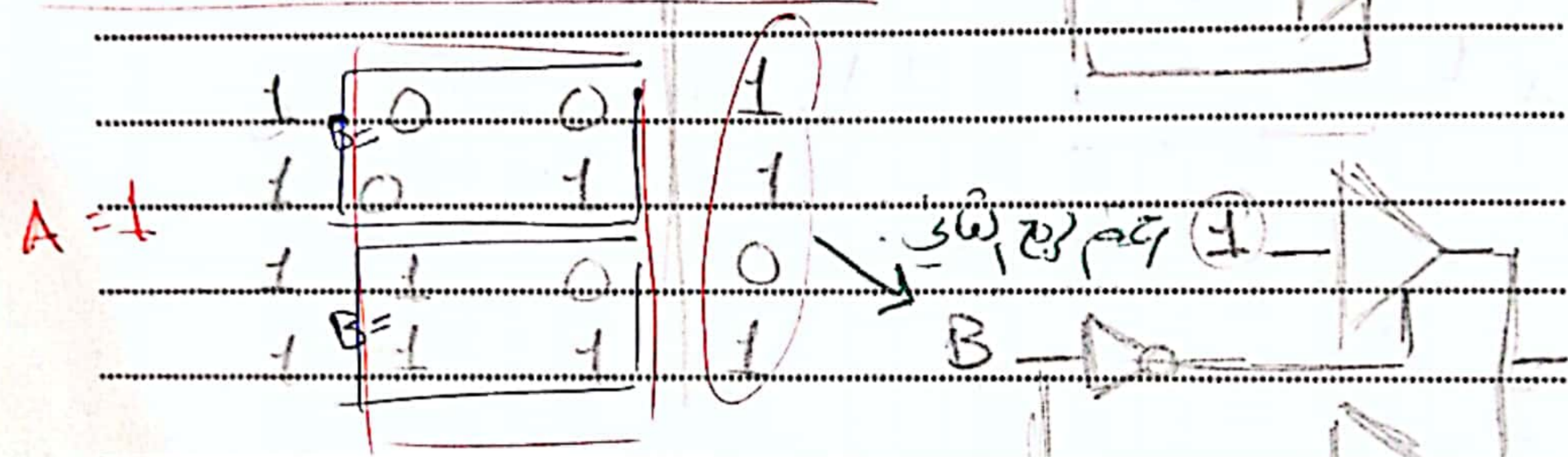
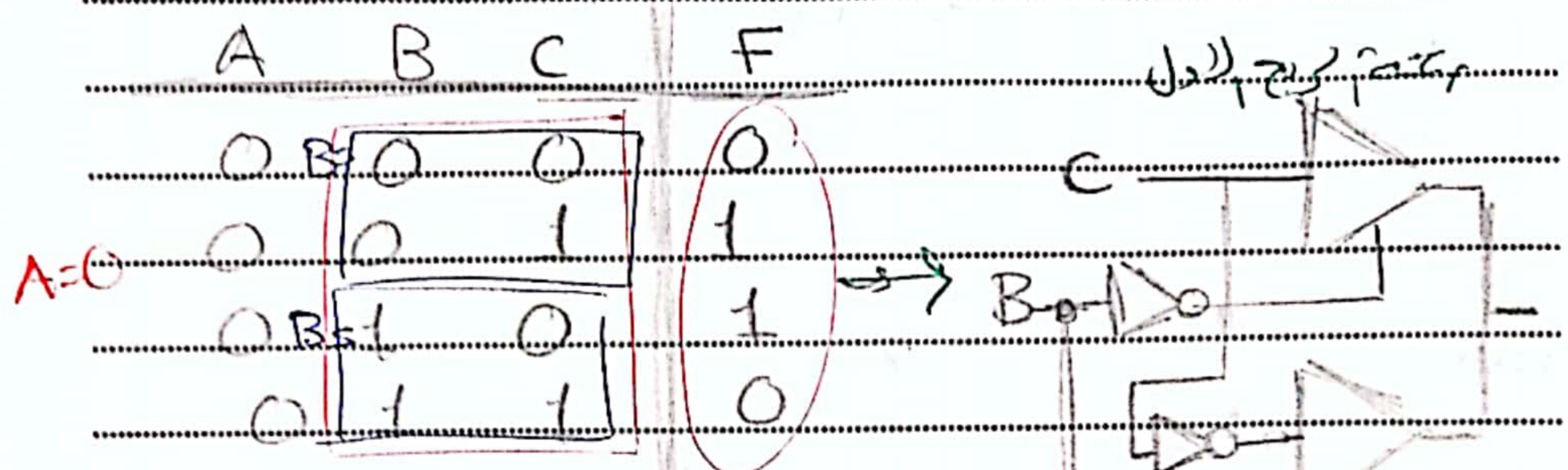
لو فرضنا بساج بان OR، بصير الـ F اللي بالجزء اللي تحت
 Truth table فنظروا بجمع ليسير كيتبين

	y	z	F
y=0	0	0	1
	0	1	0
y=1	1	0	1
	1	1	1

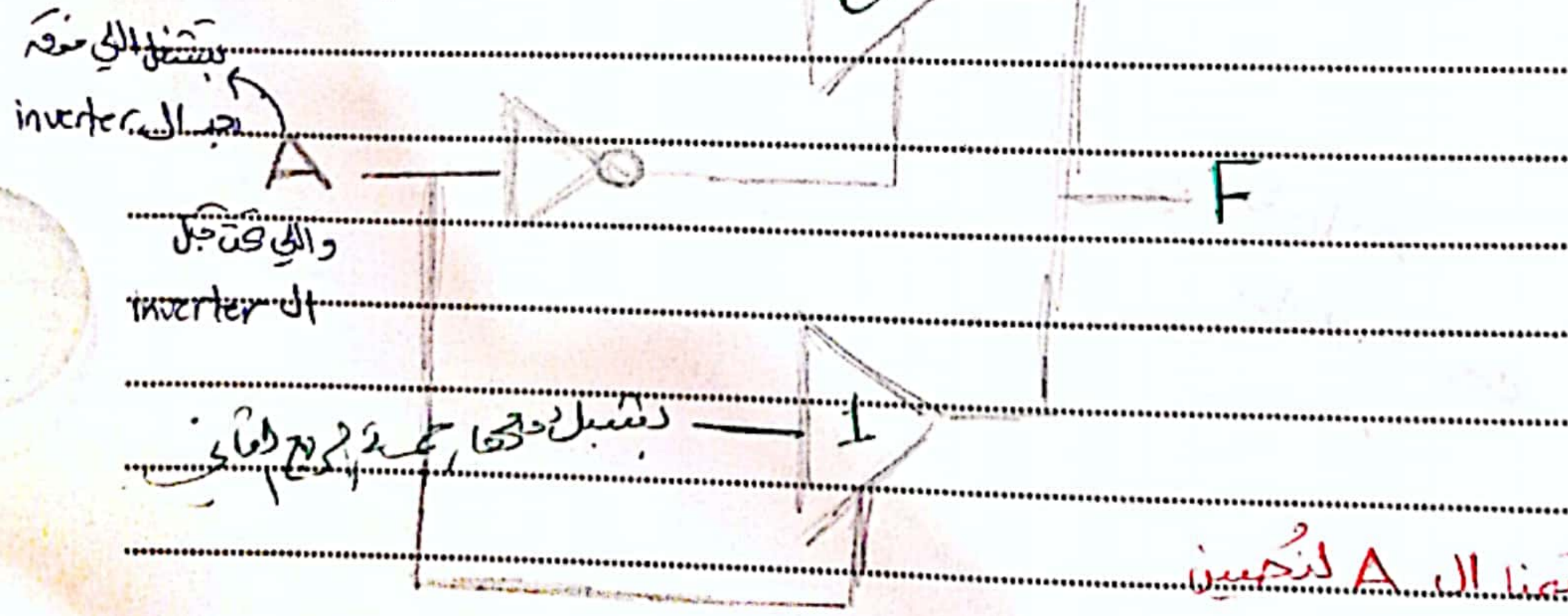


دور تشغيل هادي
 كل ال
 ههنا CR

example - اعد سوال على يدني على اوجه



تقبل دوجا، مخرج الدارة



صينا ال A لنكبين
وال B لوجين
وجها ال C دوال input

Exercise example 99 → Truth table

البيان المنطقي

A	B	C	F	
0	0	0	0	ال Bubble
0	0	1	0	هذا الارجح يستعمل ال السريان الى اليمين
0	1	0	0	يستعمل ال inverter
0	1	1	1	هذا يستعمل ال خوذة
1	0	0	0	هو يستعمل
1	0	1	1	ال ال circuit الرجح الى اليمين
1	1	0	0	عنه ال ال EN = 0
1	1	1	0	ال ال خوذة

$$F(A, B, C) = \bar{A}BC + A\bar{B}C$$

End of chapter 2
part 3

Chapter 3: combinational logic design

آزمایشگاه داینامیکاً طراحی و آزمایش می‌شود
 و در نهایت با استفاده از ابزارهای مختلف
 بررسی می‌گردد.

Lab 3

(Design Example 1)

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

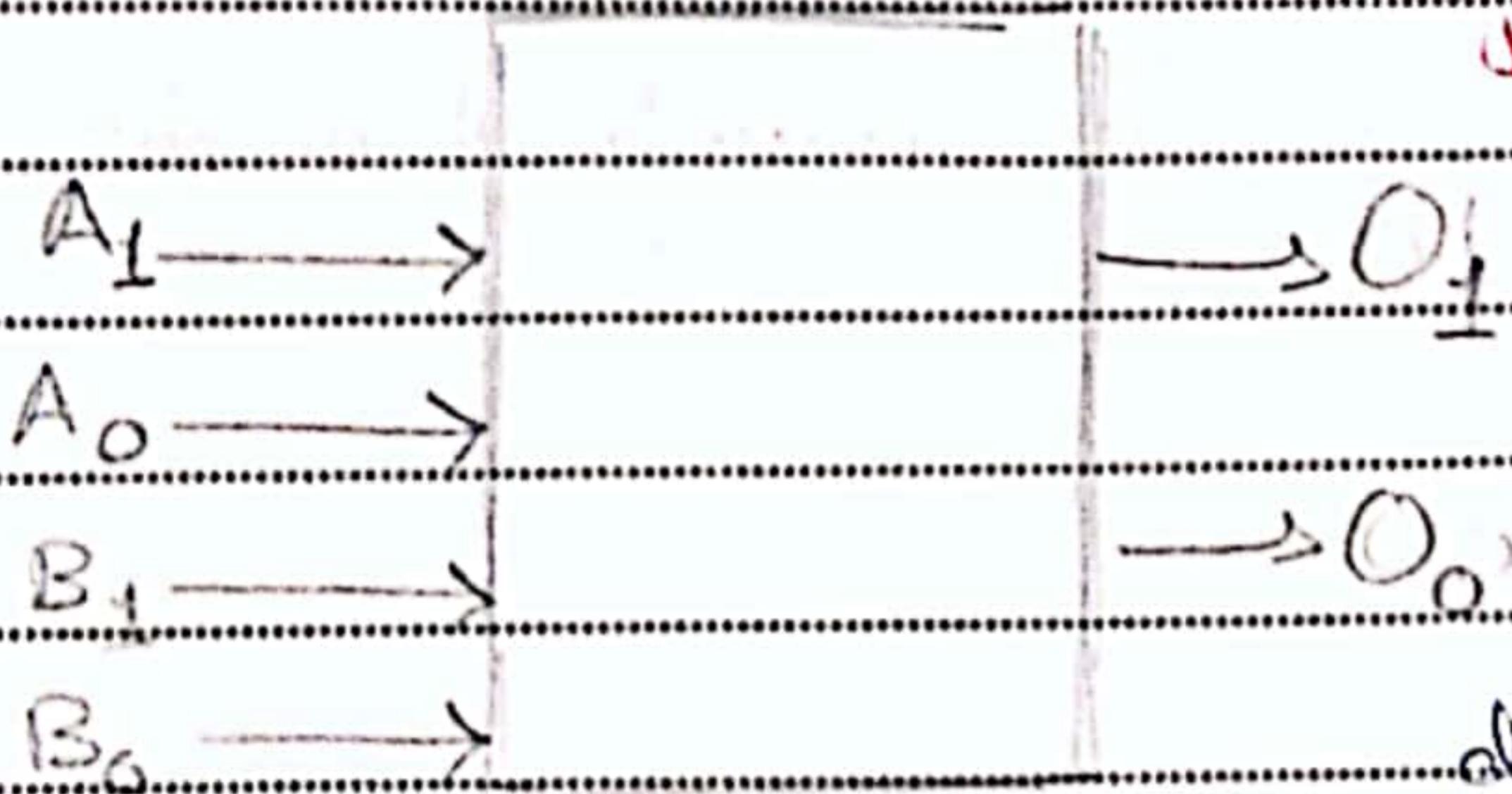
0	1	3	2
0	0	1	0
4	5	7	6
0	1	1	1

Design Example 2

conceptually

Binary

circuit



even

decimal

even

A₁ A₀ B₁ B₀

0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0

4 inputs ✓

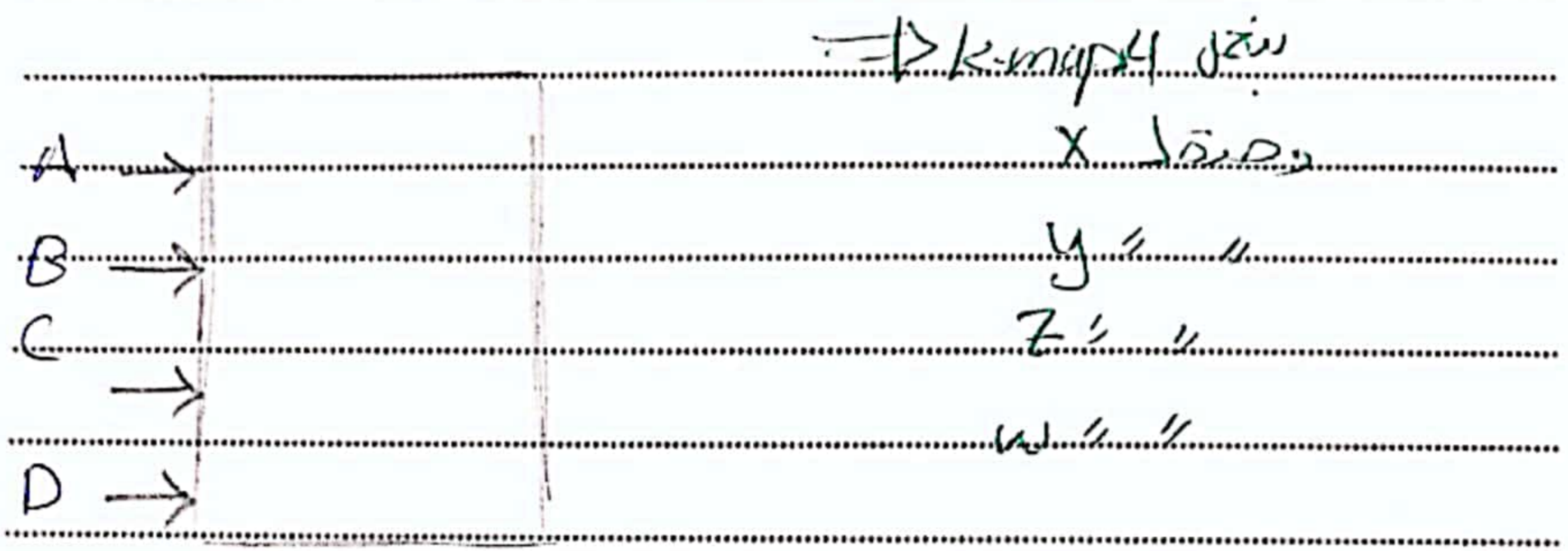
2 outputs ✓

کامل رسالہ

1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---

2 outputs \rightarrow 2 k-maps

Design example 3



\Rightarrow k-map 4 jzu

X " "

Y " "

Z " "

W " "

BCD 4 \rightarrow Excess 3
CSTAPJuz \rightarrow is BCD + 3

9 \leftarrow 0 is

0000 jzu

1001

SUBJECT:

لا يمكن معرفة NAND و NOR بشكل ال AND و
ال OR و ليس يمكن ال inverter على

ال inverters من اجلها بعض الاجابات

المعادلة لـ NAND ال

← ال AND من اجل ال NAND و ال inverter

← " " " or " " و يمكن ال ال ^{inputs} ~~xxxx~~

← من اجل ال inverters اذا لم يتبع القاعدة

← ال ال inverters ال و ال

Enabling Function

To show the difference



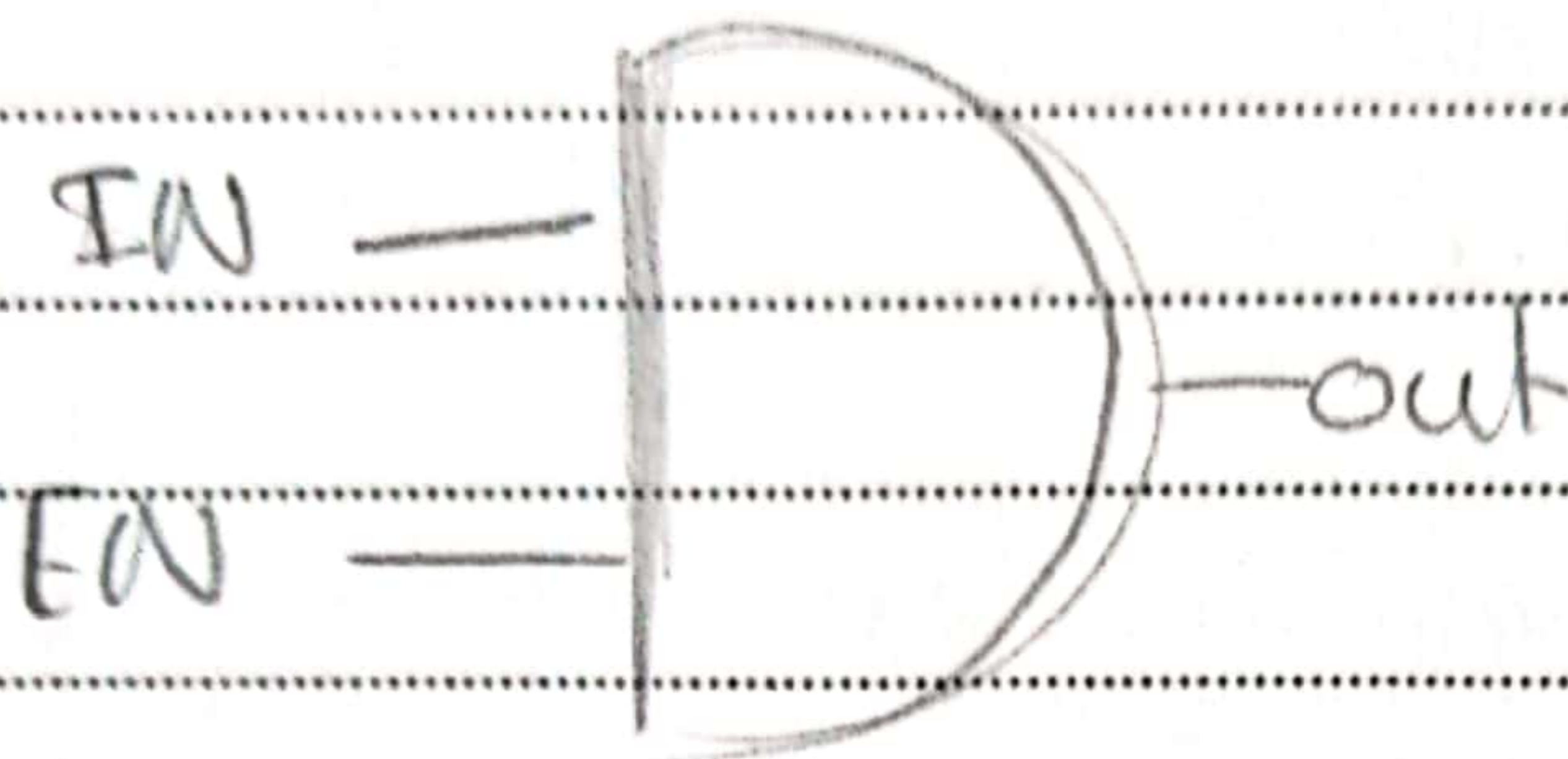
EN	IN	out
0	X	Hi-Z
1	0	0
1	1	1

off ← $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$, EN=0

output's input when EN = 1

But

صورتها في output و zero
باعتبارها buffer الـ output



EN	IN	out
0	x	0
1	0	0
1	1	1

→ كان output هو الـ 0

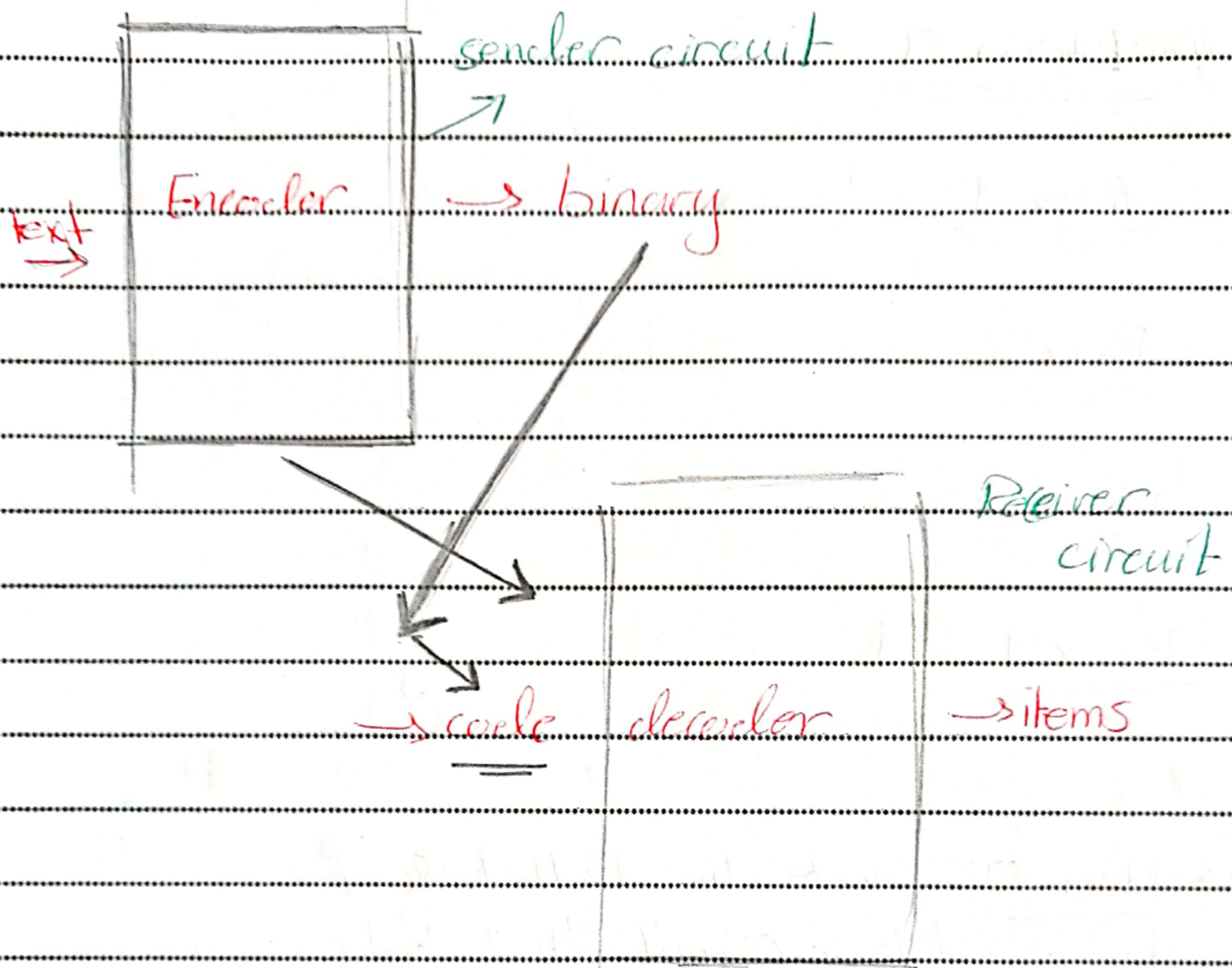
Buffer

And

EN

EN=0 و output = 0
EN=1 و output = IN

~~XXXXXXXXXX~~



Suppose you have 4 colors (items)

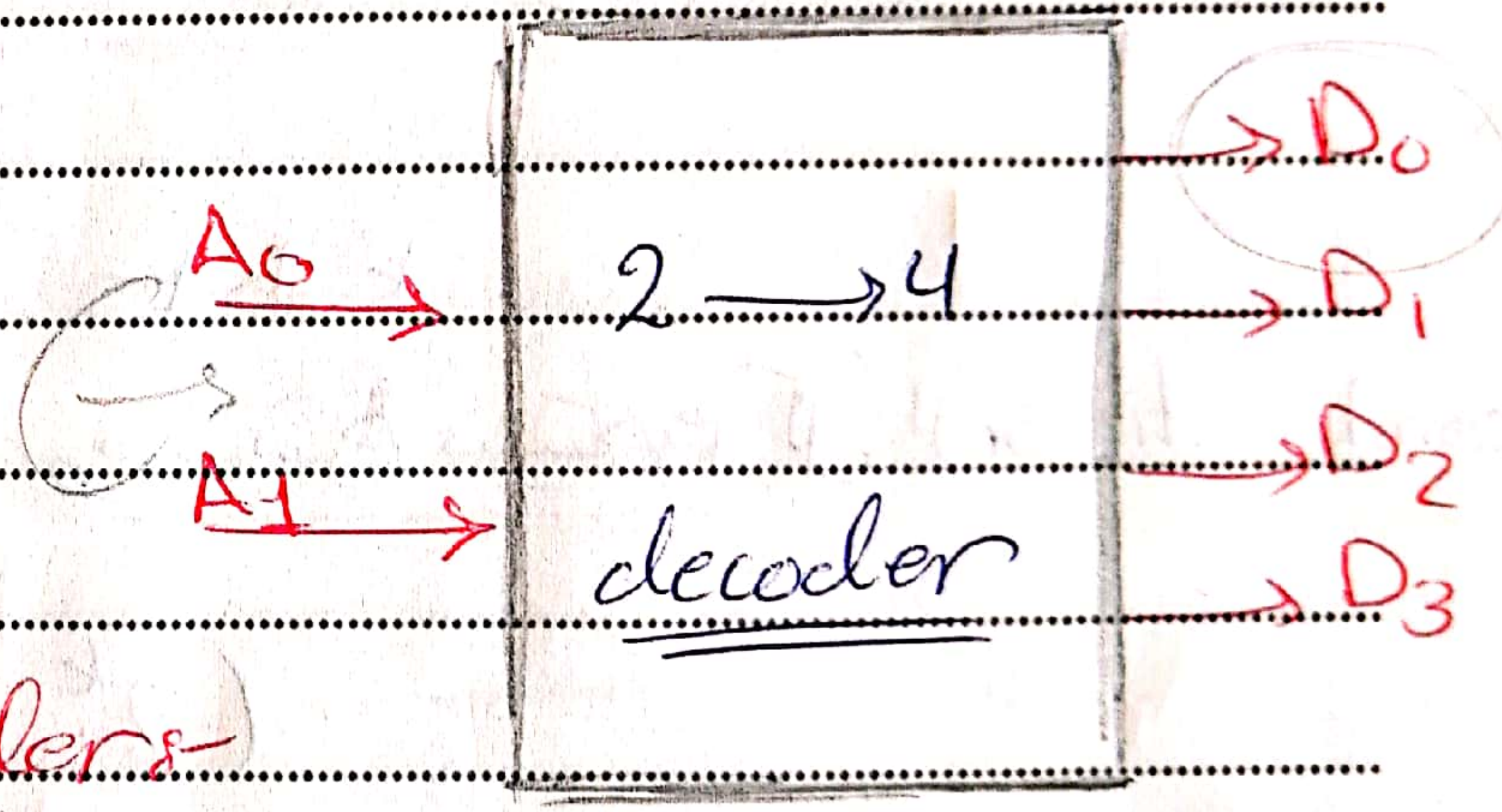
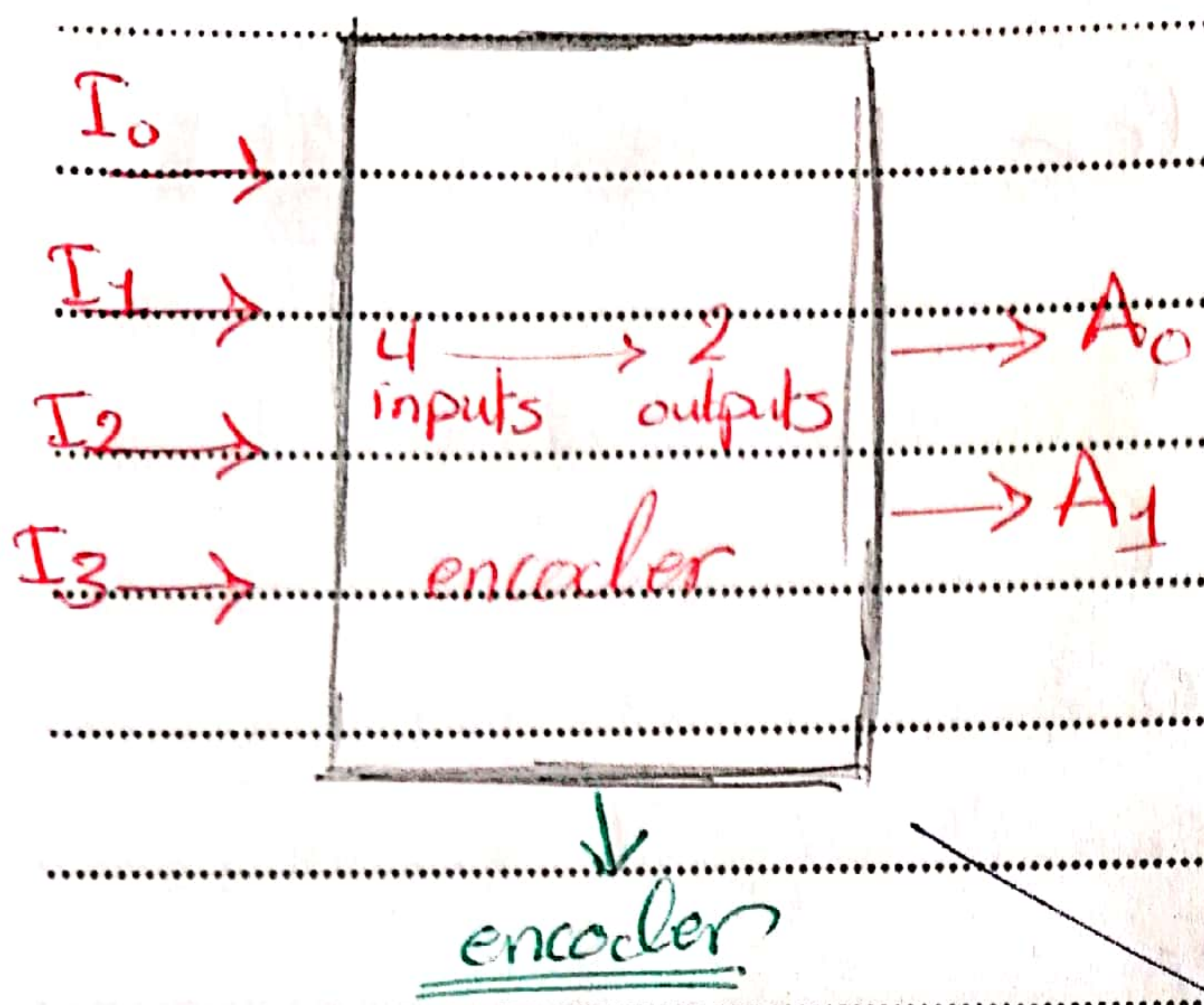
4 combinations \rightarrow you need 2 Bits.

Black \rightarrow 00

white \rightarrow 01

silver \rightarrow 10

Gold \rightarrow 11



truth table for encoders-

I_3	I_2	I_1	I_0	A_1	A_0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1

عامةً لا يوجد

items من ال

ليس

user لا يستطيع

العمل على

العمل على encoding

truth table for decoder

A_1	A_0	I_3	I_2	I_1	I_0
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0

إذا كان الكود k -bits ← combinations
 العدد 2^k = input combinations

فال $(2^k \rightarrow k)$ encoder

بمجرد 2^k input و k outputs

وال $(k \rightarrow 2^k)$ decoder

بمجرد k input و 2^k outputs

Decoder

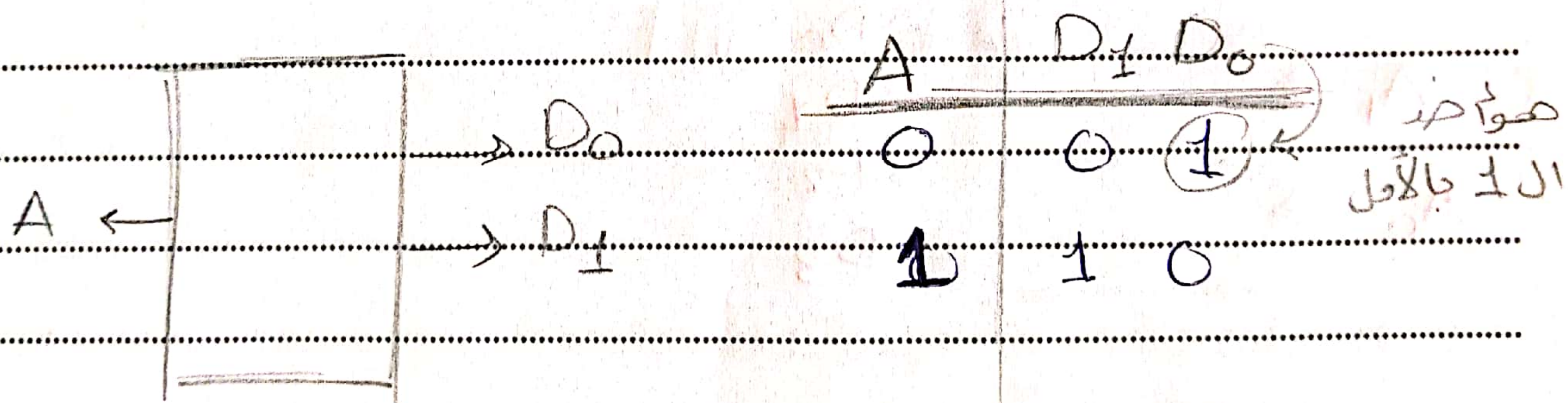
↳ items code معلومات code

Specification of the encoder

output معلومات 2 bits معلومات 1 bit
 zeros معلومات 1 bit معلومات 1 bit

decoder معلومات معلومات

1-2-line decoder (1 input bit 2 output bits)

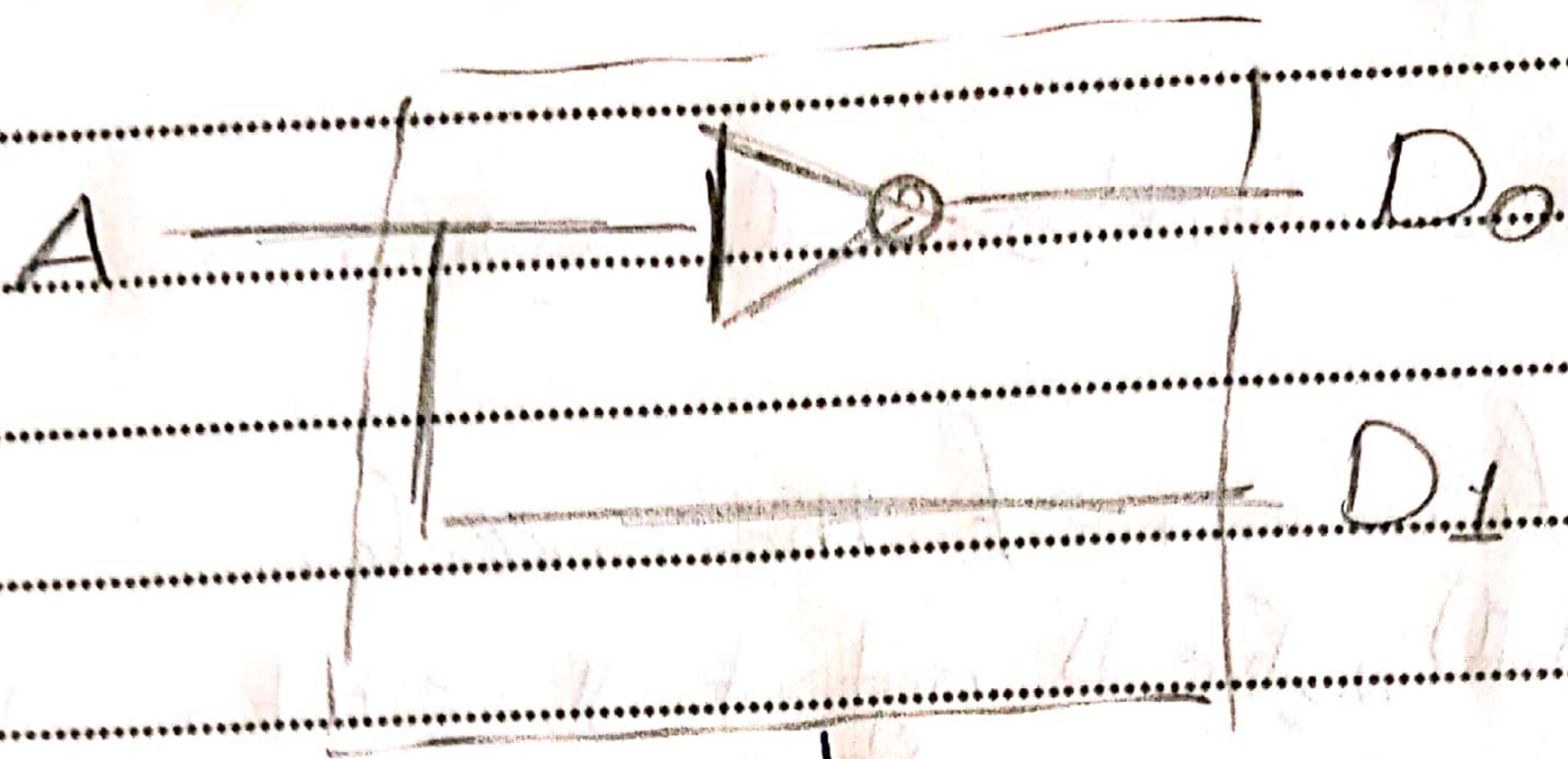


Functions of outputs separately:

$D_0 = \bar{A}$

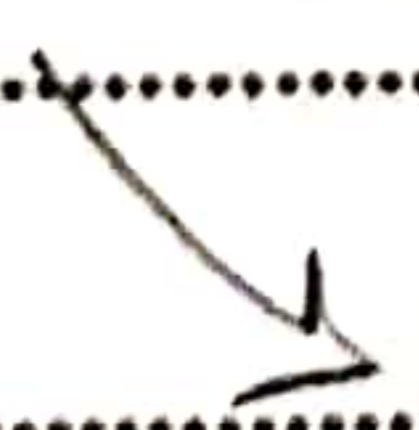
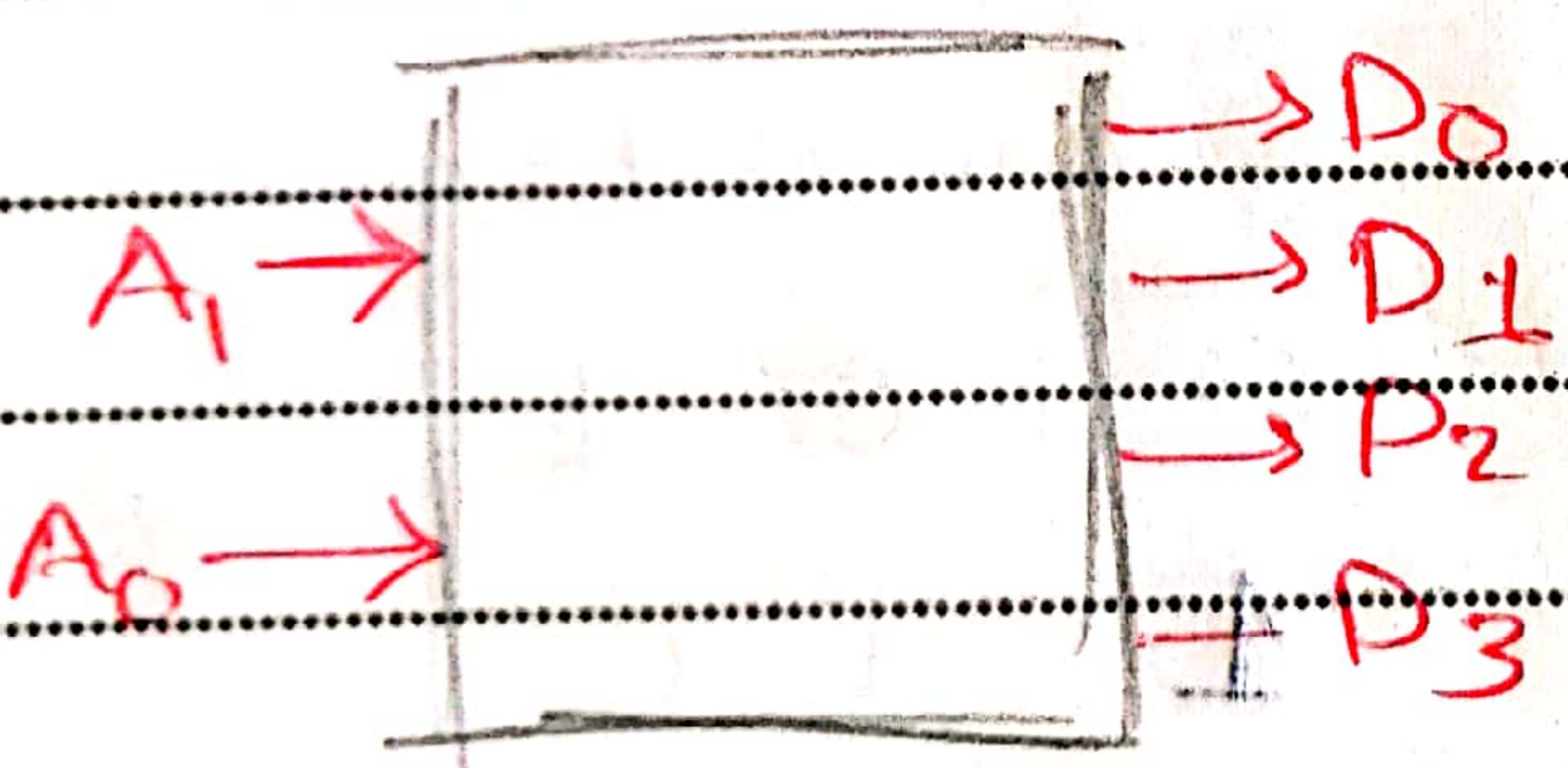
$D_1 = A$

الترساق



الترساق، الترميز، والترساق

2-4- decoder



A_1	A_0	D_3	D_2	D_1	D_0
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0

Functions

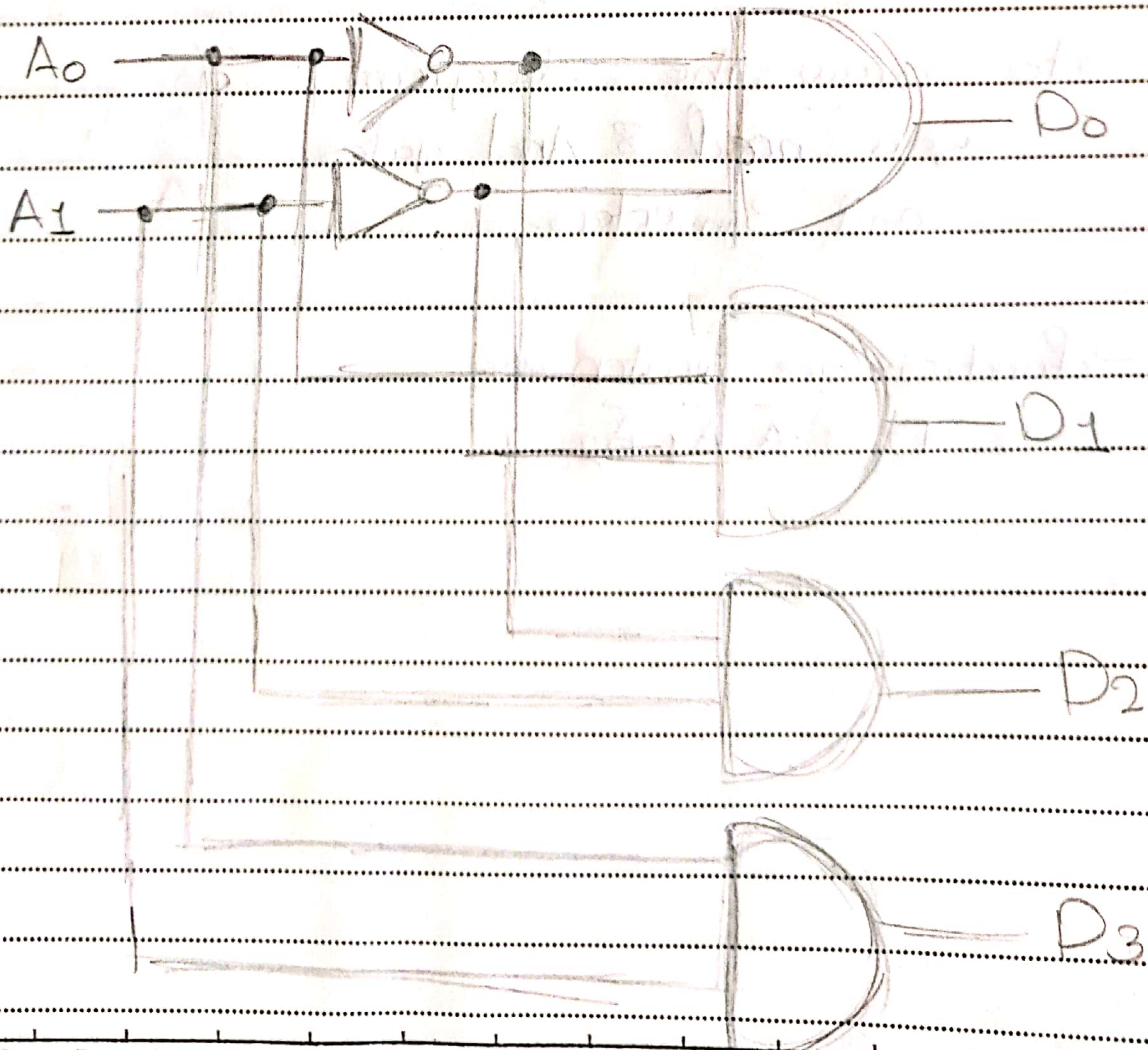
$$D_0 = \bar{A}_1 \bar{A}_0$$

$$D_1 = A_0 \bar{A}_1$$

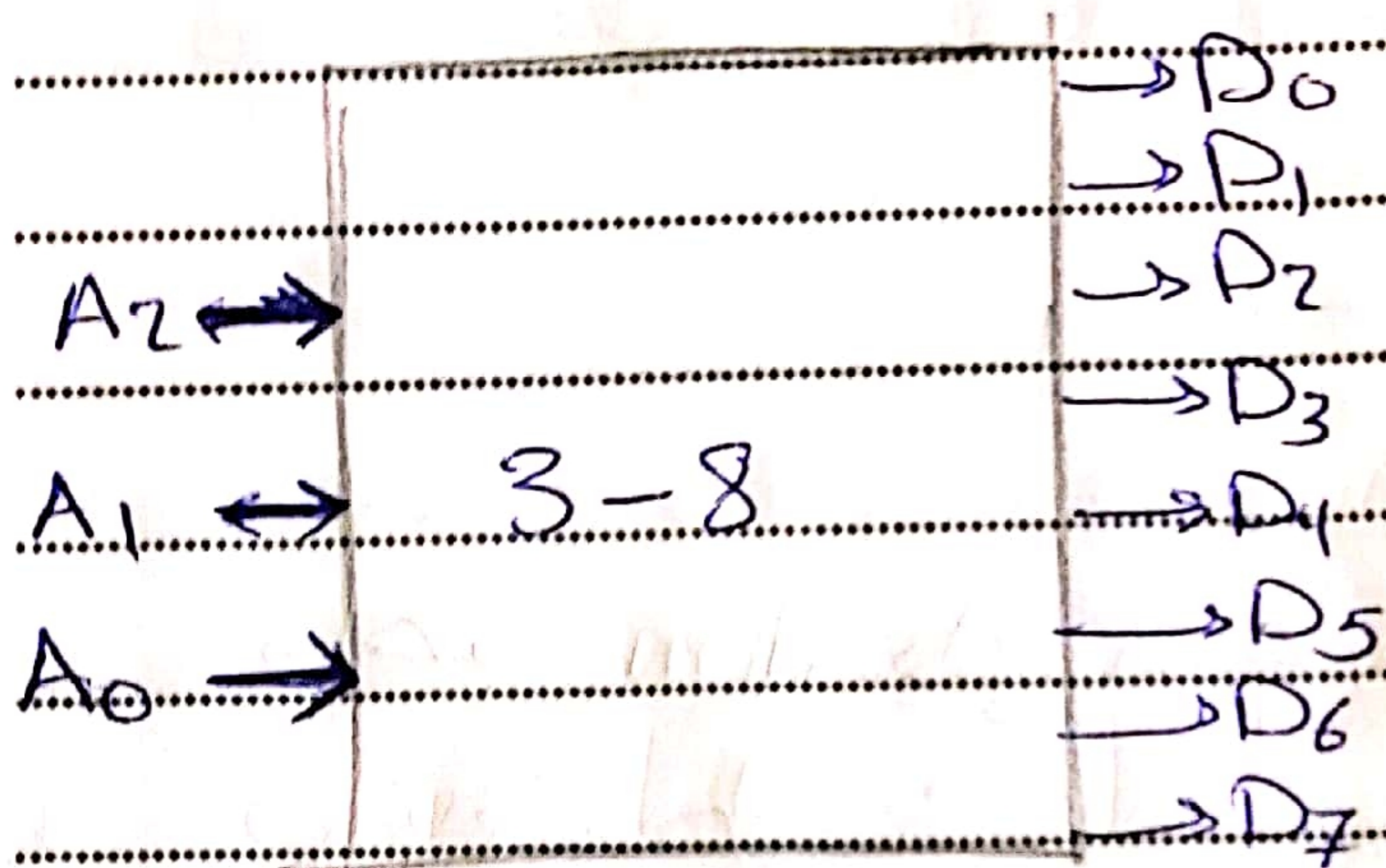
$$D_2 = \bar{A}_0 A_1$$

$$D_3 = A_0 A_1$$

سید (A₁) (A₀) item 10/9
سید (A₁) (A₀)



3-8 decoder



truth table in slide 30

→ to draw the circuit diagram:

you need 8 And gates

and 3 inverters.

→ Functions are written as

$$D_0 = \bar{A}_0 \bar{A}_1 \bar{A}_2$$

to design k -to- 2^k decoder

you need k inverters

2^k k -input And gates

to find G.N of decoder:

$$G.N = k + 2^k * k$$

inverted
inverters

And gates

هذه الطريقة هي بناء لدارة k مدخلات 2^k مخرج

The simple Approach لكن لا يحسن كثير من كفاءة الدارة

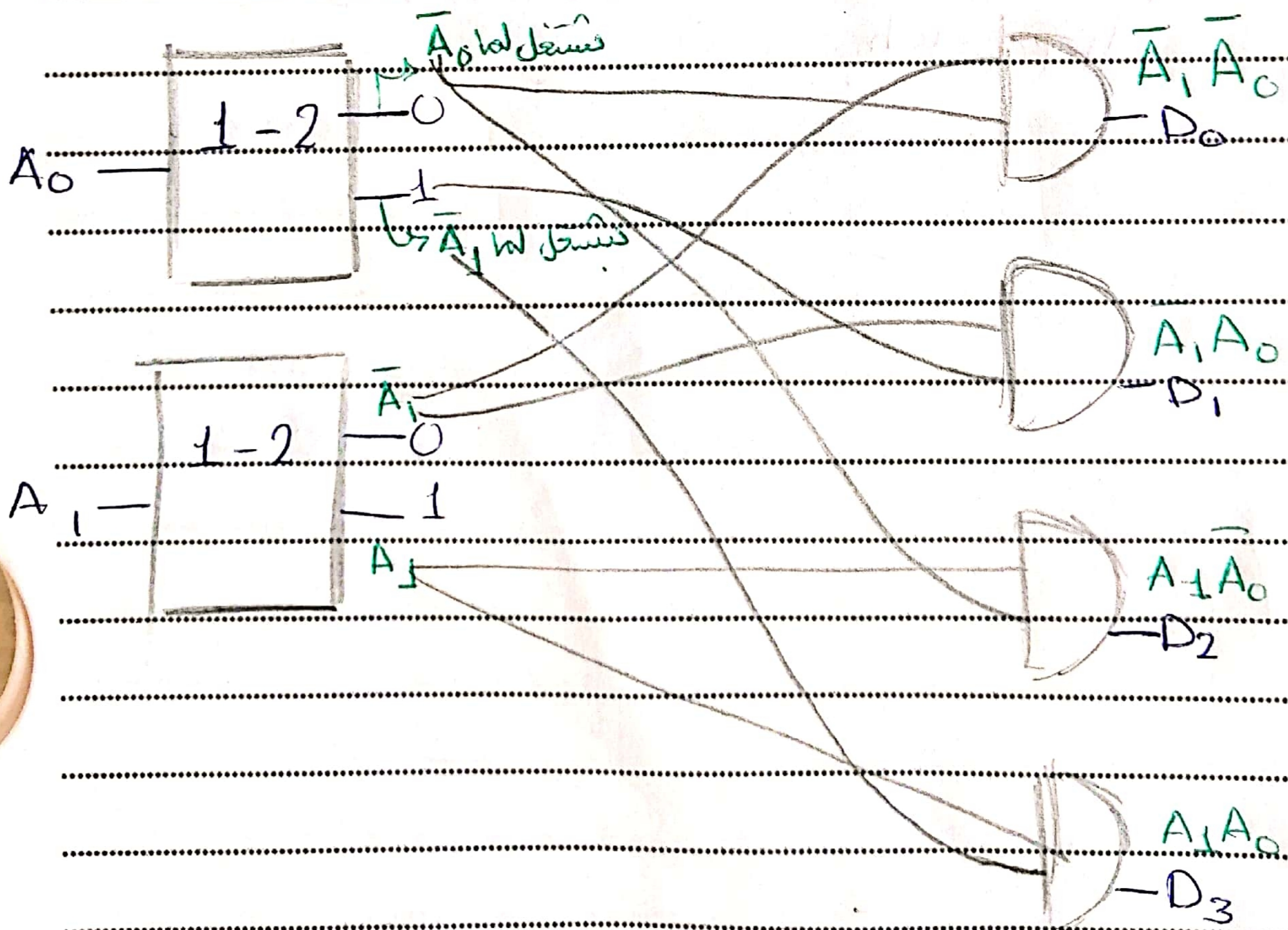
Decoder expansion approach

نبتطيق BIN أقل من لأول -
نباخذ components من أجل بناء circuit الكبر

(صنع 2) ← اننا نحتاج بجزء decoders
ان output من اجزاء decoders كبر

2-4 [decoder]

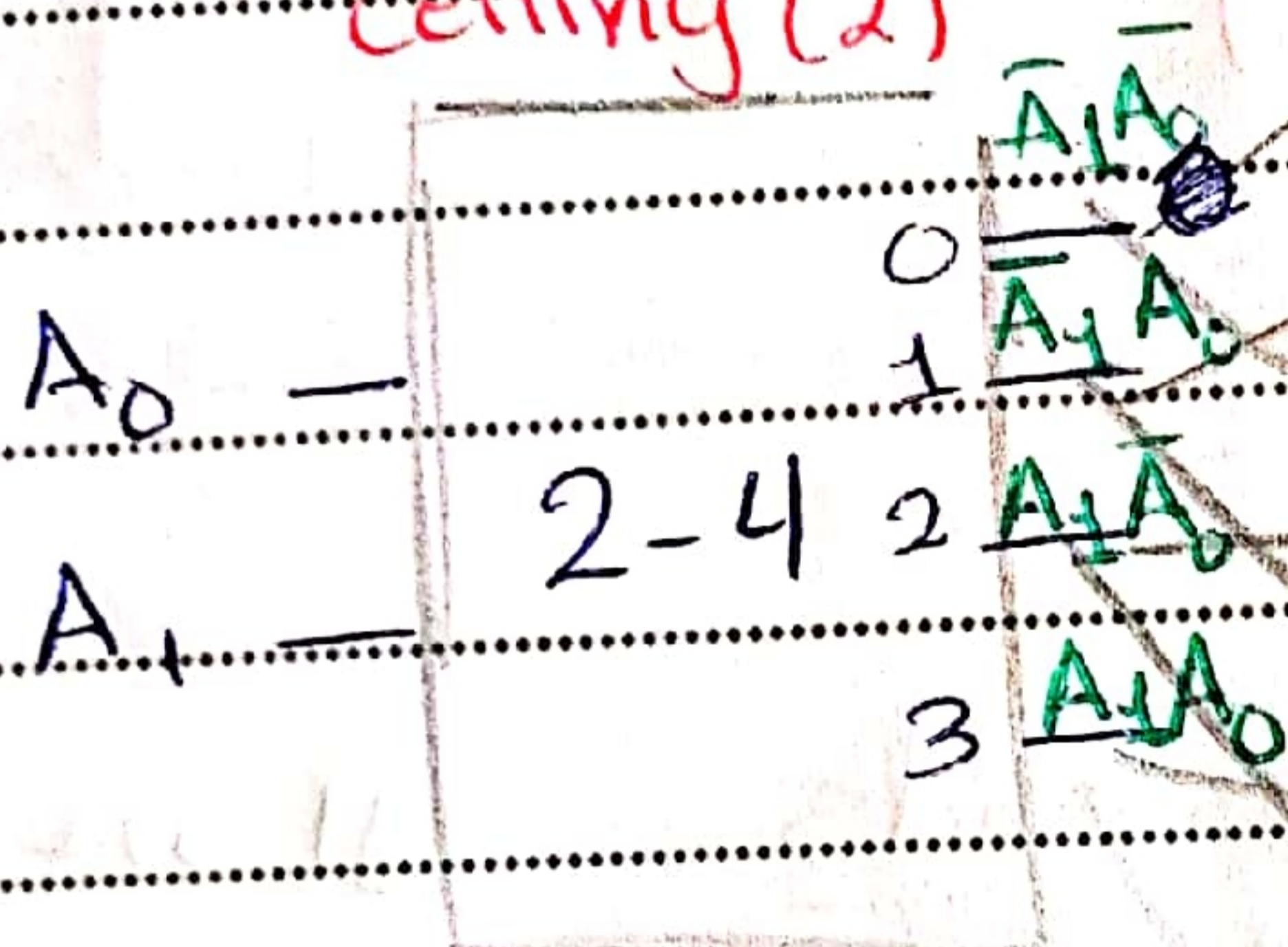
$$\frac{2 \times 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



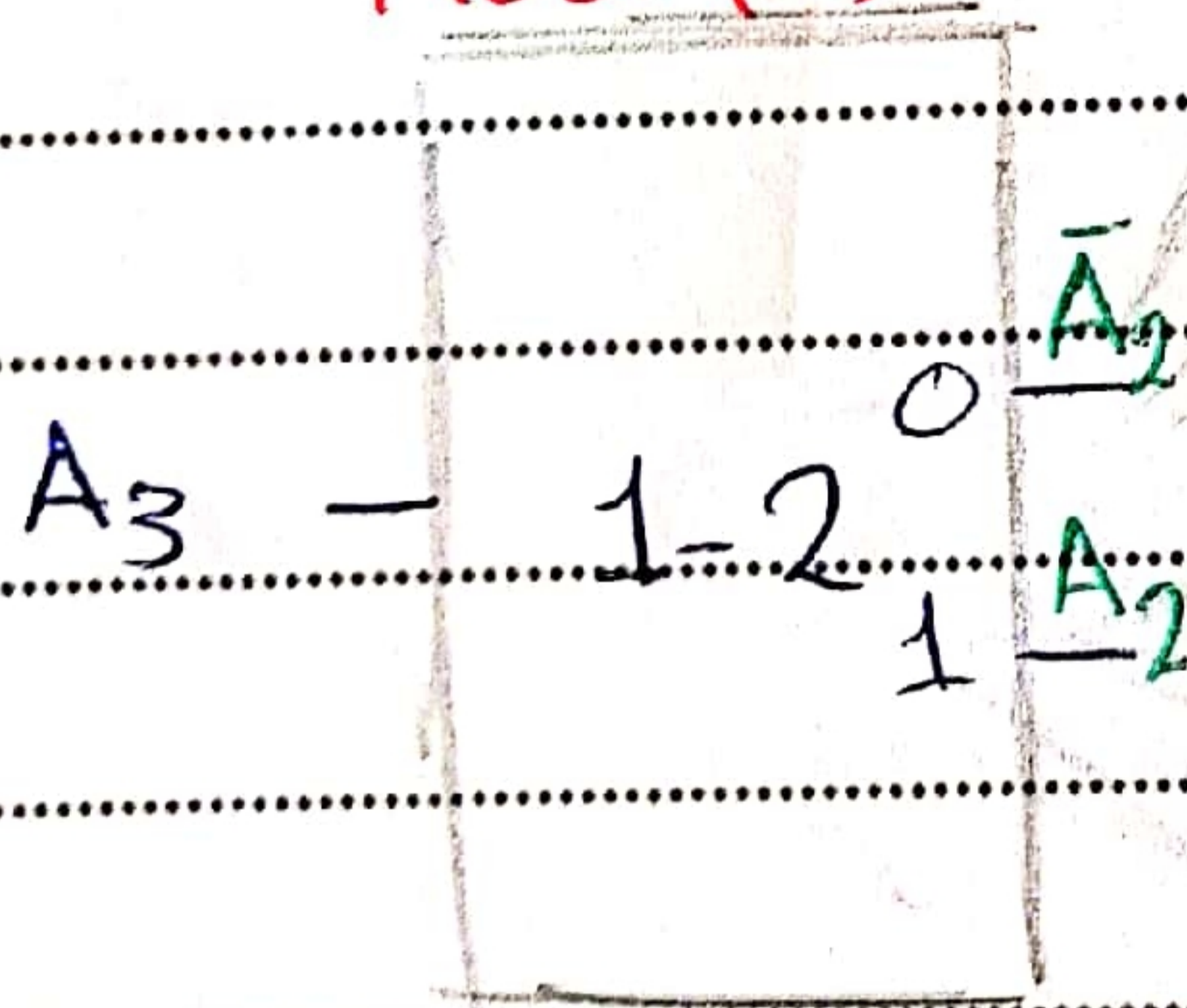
3-8 decoder

$$\frac{3-15}{2}$$

ceiling (2)



floor (1)



$\bar{A}_2\bar{A}_1\bar{A}_0$

$-D_0$

$\bar{A}_2\bar{A}_1A_0$

$-D_1$

$-D_2$

$-D_3$

$-D_4$

$-D_5$

$-D_6$

$-D_7$

So $k = 2^k$ decoder

$k/2 \rightarrow$ even \rightarrow state the result

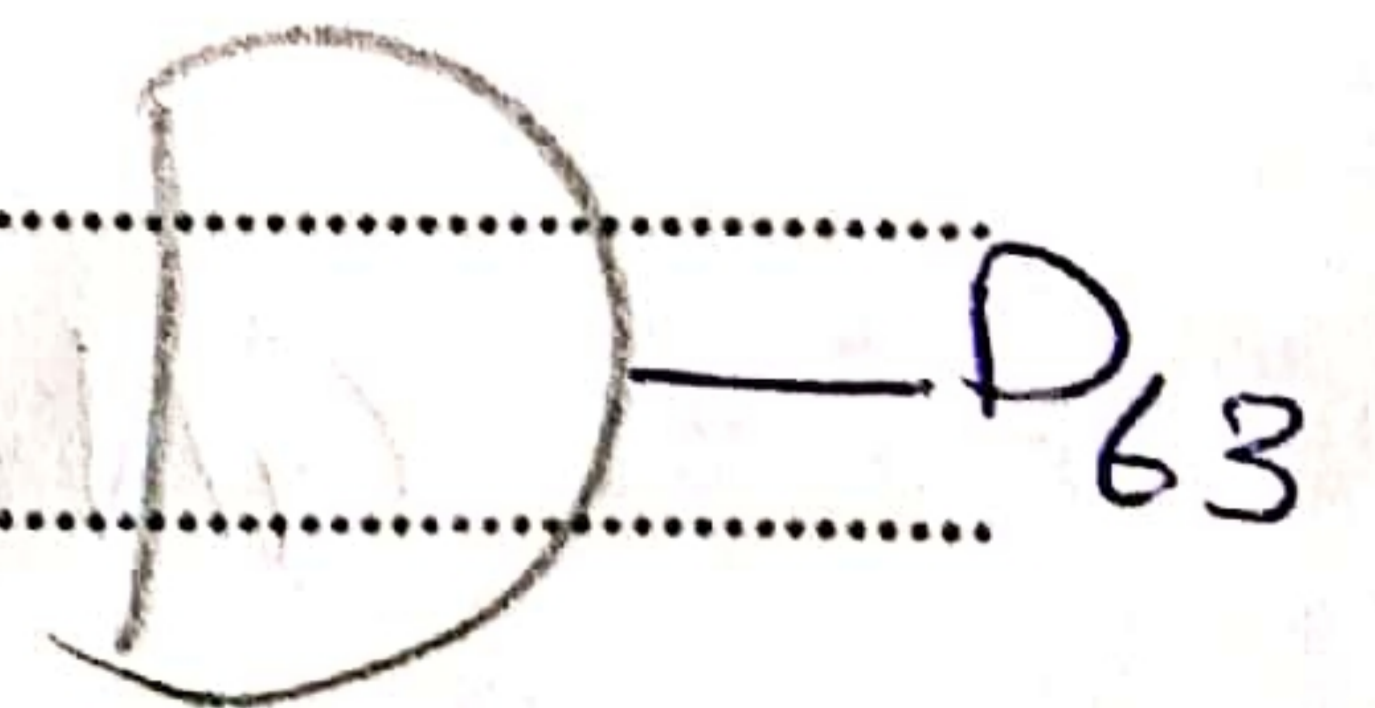
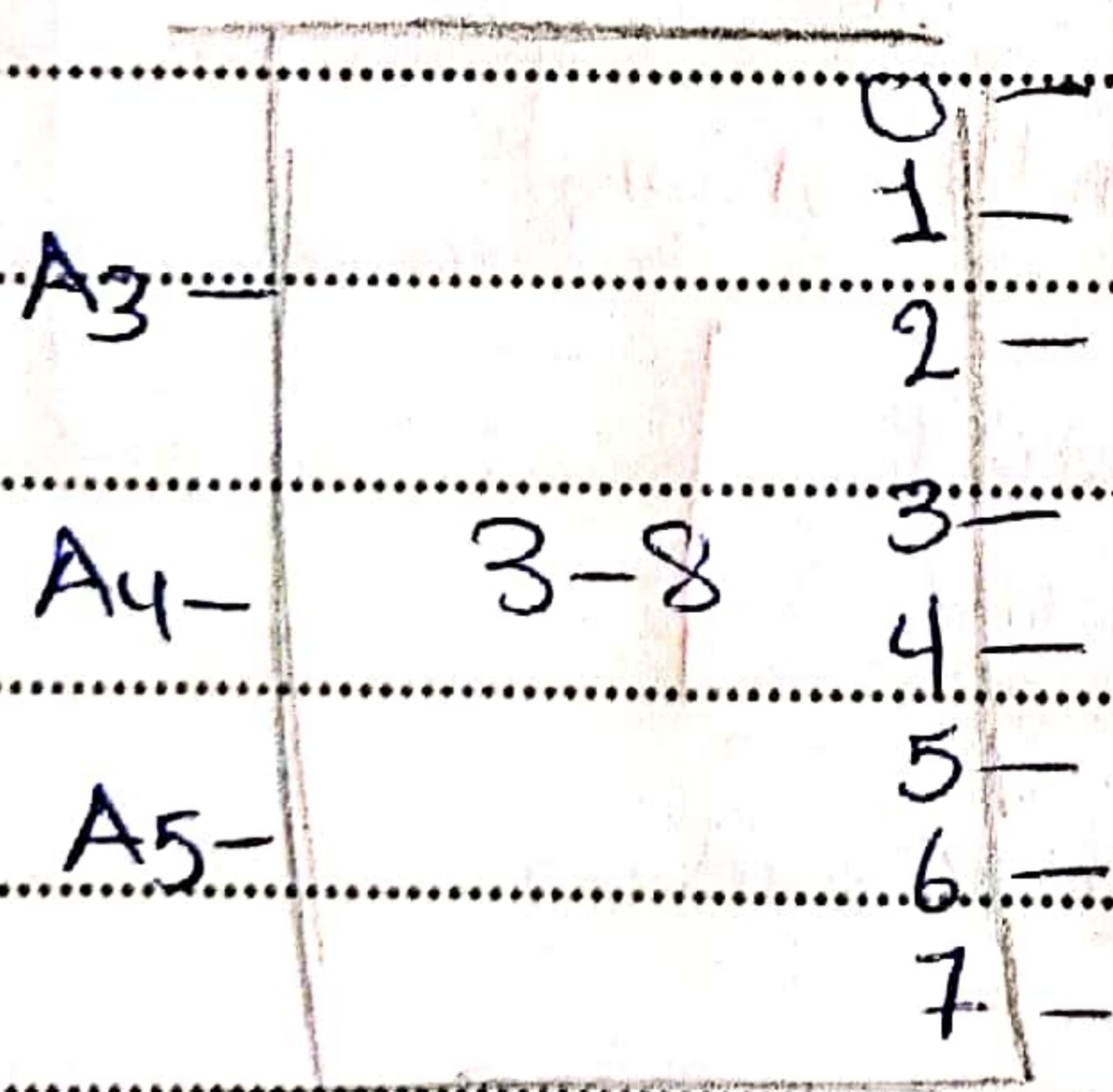
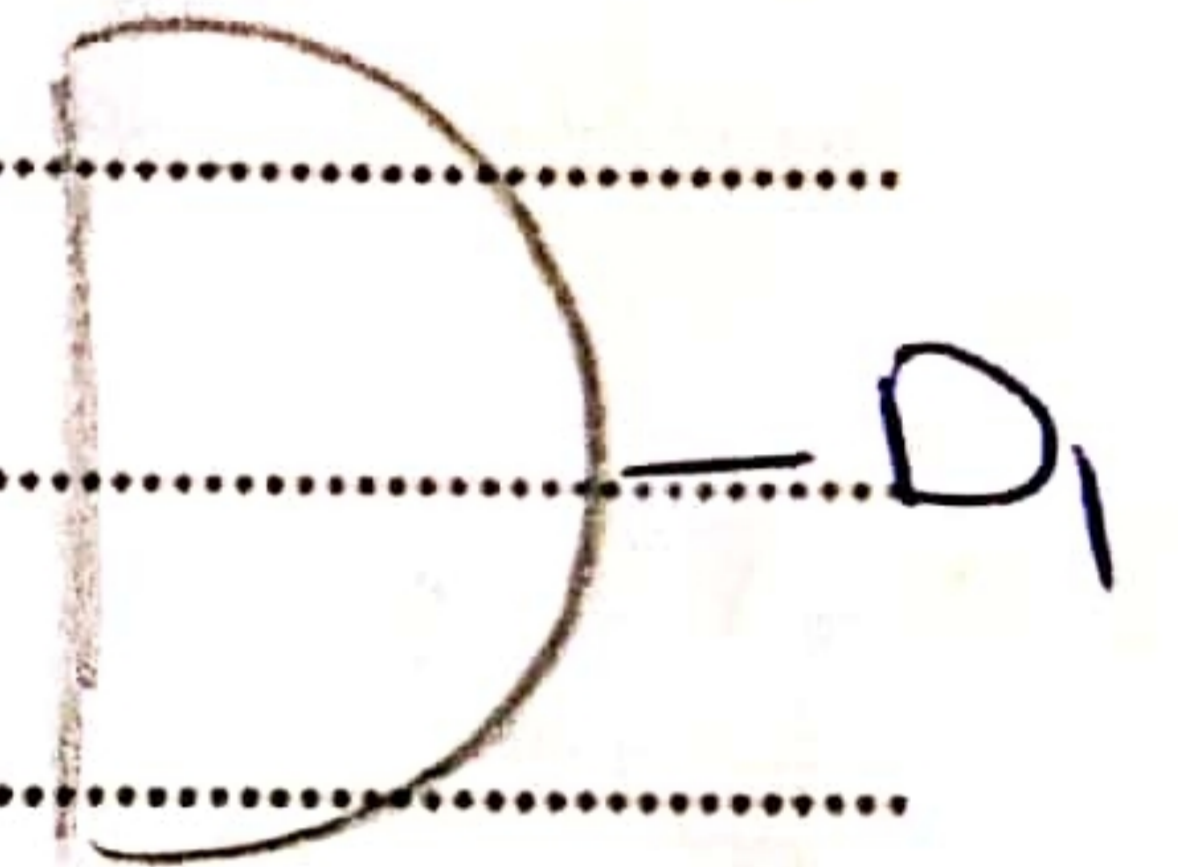
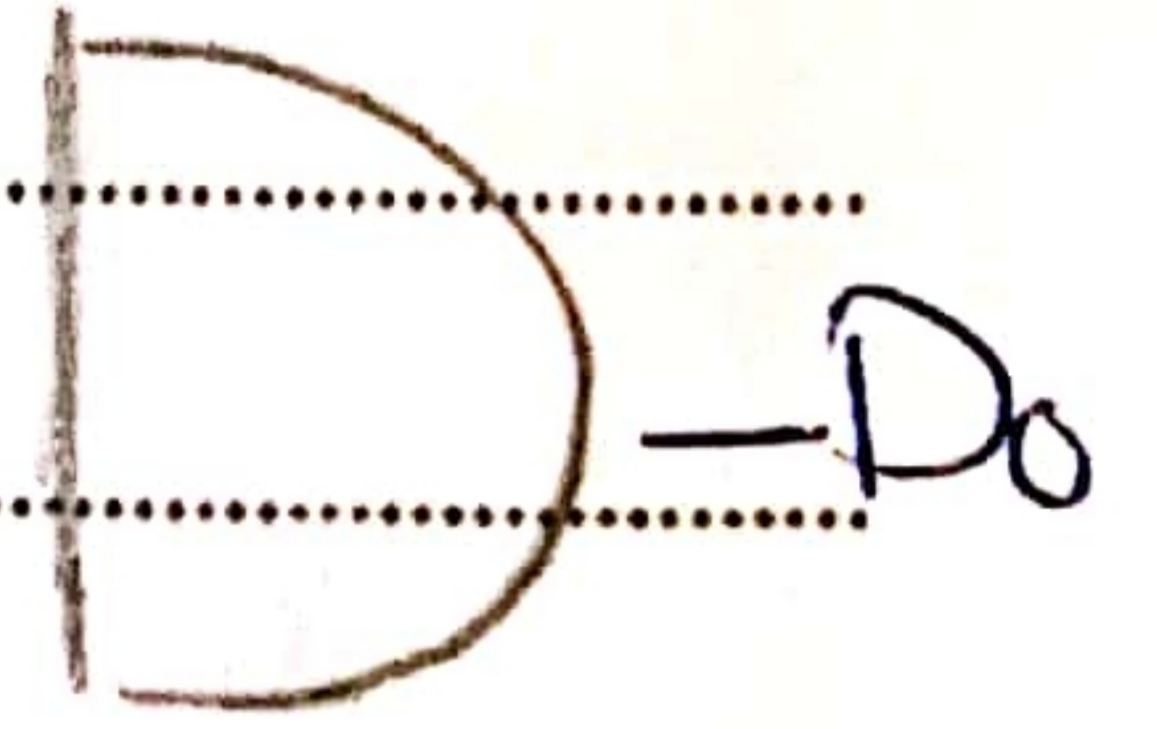
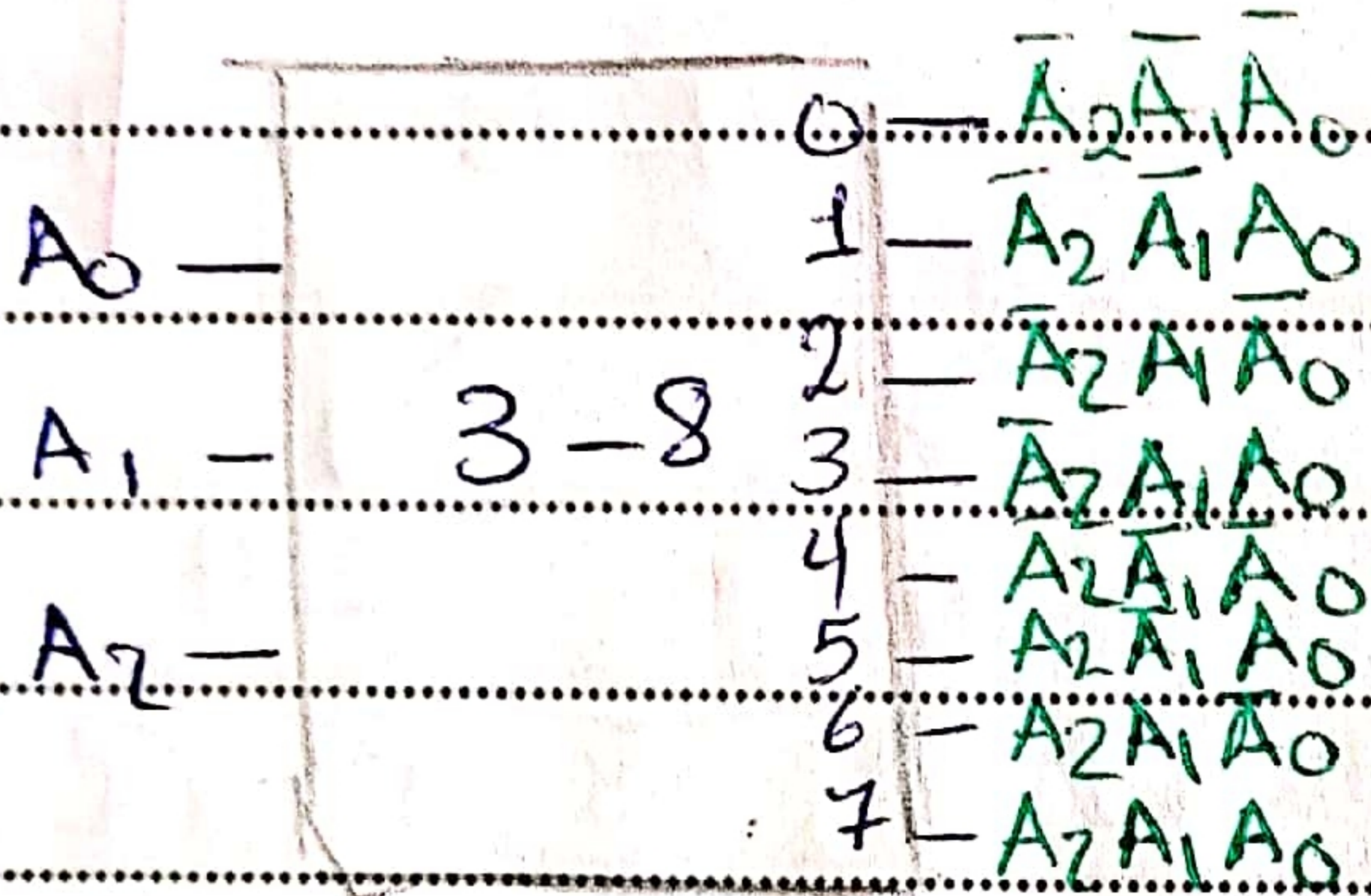
$k/2 \rightarrow$ odd } ceiling
 } floor

2^k عدد \rightarrow ends

دلیل \rightarrow 2^k عدد \rightarrow ends
دلیل \rightarrow 2^k عدد \rightarrow ends
دلیل \rightarrow 2^k عدد \rightarrow ends

6-64 decoder

$6/2 = \underline{\underline{3}}$



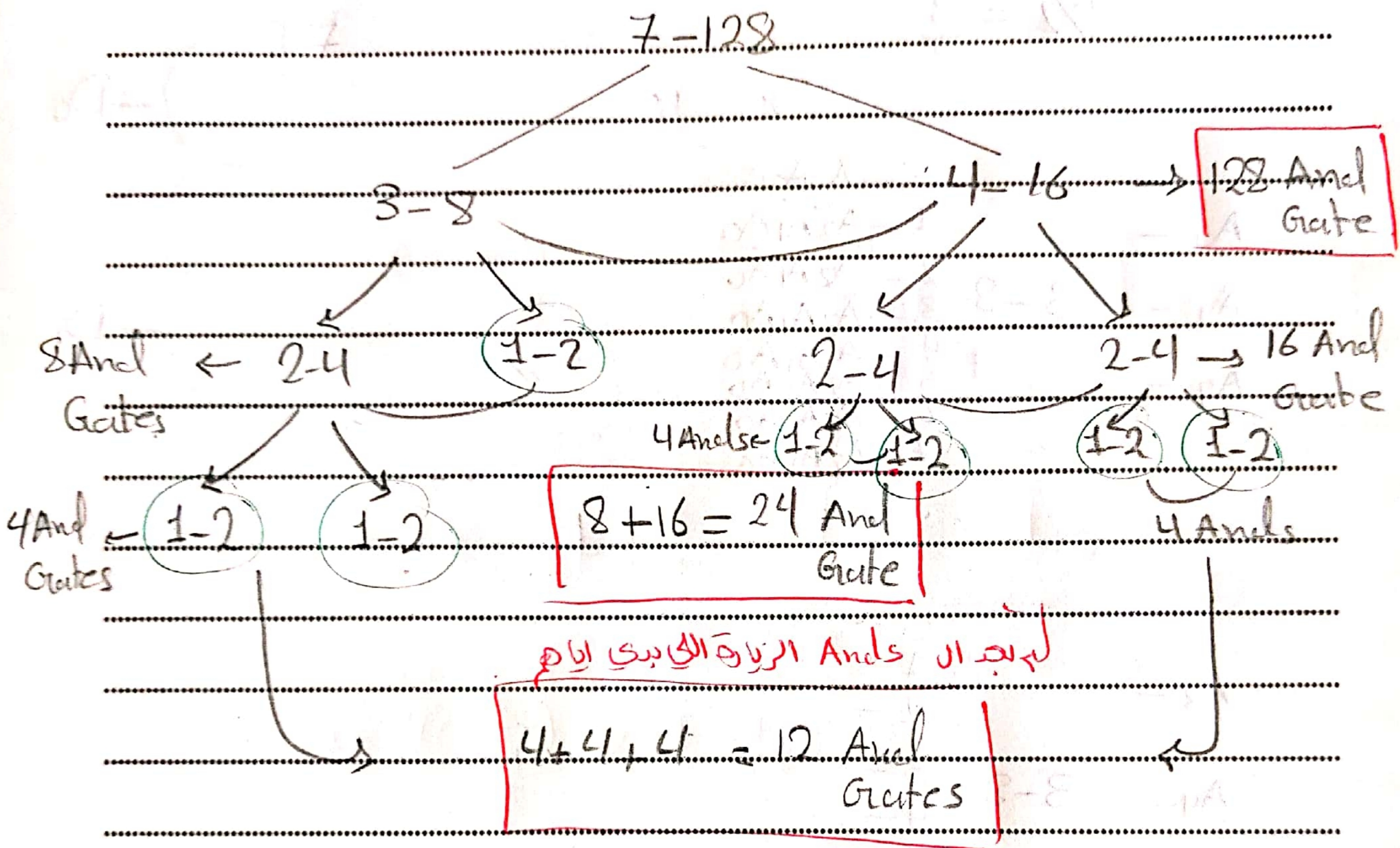
10-2 decoder کی مثال دیکھو *

decoder ← 1-2 (مثال)

64 And gate

SUBJECT:

example: slide 38 [7-128 line decoder]



لترتيب ان Ands الزيادة التي يبي انهم

The inverters → 1-2 decoders

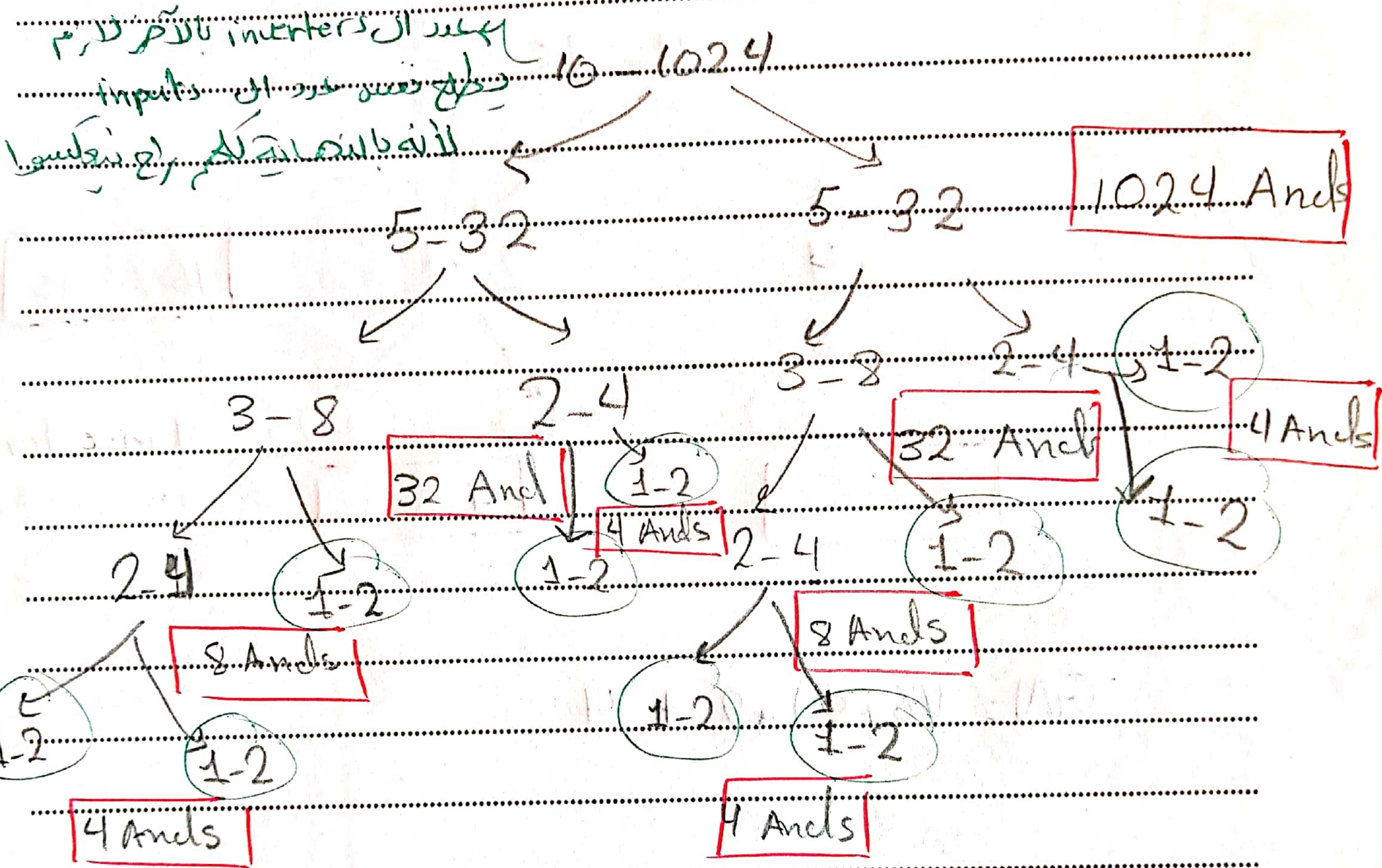
$$G/N = (\text{Ands} * 2) + k$$

num of Ands ← 128
 num of inverters ← k

$$= (128 + 24 + 12) * 2 + 7 = \underline{\underline{335}}$$

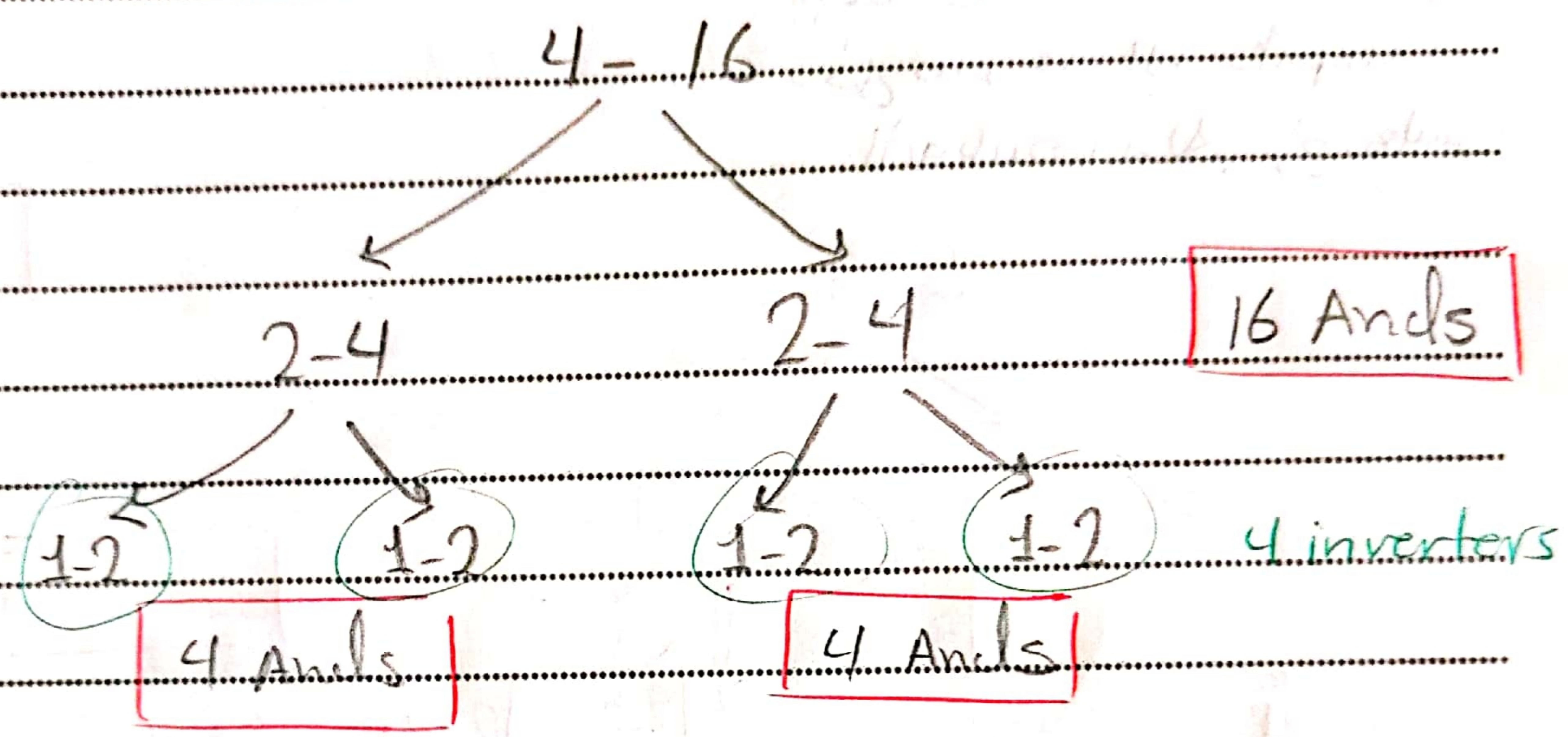
G/N = (Ands * 2) + k (decoders) ...

example : find GN for $10-2^{10}$ decoder
by expansion approach



$$GN = (1024 + 32 + 32 + 4 + 4 + 8 + 8 + 4 + 4) * 2 + 10$$

Examples find cost of 4-16 decoder
by expansion approach



$$GN = (16 + 8) \times 2 + 4$$

Decoder with Enable

عندما نضيف مسلك ال Enable على كل ال outputs
التي نتصلها بال AND Gate ، نحتاج الى
كل واحدة من ال AND Gate صيغة و كل ال
Gate

مسلك جديد مع ال EN (مسلك 40)

تصميم مسلك ال Enable ← Extra set of Ands

* ال Enable يمكن ان يكون في شكل
عن طريق ال decoders

اننا نرى طرق تصميم ال [decoder]
① تصميم ال circuit بالطريقة الثانية

② ال expansion Approach
Using Enables ③

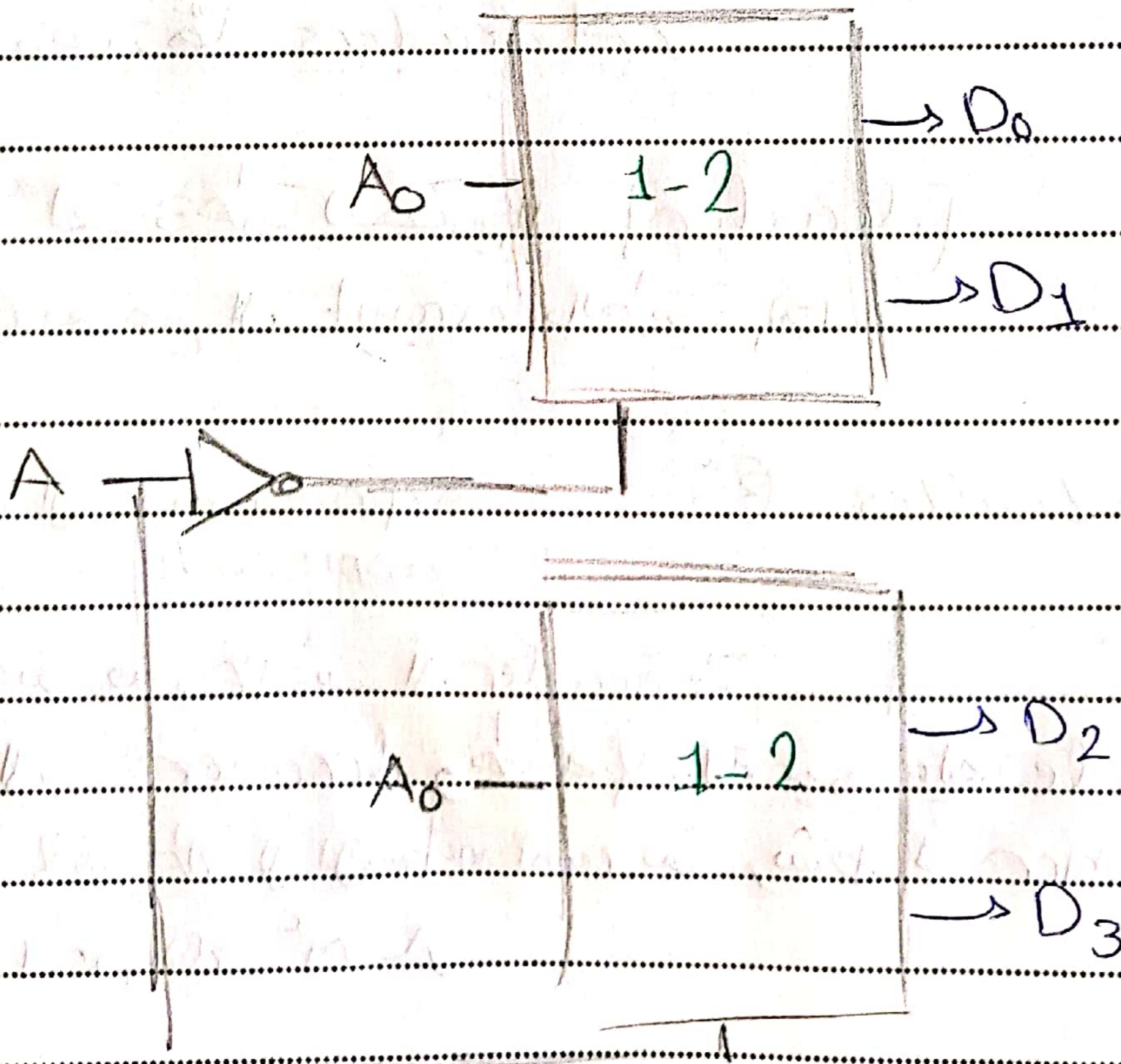
* وصلة في داخل ال decoder
ال decoder وظيفته اخذ ال code
من ال input و تحويله الى
combinations من ال Enable
(1) من ال combinations

example : slide 41

2-4 line decoder

truth table

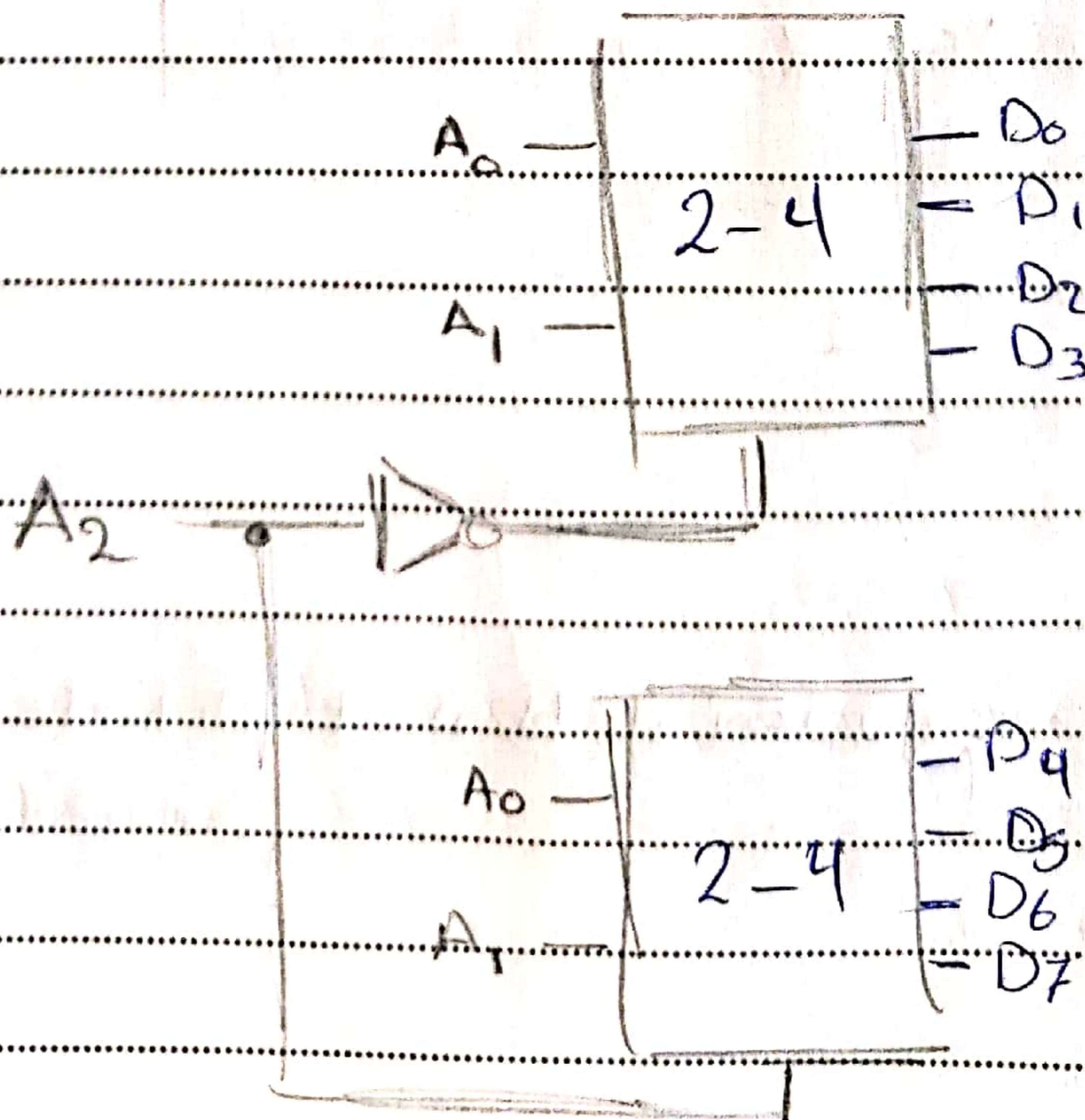
Enable	A_1	A_0	OUTPUT
1	0	0	D_0
1	0	1	D_1
1	1	0	D_2
1	1	1	D_3



Example: slide 42

3-8 decoders

A_2	A_1	A_0	
0	0	0	D_0
0	0	1	D_1
0	1	0	D_2
0	1	1	D_3
1	0	0	D_4
1	0	1	D_5
1	1	0	D_6
1	1	1	D_7



Exercise: Slide 43

4-16 decoder using five 2-4 line decoder ~~with enables~~ with enables

A ₃	A ₂	A ₁	A ₀	
0	0	0	0	<u>D₀</u>
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	<u>D₁₅</u>

بصورتها أربع أرباع
حيث يتلکين دارجوا

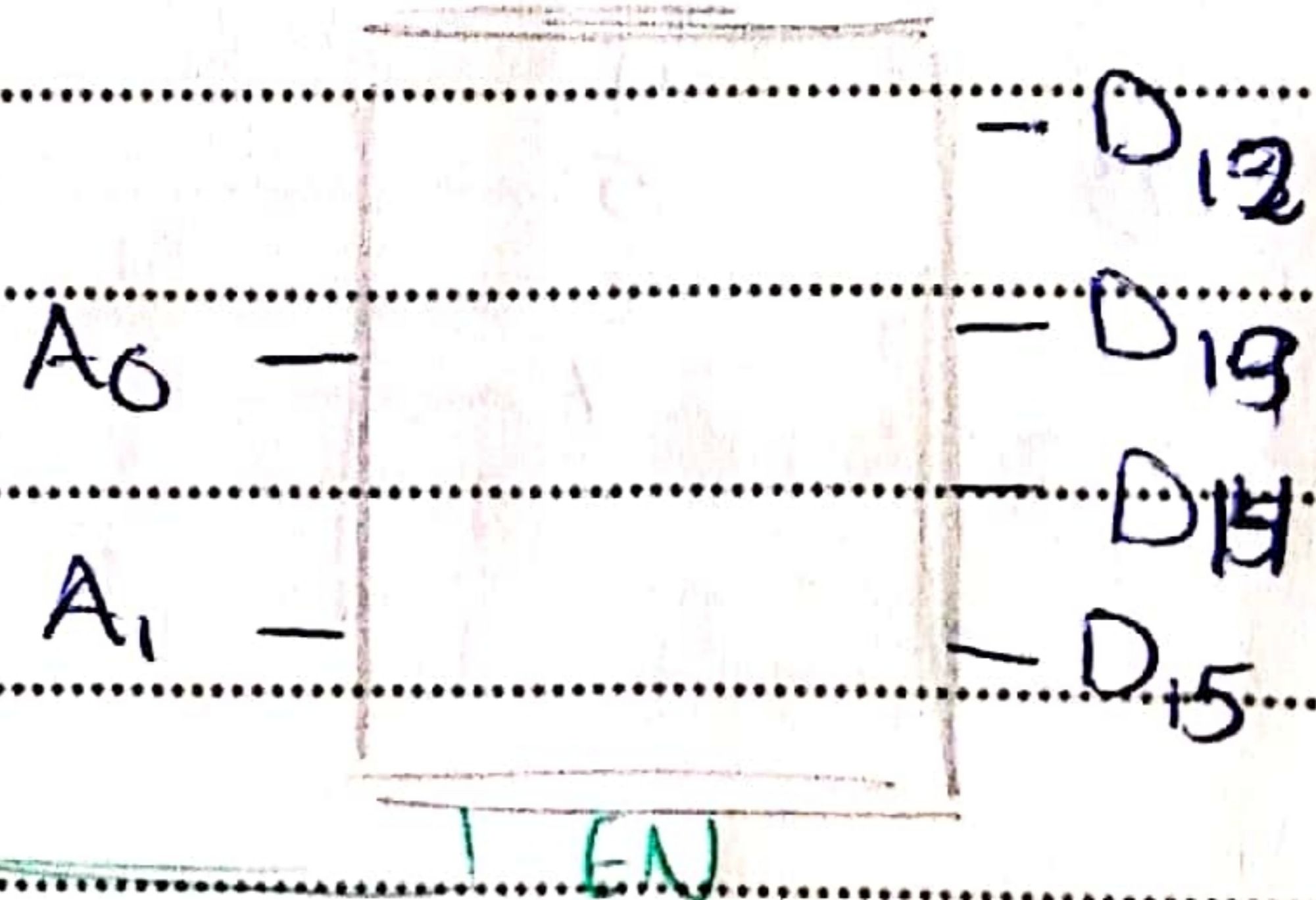
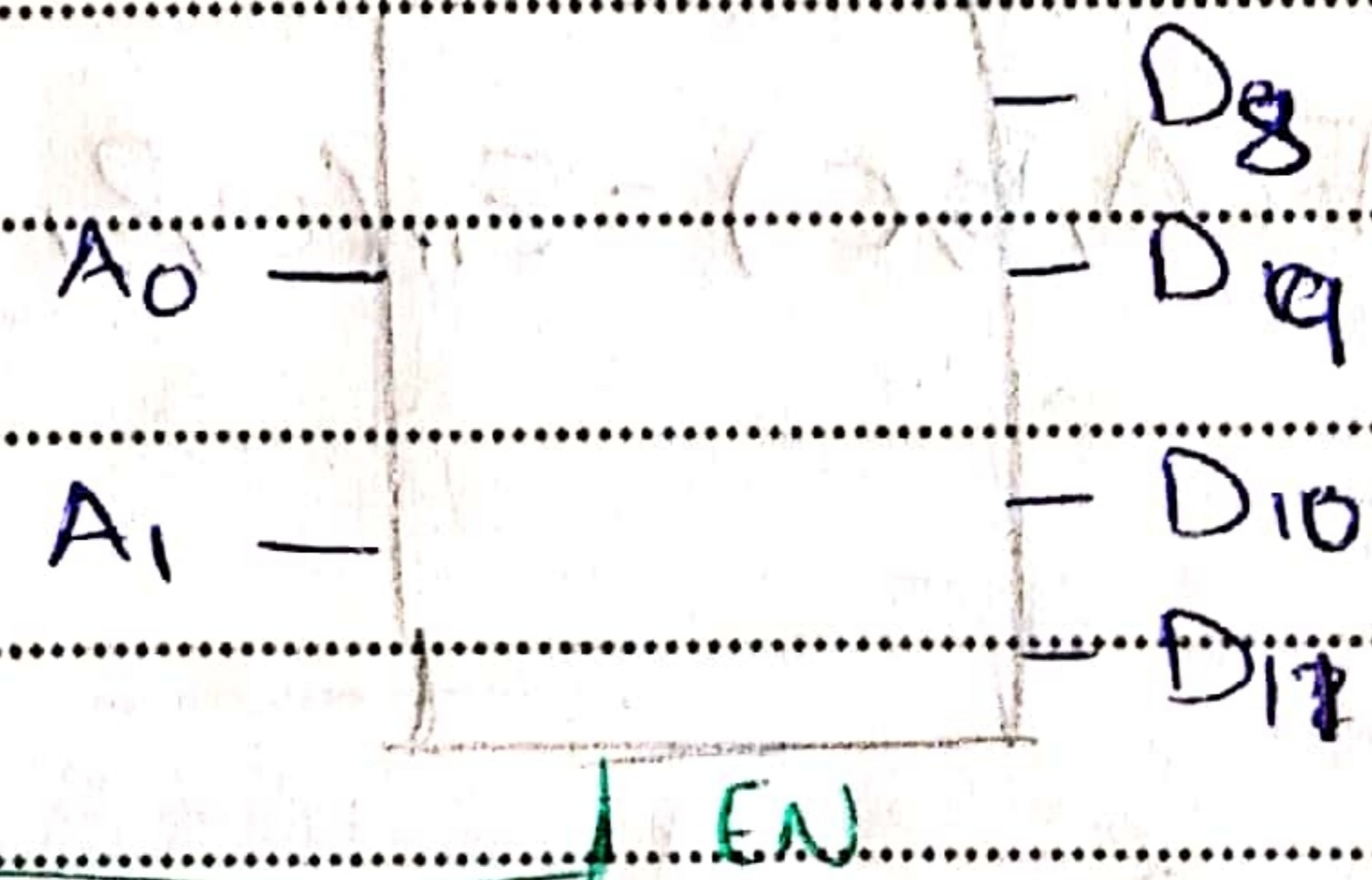
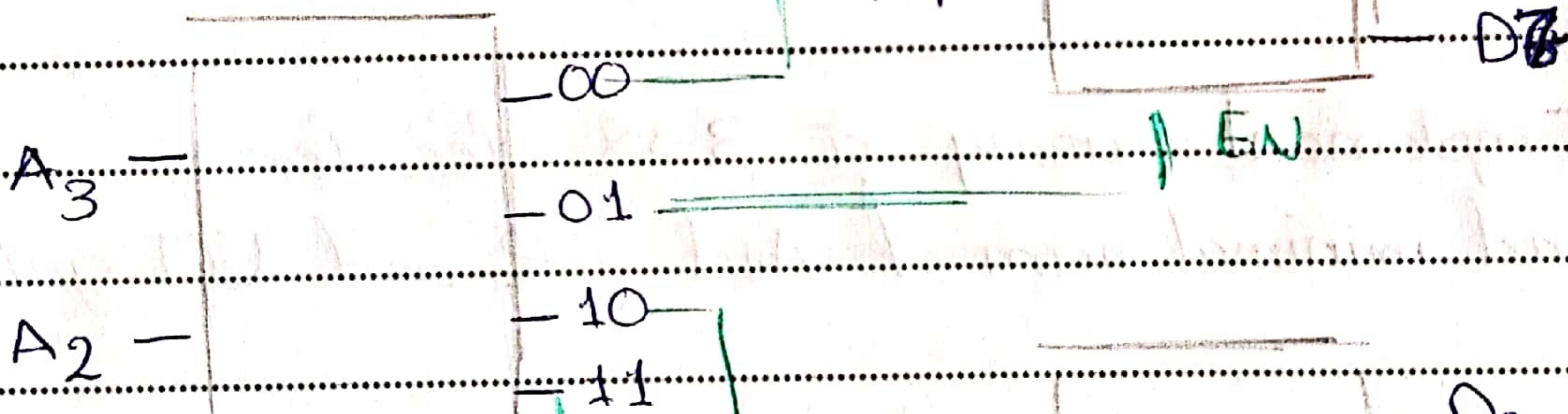
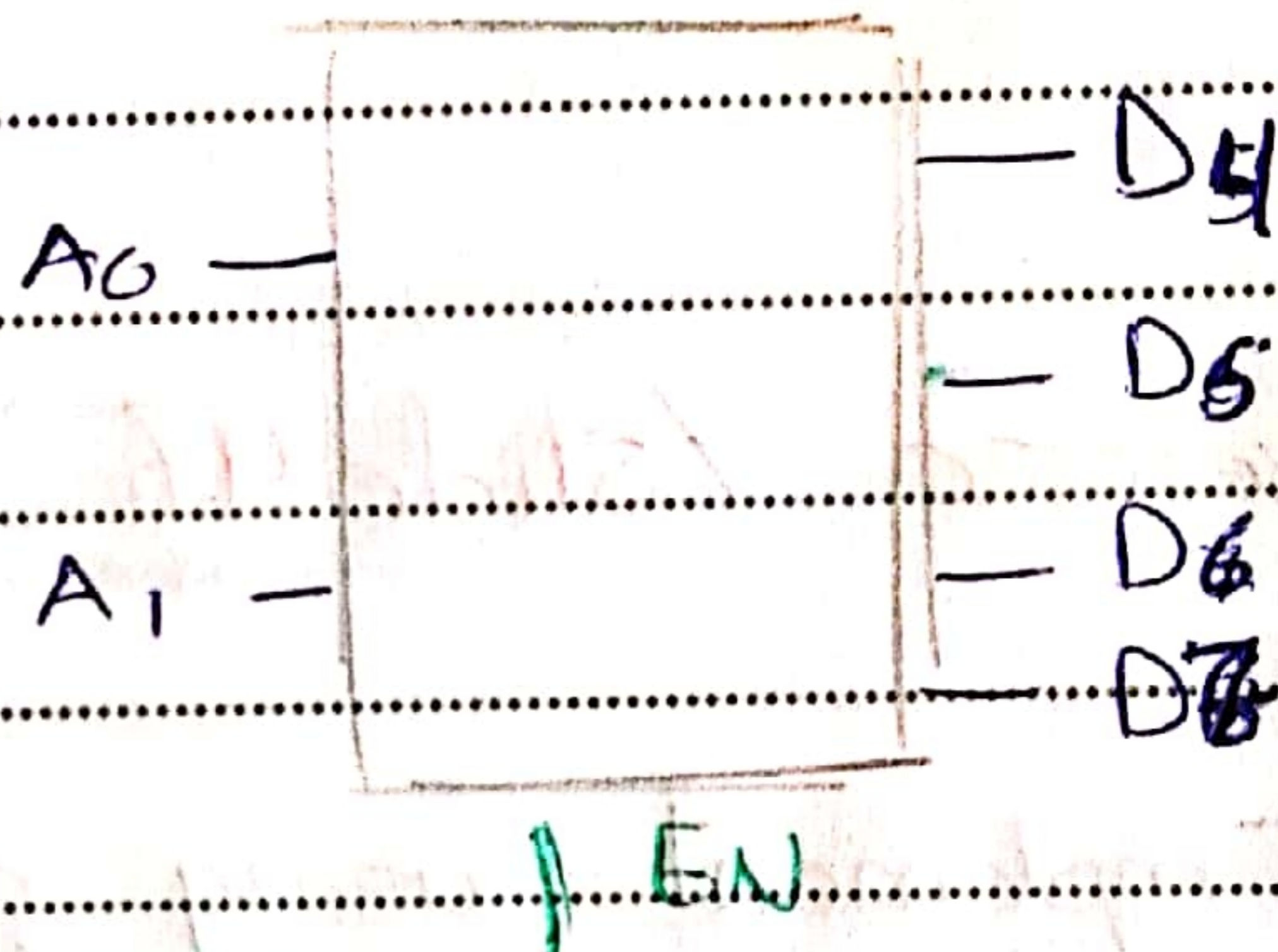
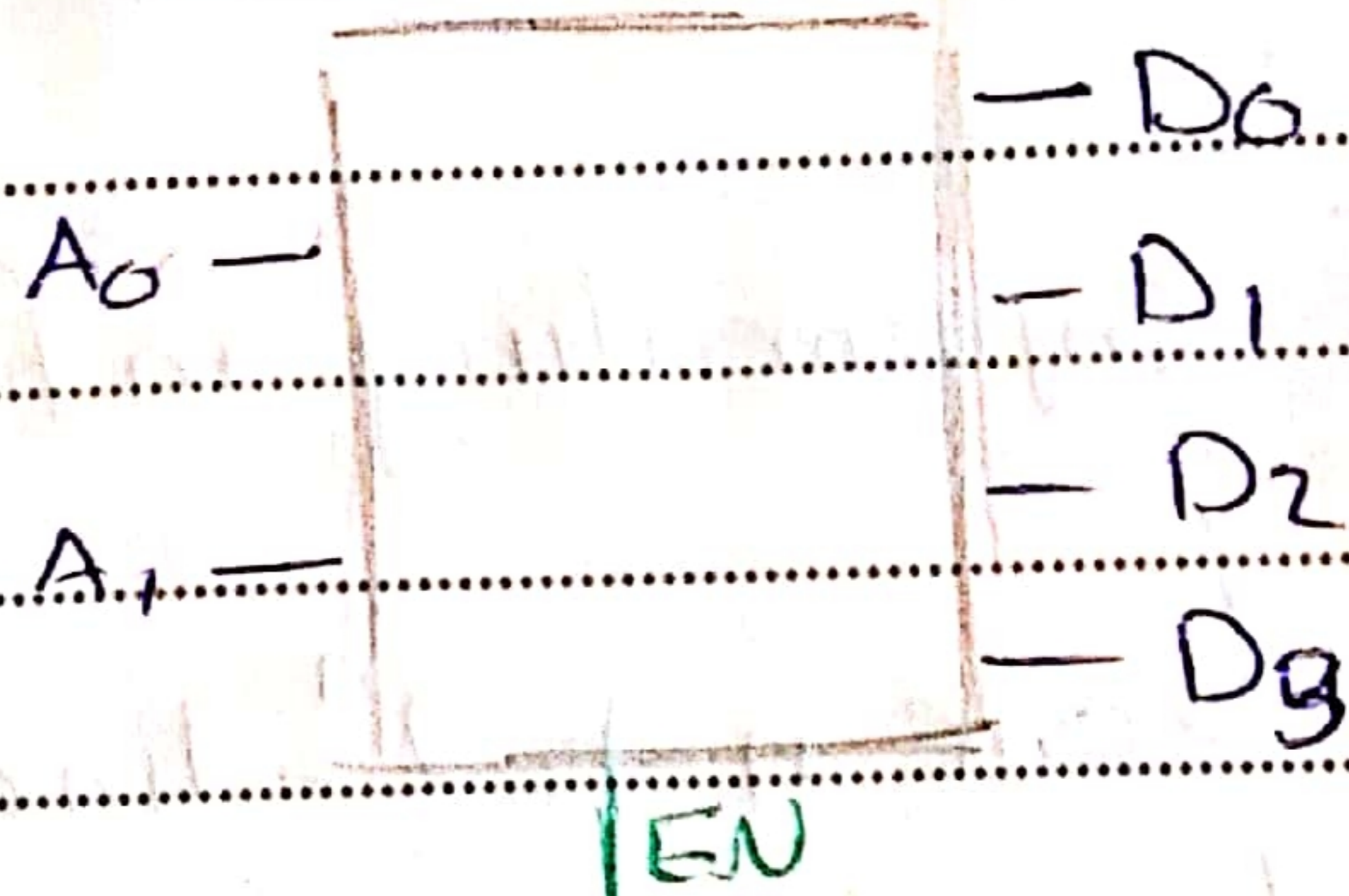
دور ال enable

دور ال selection

selection

truth table ال encoders

SUBJECT:



Decoder-Based combinational circuits

↳ implementing m functions of sum

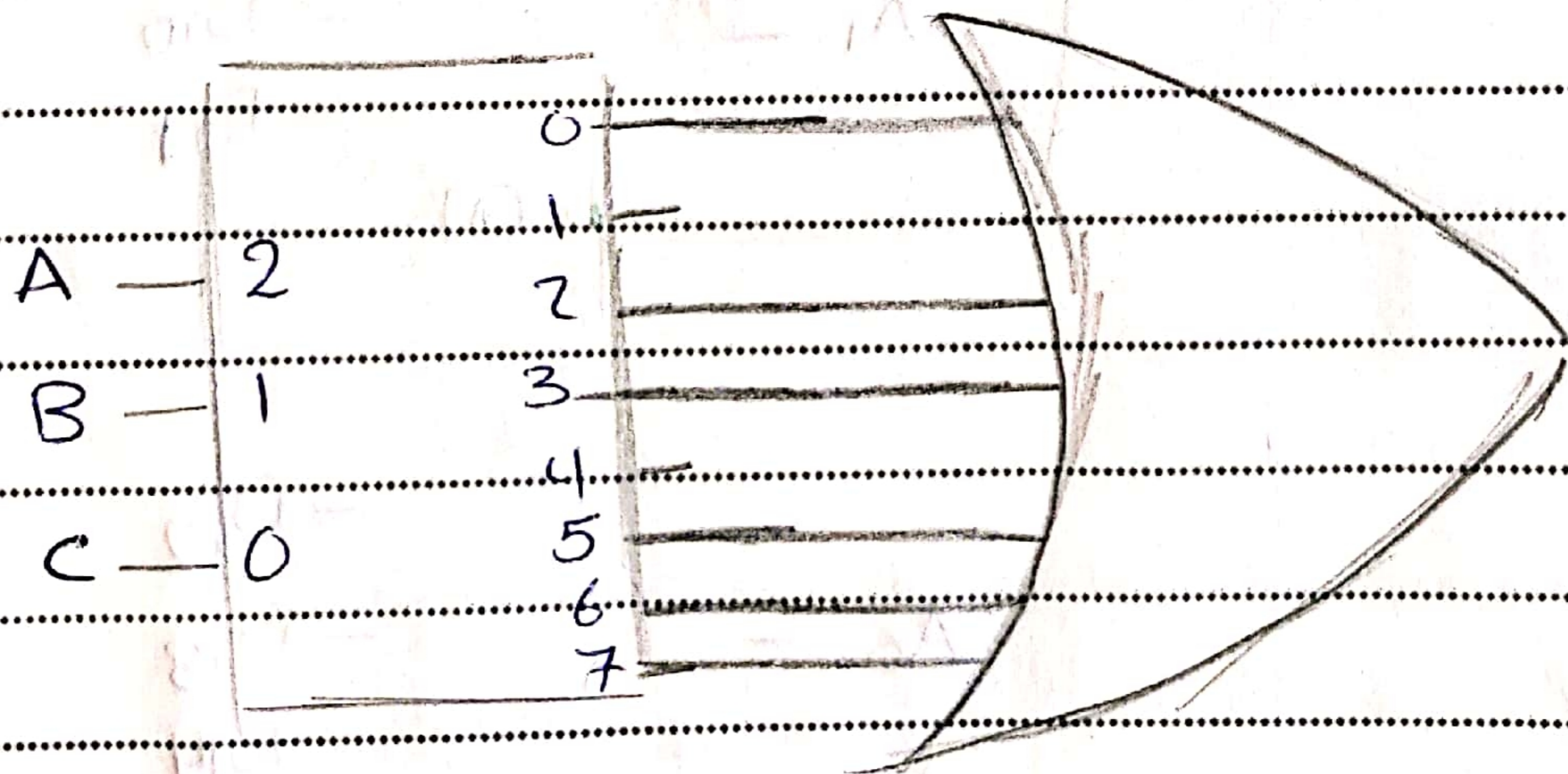
↳ one n -to- 2^n -line decoder

↳ m OR gates, one for each output.

Exercise / slide 46

Implement using a 3-to-8 decoder and minimal num. of And, OR and NOT gates.

$$\textcircled{1} F(A, B, C) = \sum m(0, 2, 3, 5, 6, 7)$$

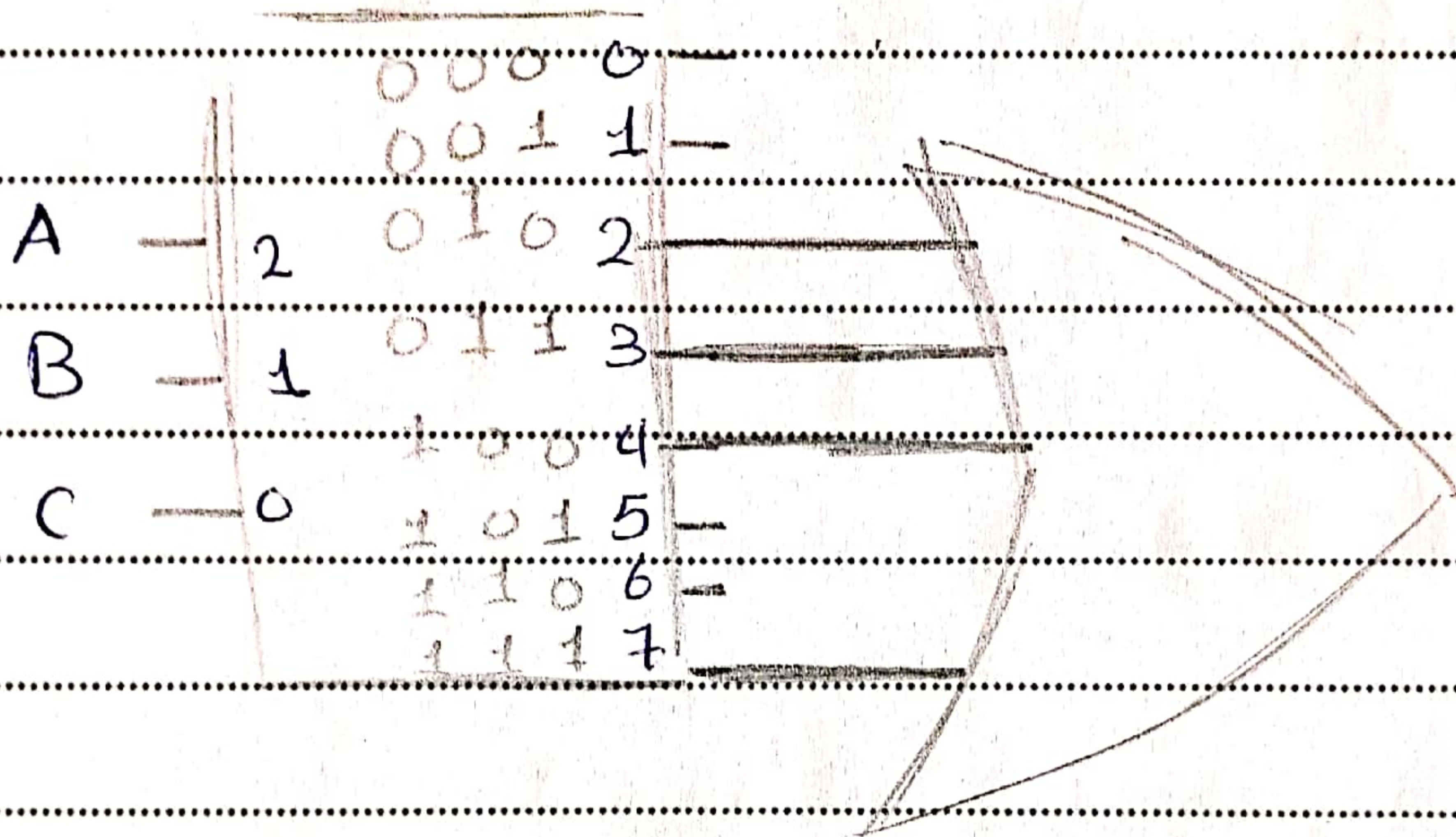


② $F(A, B, C) = A\bar{B} + BC$

↳ turn it into SUM

$= A\bar{B}(C + \bar{C}) + (A + \bar{A})BC$

$= \underbrace{A\bar{B}C}_2 + \underbrace{A\bar{B}\bar{C}}_4 + \underbrace{ABC}_7 + \underbrace{\bar{A}BC}_3$



③ $F(A, B, C) = A + B + \bar{C}$

$= A(B + \bar{B})(C + \bar{C}) + B(A + \bar{A})(C + \bar{C}) + \bar{C}(A + \bar{A})(B + \bar{B})$

$ABC + ABC\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}C\bar{C} + ABC + ABC\bar{C} + \bar{A}BC + \bar{A}BC\bar{C} +$
 $ABC\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$

$= ABC + ABC\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$
 111 110 100 010 101 011 110 000
 7 6 4 2 5 3 6 0

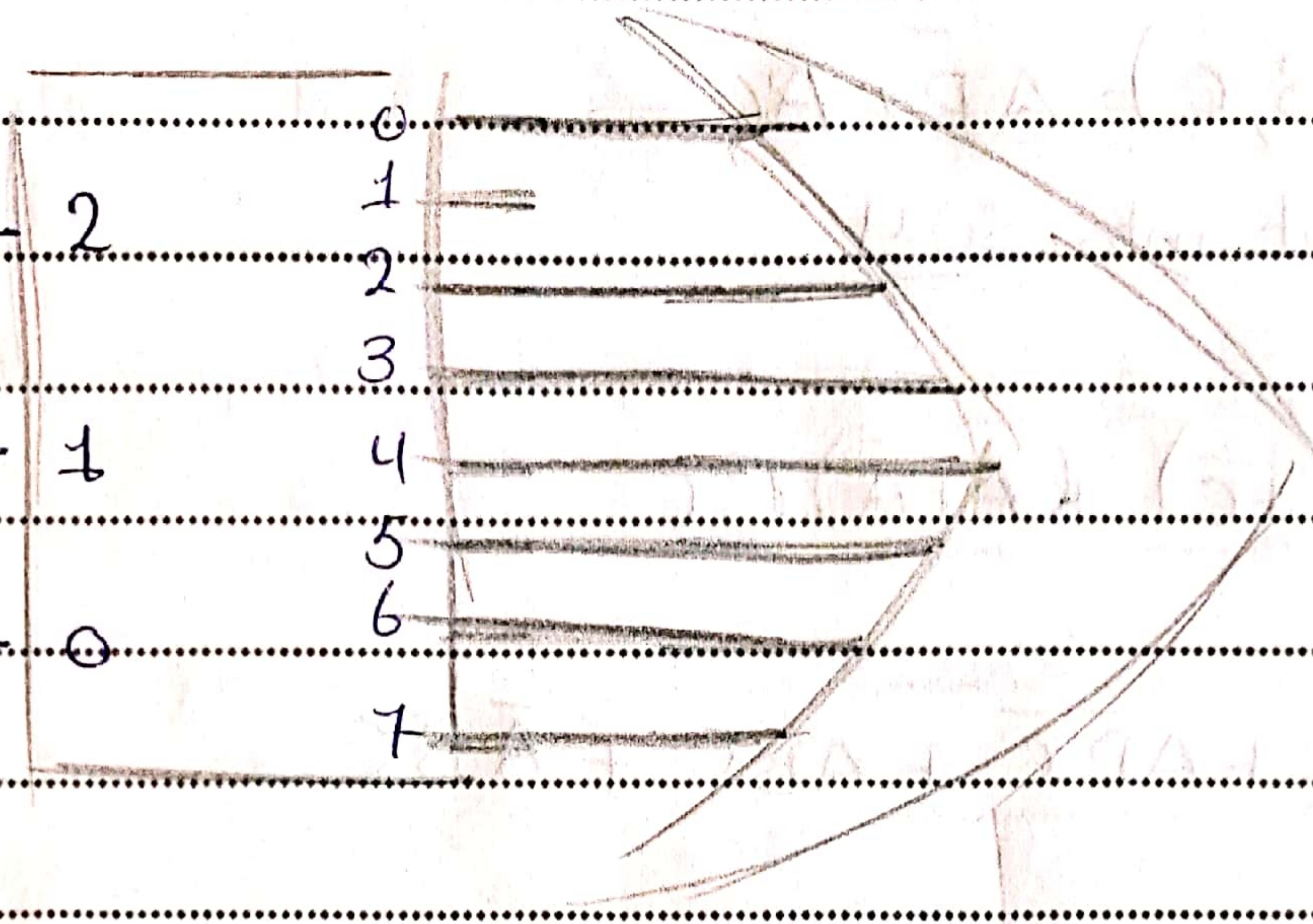
↳ (2) 1 1 1 1 1 1 1 1

A - 2

B - 1

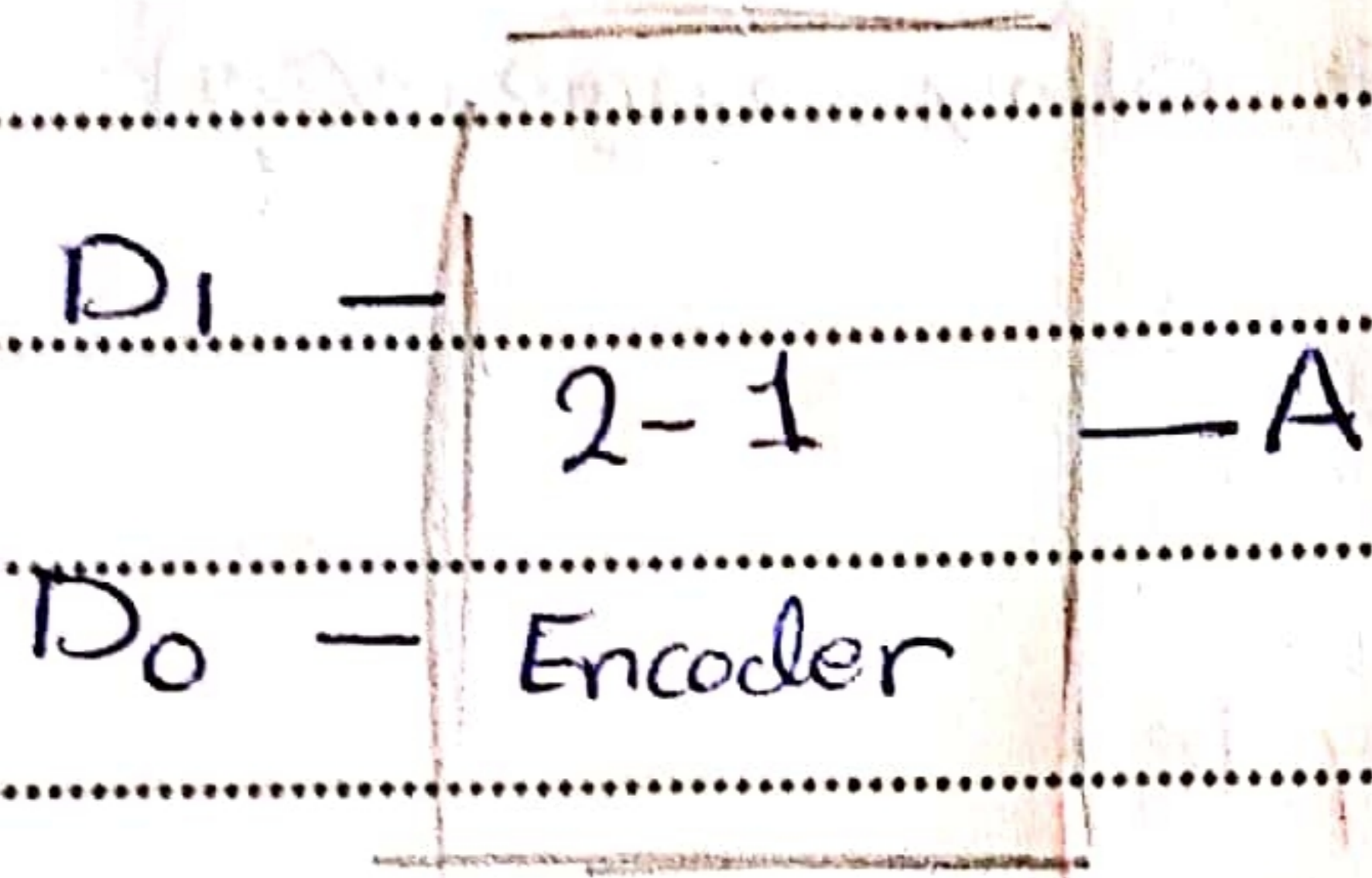
C - 0

- 0
- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

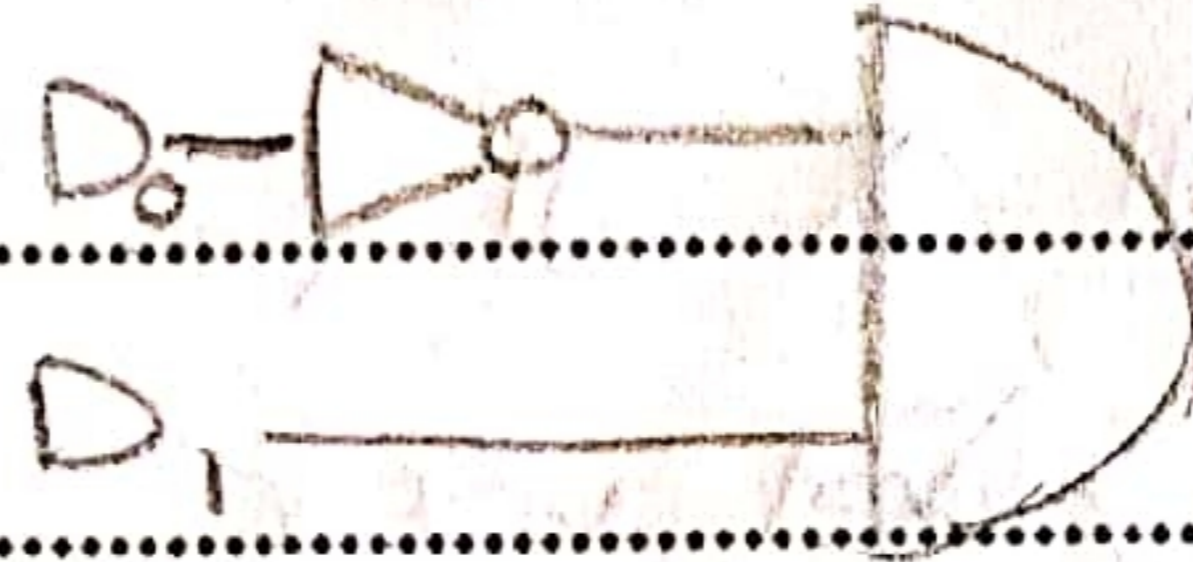


[Encoding]

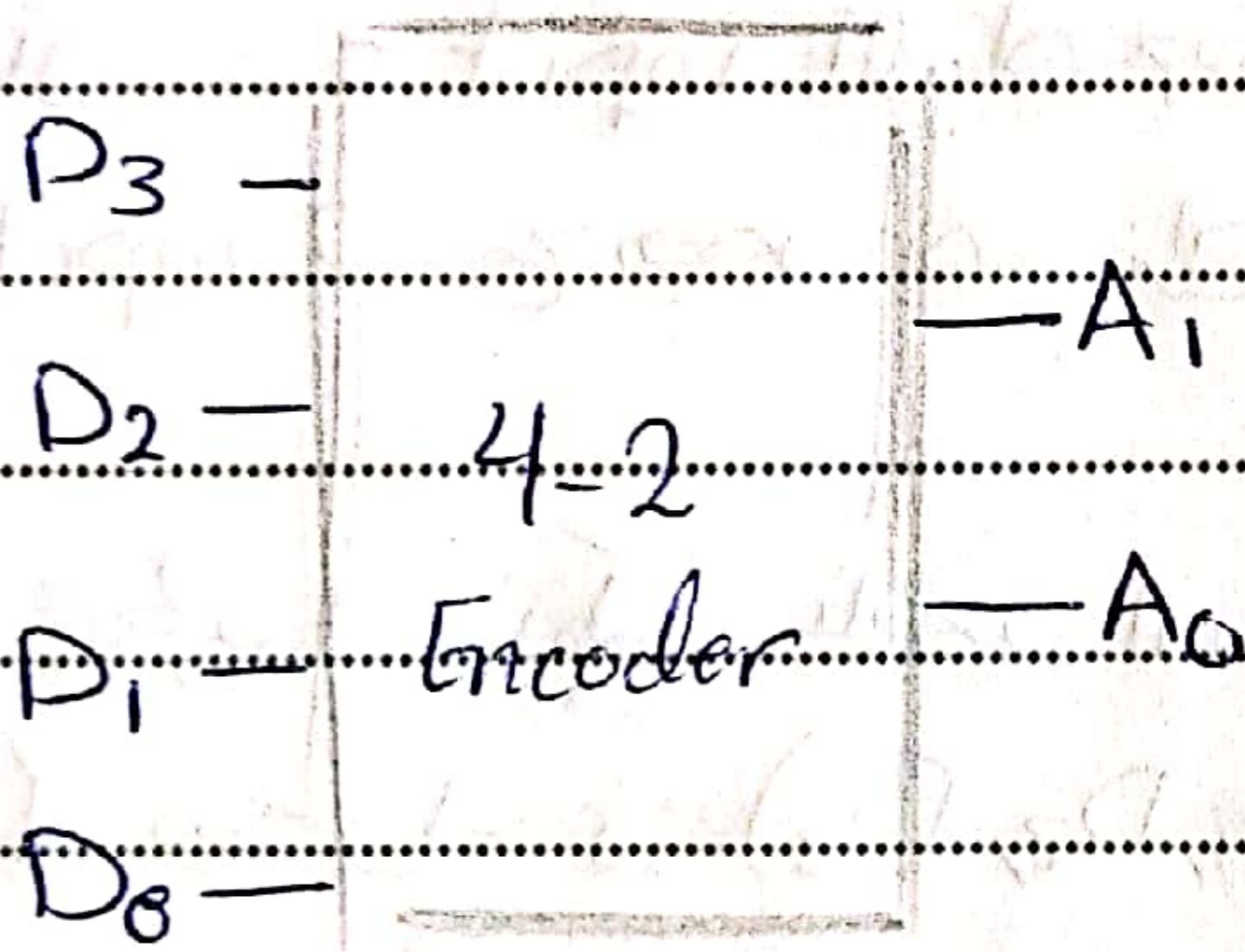
رموز على الـ items
 وخرج الـ codes



D ₁	D ₀	A
0	1	0
1	0	1



$A = D_1 \bar{D}_0$



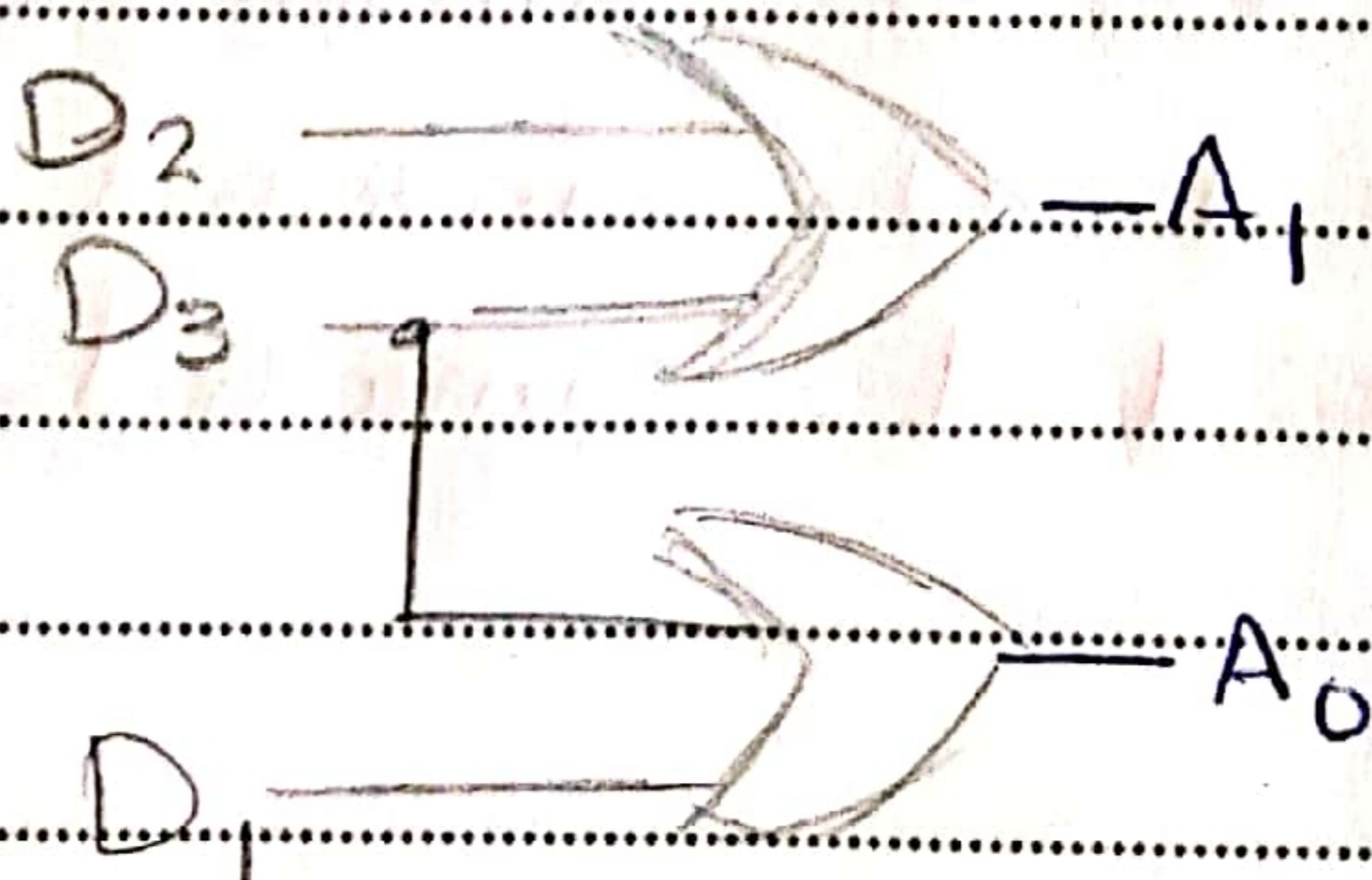
D ₃	D ₂	D ₁	D ₀	A ₁	A ₀
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1

رموز الـ items
 وخرج الـ codes

$A_1 = D_3 + D_2$

$A_0 = D_3 + D_1$

الـ codes الـ وخرج



→ Example / Slide 56

اخترت 3 bits 4 outputs

8 combinations

[Priority Encoder Example]

High priority Encoder ✓

Slide 54

user اختر رقم بين (input)

input 5 الى اليمين بطول المربع، فلو خطأ اختر

2 inputs مع بعض، مع بعض اليمين

16 combinations

(D₀, D₁, D₂, D₃) ، لأنه قلة ال

input	1	X	X	X
-------	---	---	---	---

	D ₃	D ₂	D ₁	D ₀
--	----------------	----------------	----------------	----------------

لهذا

priority

1	0	0	0	valid
---	---	---	---	-------

1	1	0	0	invalid
---	---	---	---	---------

1	1	1	0	invalid
---	---	---	---	---------

1	1	1	1	invalid
---	---	---	---	---------

valid

bit أقل من D₃ تكتب

input

D₃ فتد

لغتي جدول :

$$V = D_3 + D_2 + D_1 + D_0$$

$$A_1 = D_3 + \bar{D}_3 D_2 = D_3 + D_2$$

ببساطة $(x + \bar{x}y)$ باستخدام

لما كنت مصارلات كبروا بديكمنز ال validity اذا حطيت
input في التي اعلى ولها احدها في اعلى وفي اعلى وفي اعلى
منها من في (A) او (D)

$$A_0 = D_3 + \bar{D}_3 \bar{D}_2 D_1 = D_3 + \bar{D}_2 D_1$$

ببساطة $(x + \bar{x}y)$

ال High priority ، ينطوي اولوية ال input التي
فلانيم طلباً اننا ندر انه كل التي منها مطفي = 0 عننا بختها
ما بختها التي اعلى منها

ال low priority ، ينطوي اولوية ال input ال
فلانيم طلباً اننا ندر انه كل التي منها مطفي = 0 عننا بختها
هي ما بختها التي اقل منها

Example for low priority

D_3	D_2	D_1	D_0	A_1	A_0	V
0	0	0	0	x	x	0
x	x	x	1	0	0	1
x	x	1	0	0	1	1
x	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1

$$V = D_3 + D_2 + D_1 + D_0$$

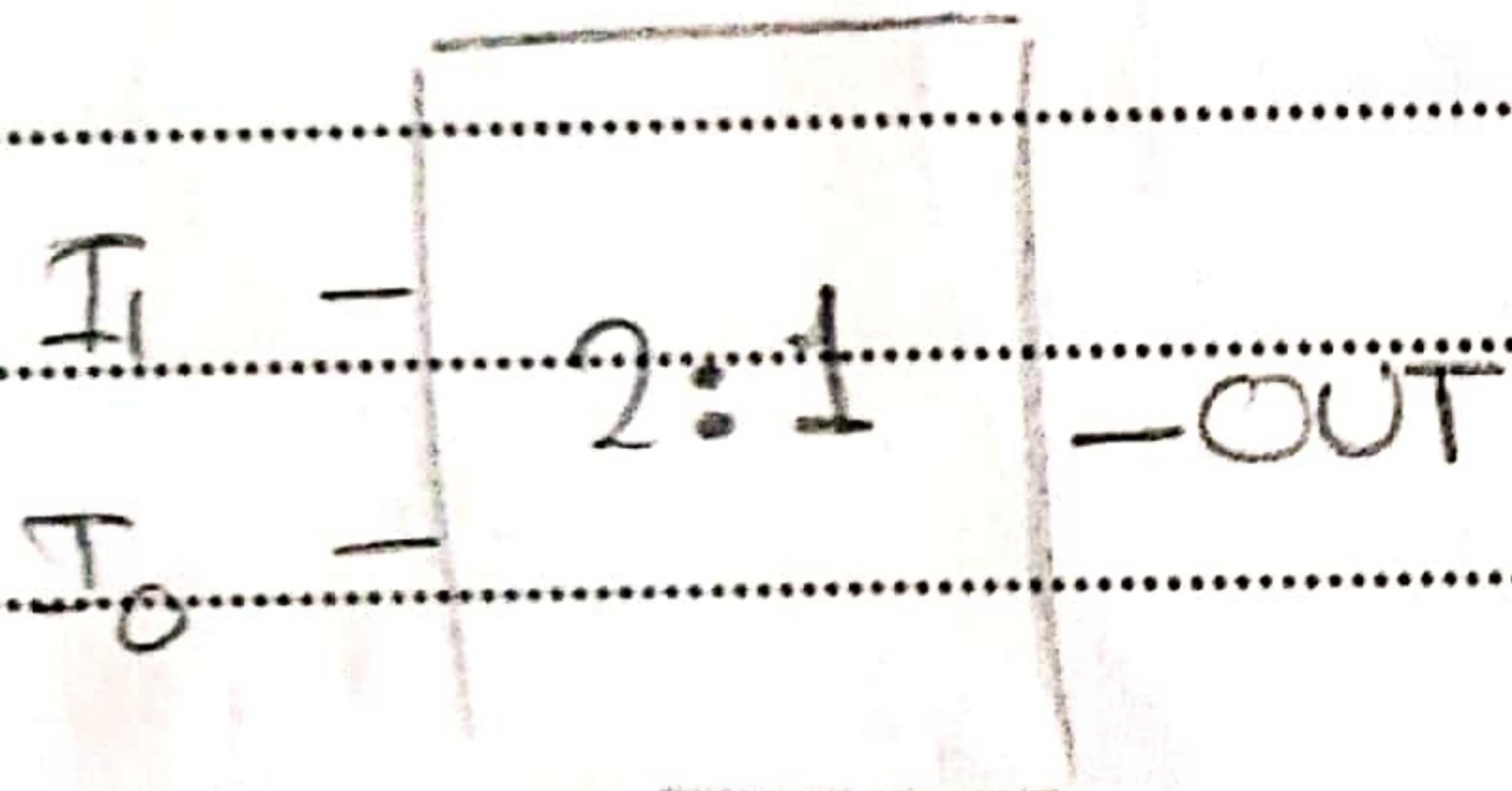
$$A_1 = D_3 \bar{D}_2 \bar{D}_1 \bar{D}_0 + D_2 \bar{D}_1 \bar{D}_0$$

$$A_0 = D_3 \bar{D}_2 \bar{D}_1 \bar{D}_0 + D_1 \bar{D}_0$$

[Multiplexers]

* Selection circuit depending on controller choices

example:



S	I ₁	I ₀	OUT
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

optimal $OUT = \bar{S}I_0 + SI_1$

S	OUT
0	I ₀
1	I ₁

S=0 w/ out = I₀
 S=1 w/ out = I₁

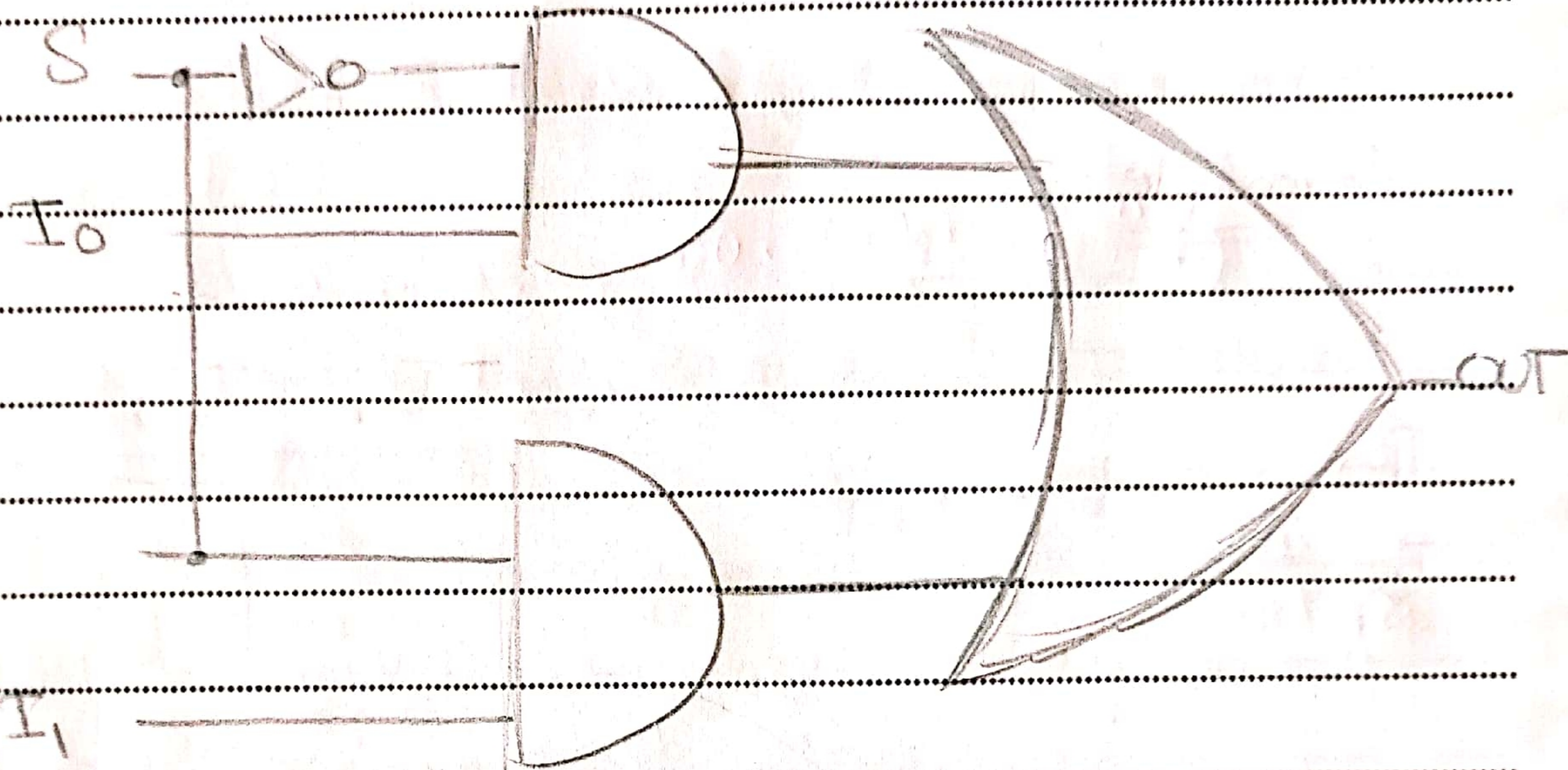
condense truth table

	0	1	3	2
I ₁	0	1	1	0
S	4	5	7	6
	0	0	1	1

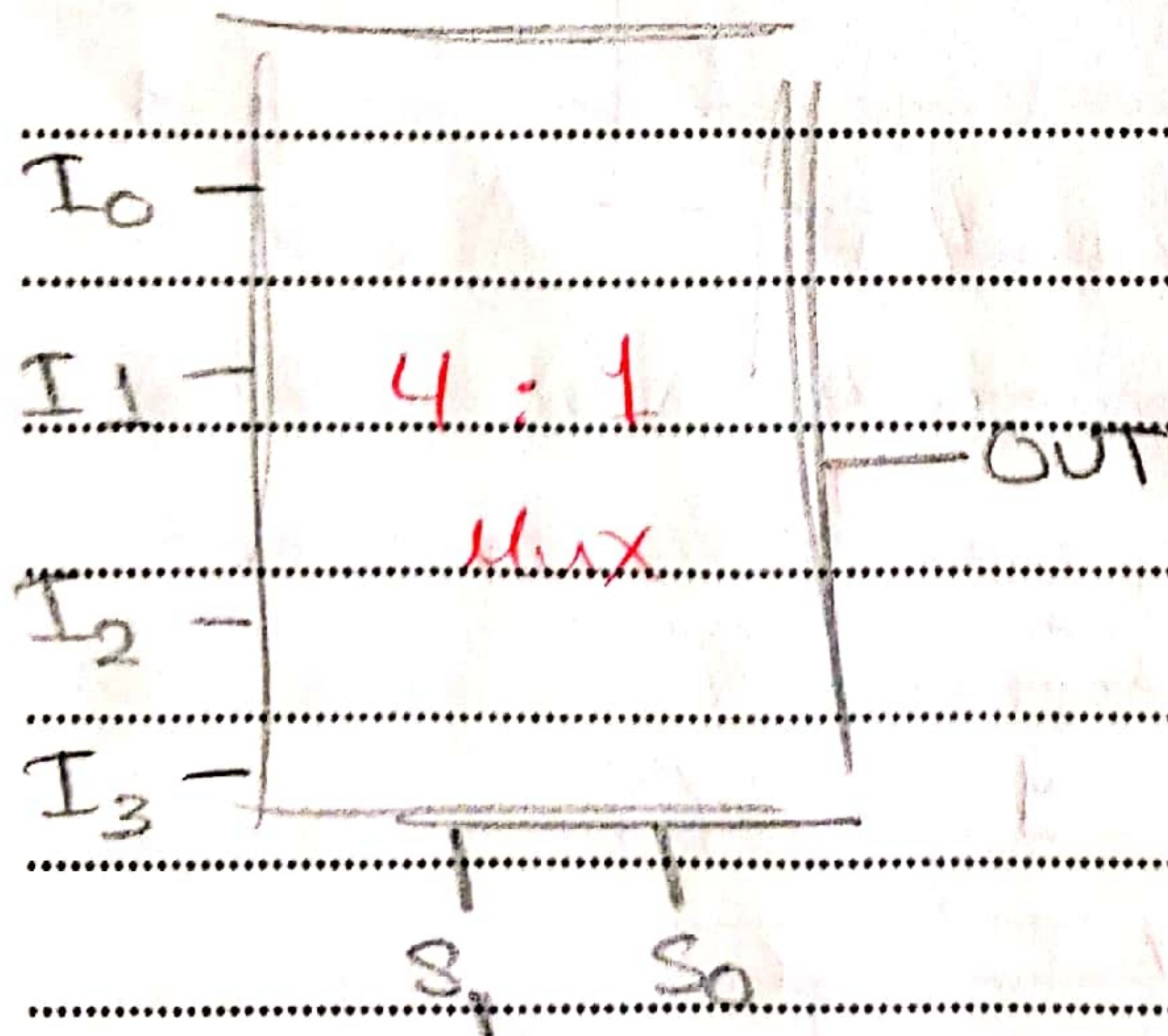
From k-map ✓

$$OUT = \bar{S}I_0 + SI_1$$

لو فرضها بالاختار بتوحيده
في بسيط وكذا بسيط ال multiplexer



condensed truth table ← مختصر optimal أفضل جدول



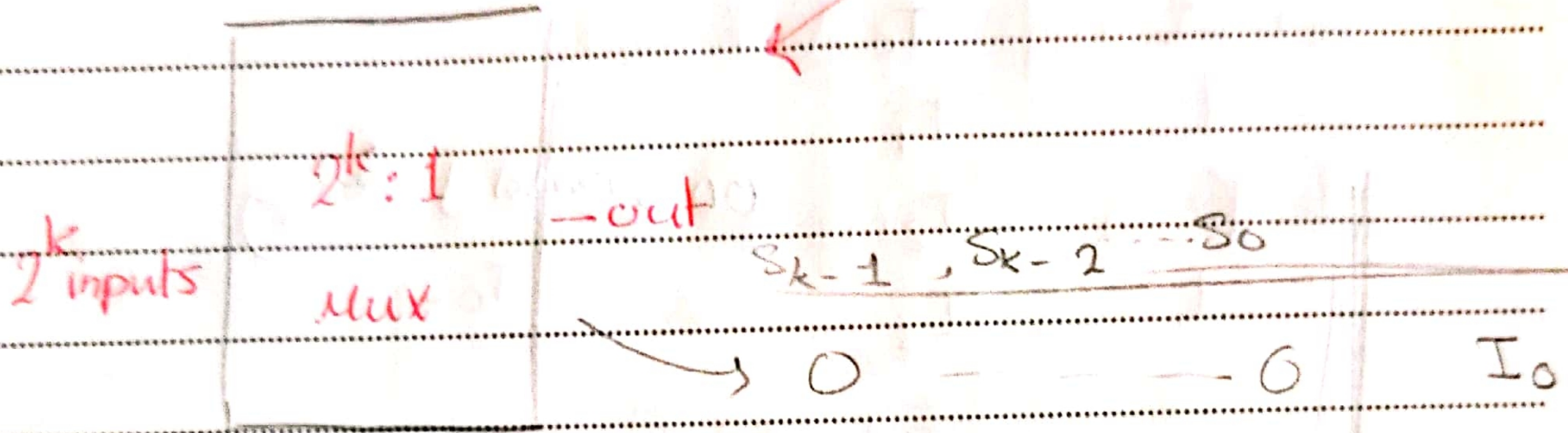
	S_1	S_0	OUT
I_0	0	0	I_0
I_1	0	1	I_1
I_2	1	0	I_2
I_3	1	1	I_3

$$OUT = \bar{S}_1\bar{S}_0I_0 + \bar{S}_1S_0I_1 + S_1\bar{S}_0I_2 + S_1S_0I_3$$

SUBJECT:

-: Mux ال

signals ال 2^k ال $2^k - 1$ ال optimal \leftarrow ال $2^k - 1$ ال \leftarrow ال $2^k - 1$ ال



k selection line
بنت، بياض

condensed 2^k ال $2^k - 1$ ال
truth table

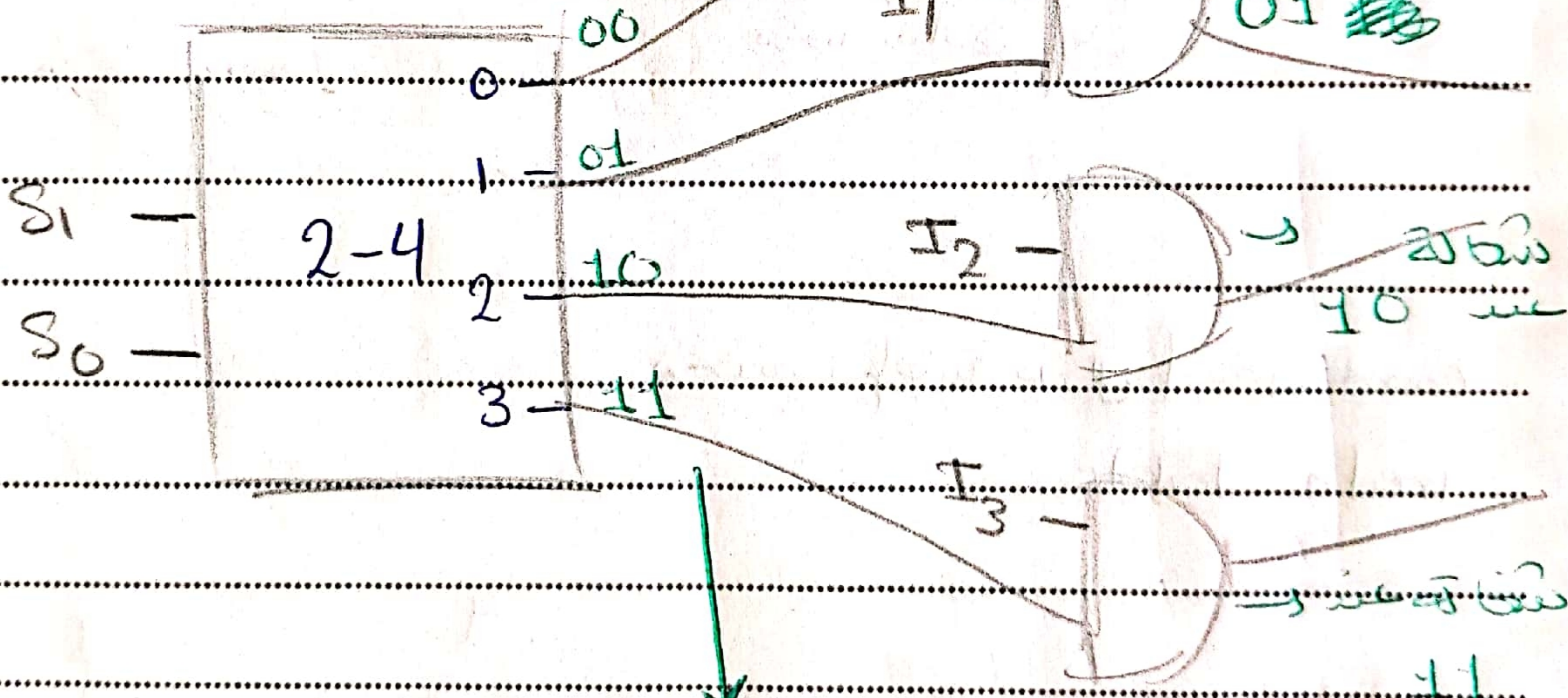
1 - - - - 1

Ands ال decoder use Mux ال
↳ check slide 61

فقط الرسم الـ Mux باستخدام الـ decoder

مثال -

S_1	S_0	OUT
0	0	I_0
0	1	I_1
1	0	I_2
1	1	I_3



نخرج الـ output

And الـ output

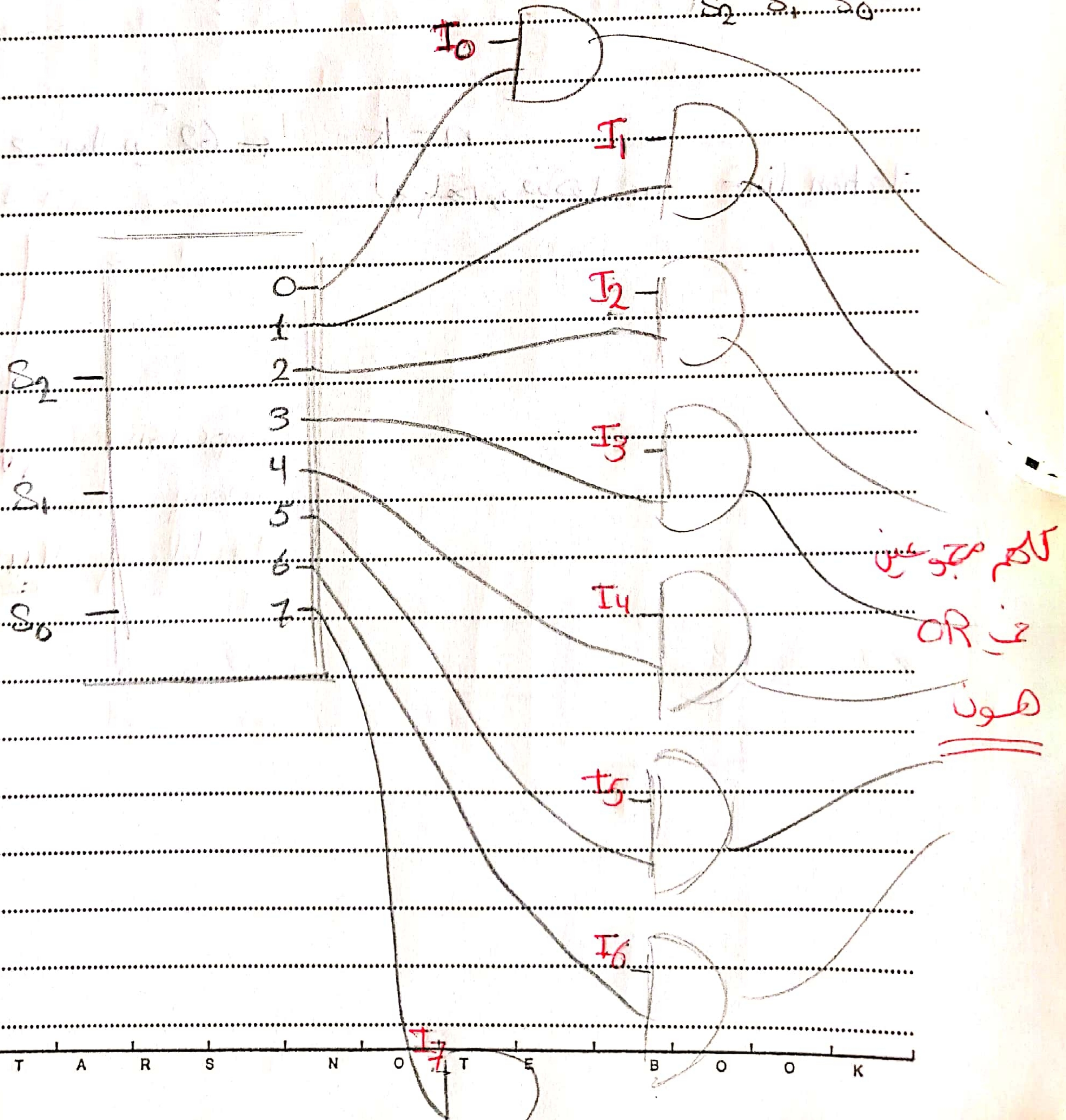
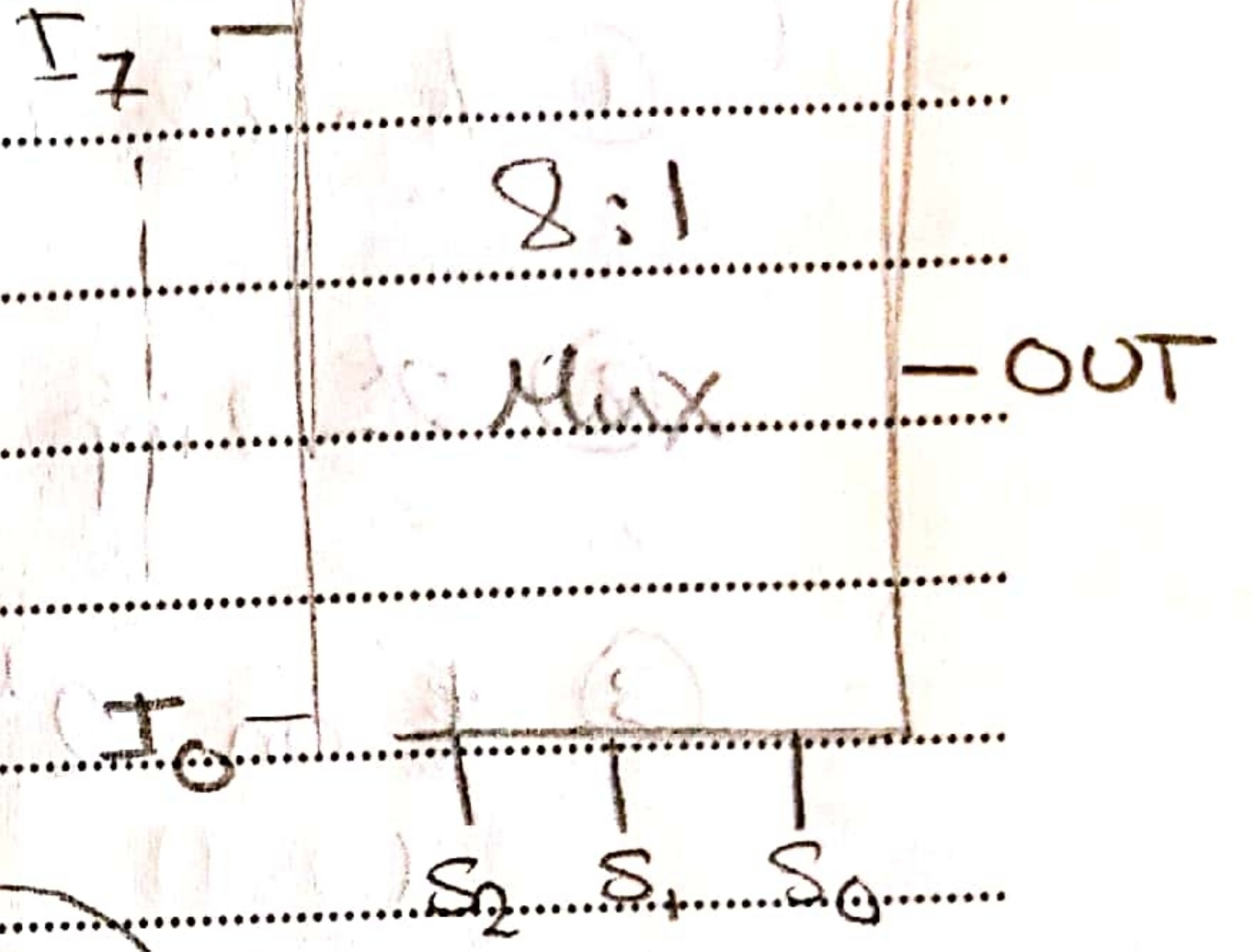
يتمثل الـ input

OR وبالرغم من ذلك يتم على OR

OR ويتم

SUBJECT:

8:1 Mux



Approach #1:-

$2^k - 1$ Mux ← SUB Mux (1 input line)

① $k - 2^k$ Decoder (1 single decoder)

② 2^k 2 input And Gates

③ ~~on~~ 2^k input OR → ✓

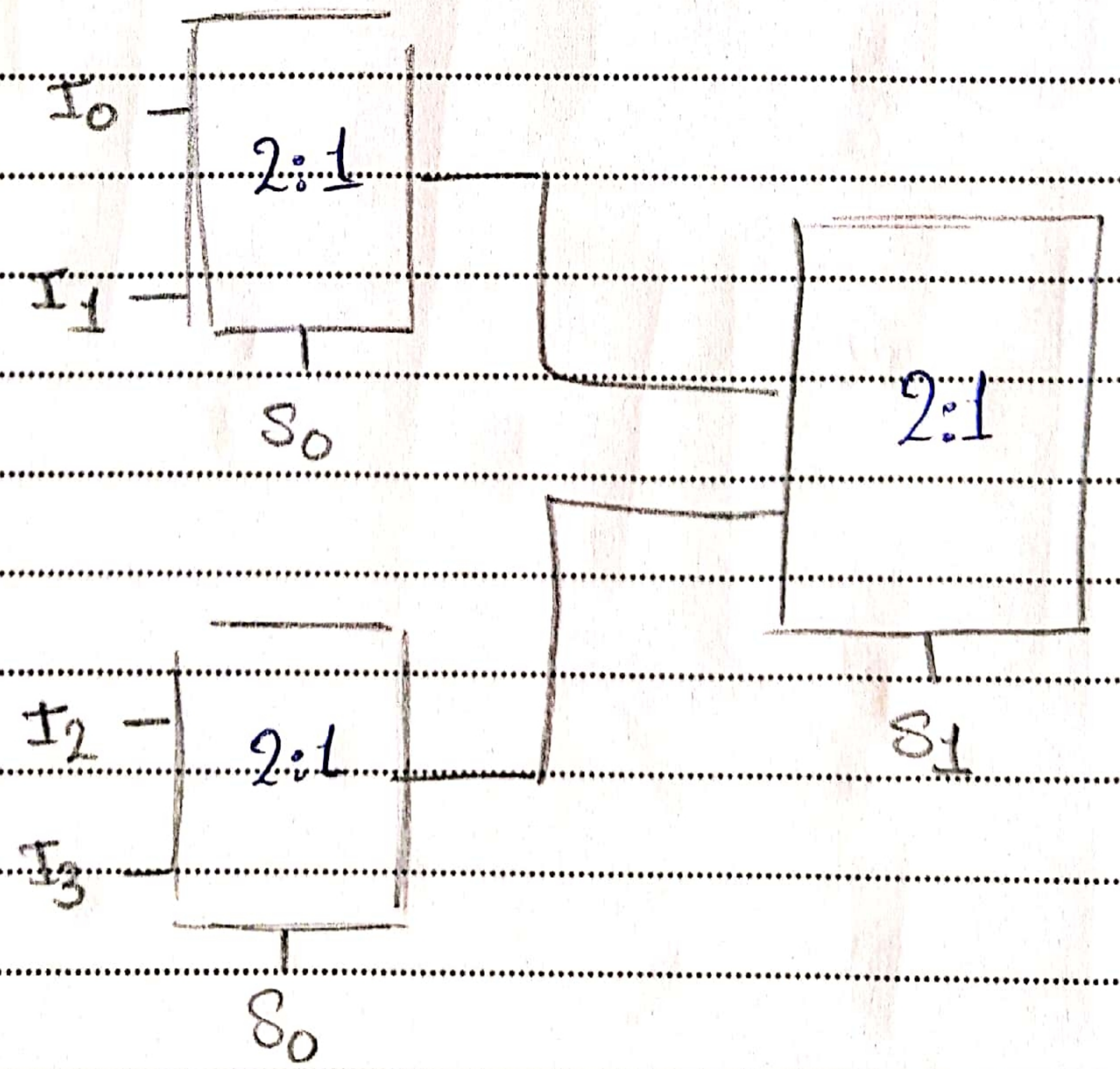
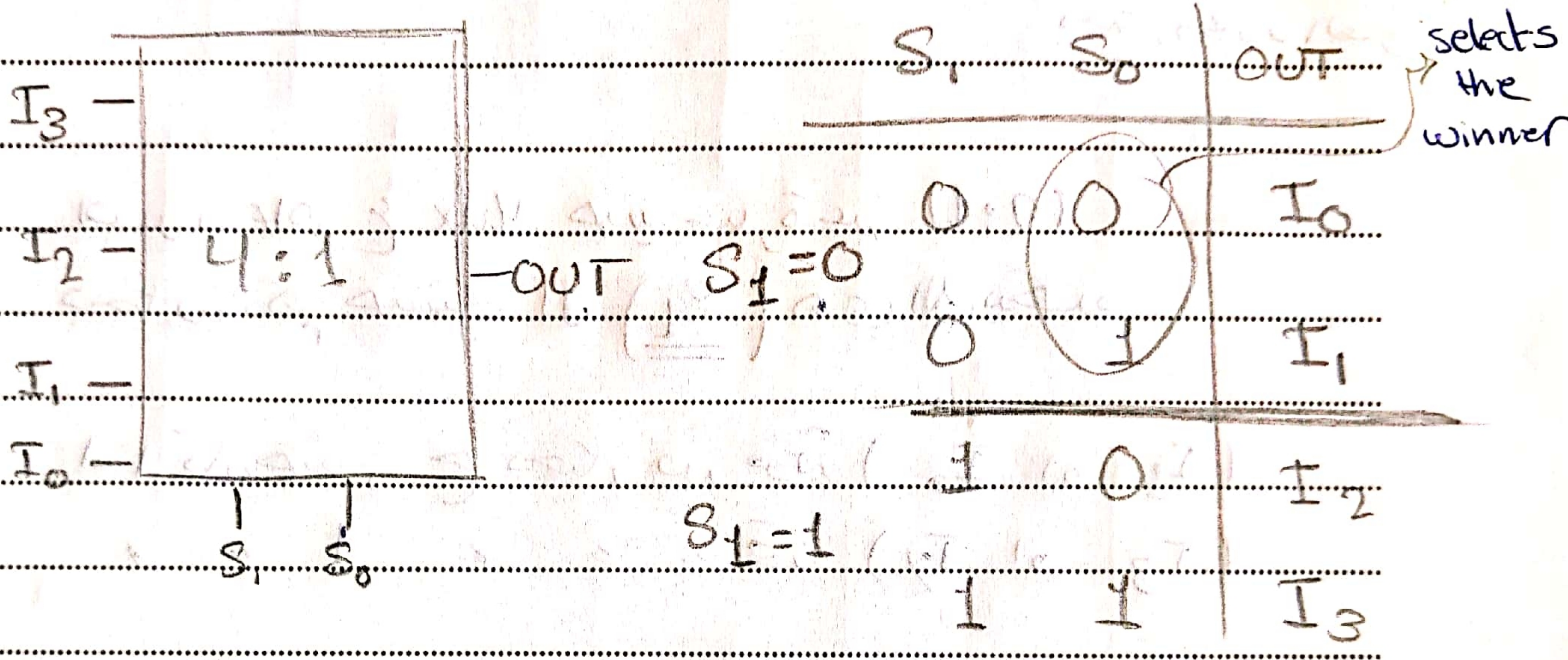
$n = k$ ← 62

selection line

expensive way of building Mux

Approach #2:-
 Another way of building the multiplexer

using two decoders in decoder driven basis
 decoder driven



تم جمع رتبة بلاخية باللام -

I_0 و I_1 متباينان حيث $S_0 \leftarrow S_0$ هو الذي
بختار وجد الثاني

I_2 و I_3 " " " " $S_0 \leftarrow S_0$ هو الذي
بختار وجد الثاني

اجعلين بدخلهم مع Mux جديد عبارة عن (2:1)
بختار بيناكن حسب ال (S_1) هي التي يتكبد

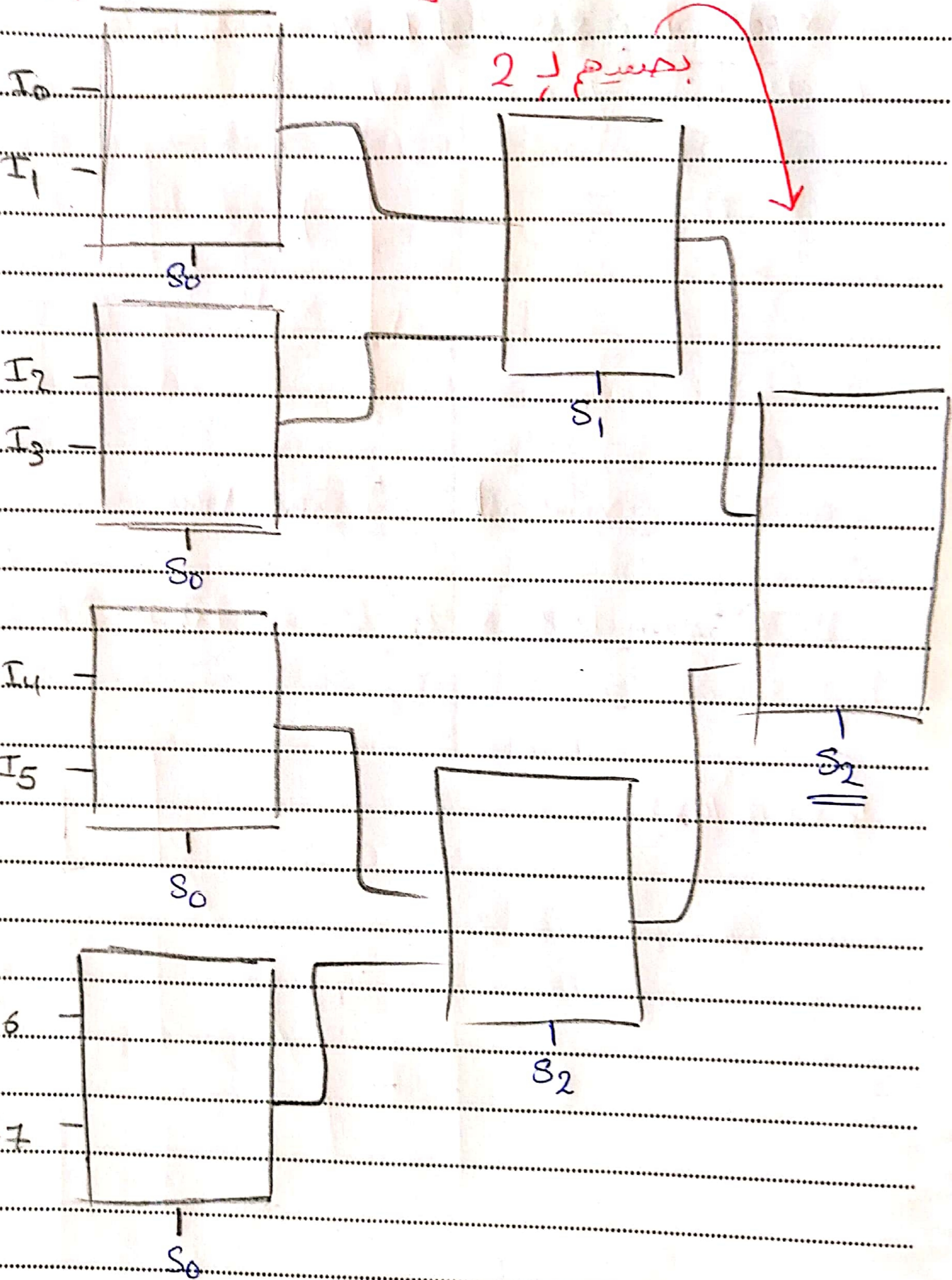
اذا كانا جميعا مع اختيار عند فؤدة (I_0 او I_1)
" " " " " " (I_2 او I_3)

example: 8:1 mux

S_2	S_1	S_0	OUT
0	0	0	I_0
0	0	1	I_1
0	1	0	I_2
0	1	1	I_3
1	0	0	I_4
1	0	1	I_5
1	1	0	I_6
1	1	1	I_7

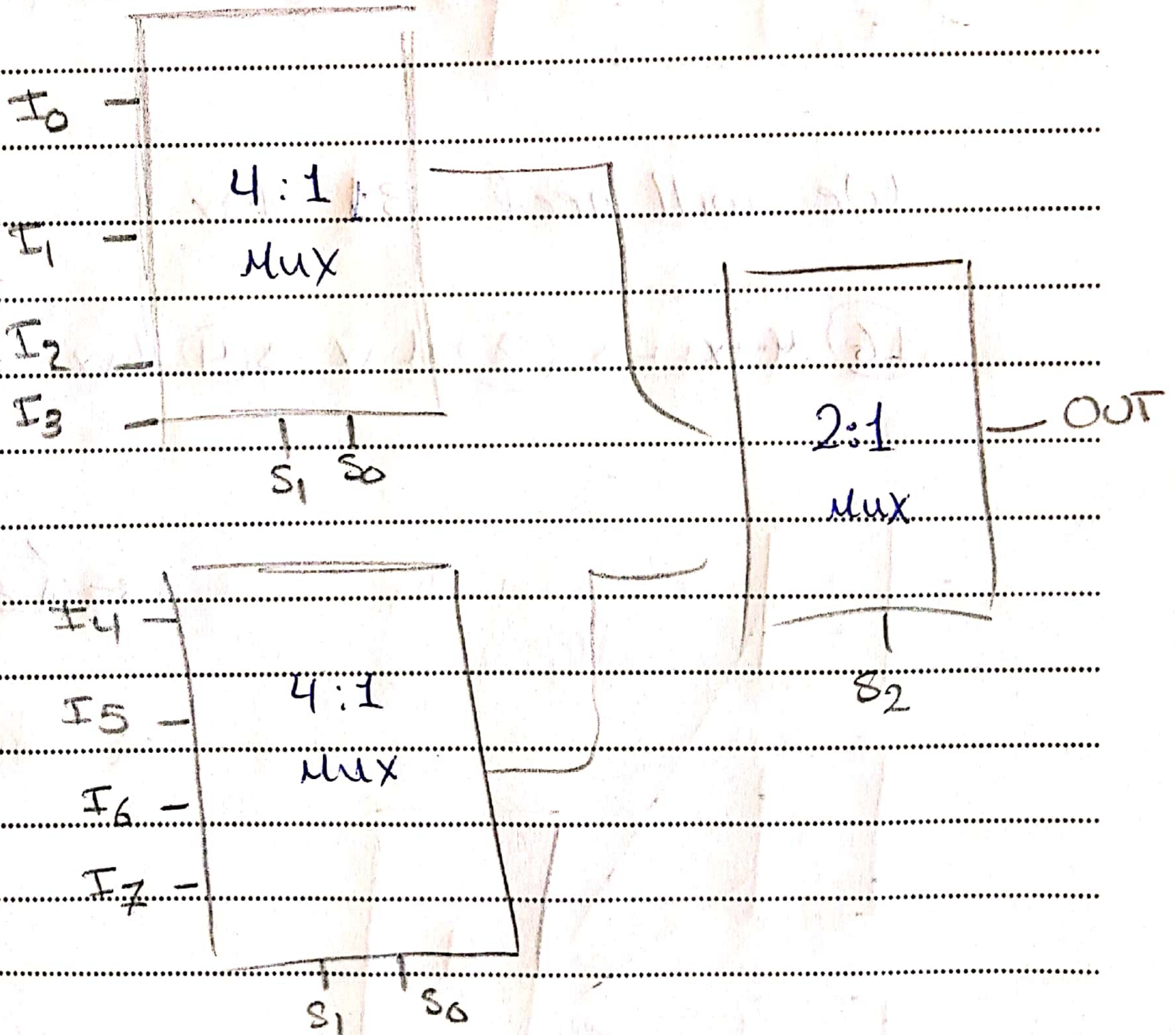
4) \rightarrow $\frac{d}{dt} \int \dots$ & lic

2) \rightarrow $\frac{d}{dt} \int \dots$

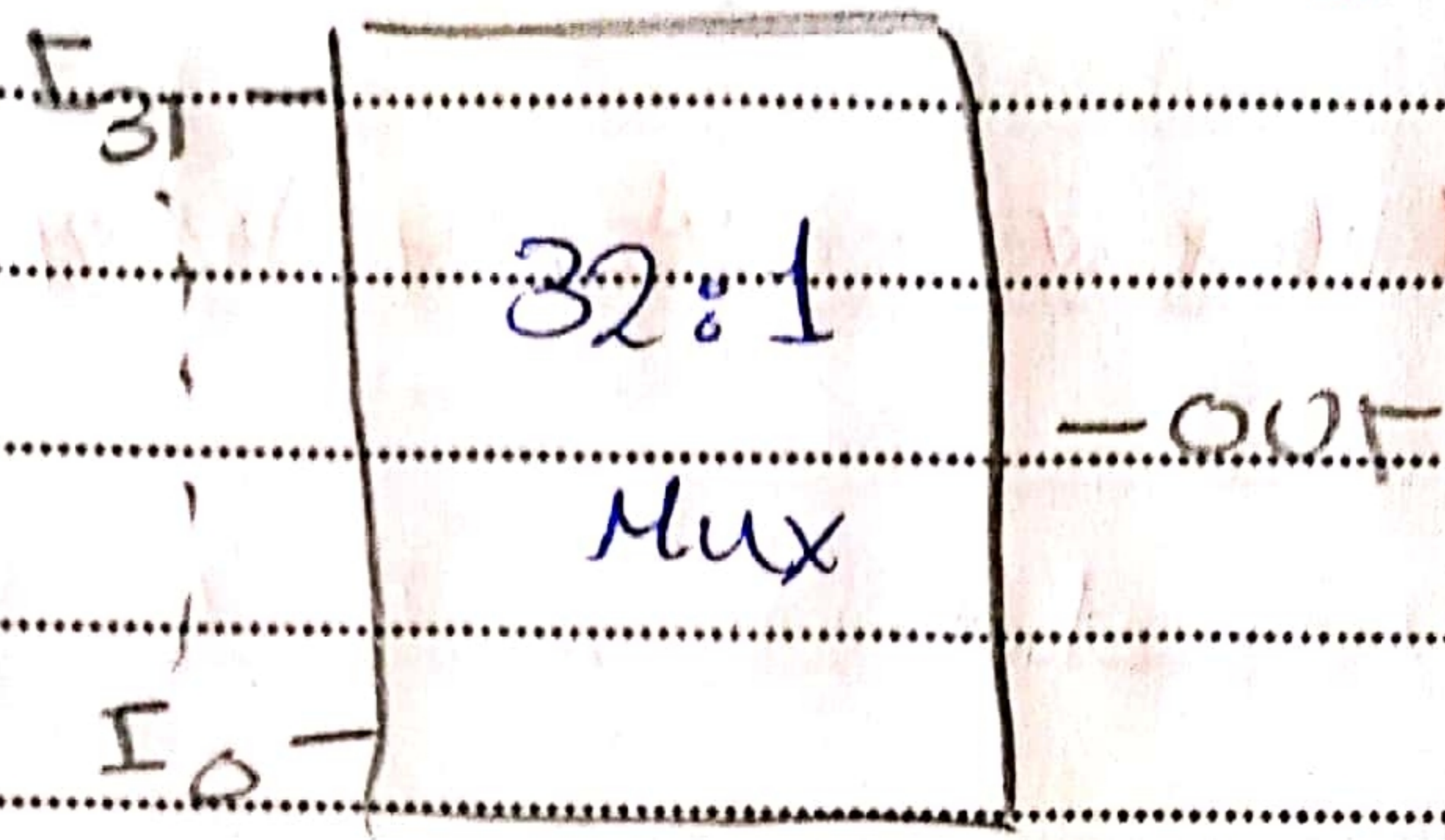


و حسب دینو و طریقه کار این سوال به نظر آوردم ✓
حتی شرط اعلام بنامتان

اذا و طریقه کار این سوال به نظر آوردم ✓
4:1 Mux → 2 → 4:1 Mux
4:1 Mux

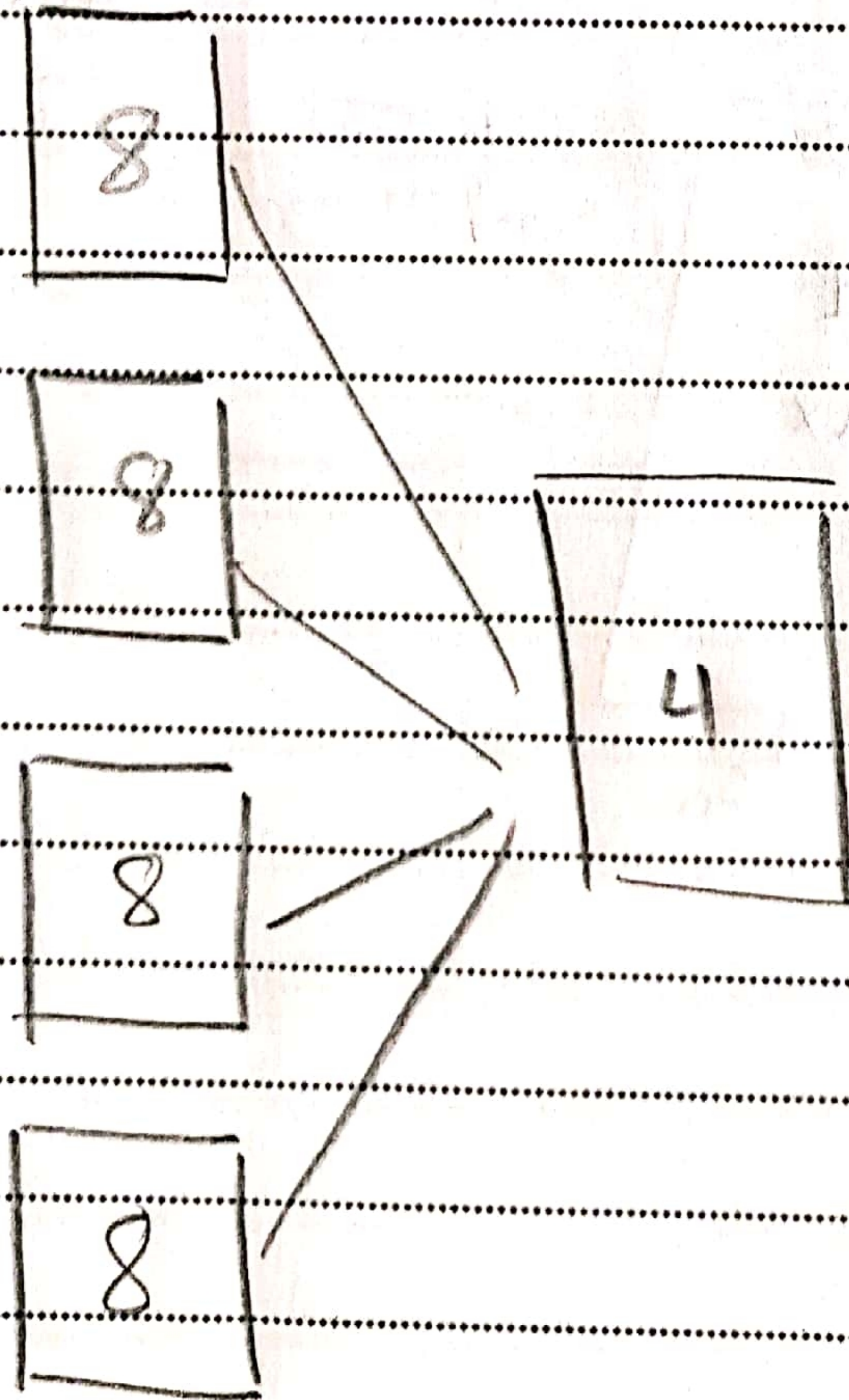


examples Build ³² ~~32~~ = 1 Mux
 using only 2:1 Mux



We will need 31 Mux

(16) Mux \rightarrow (8) Mux \rightarrow (4) Mux \rightarrow (2) Mux \rightarrow (1) Mux



او خطاً ماله \leftarrow

Homework :- Slide 66

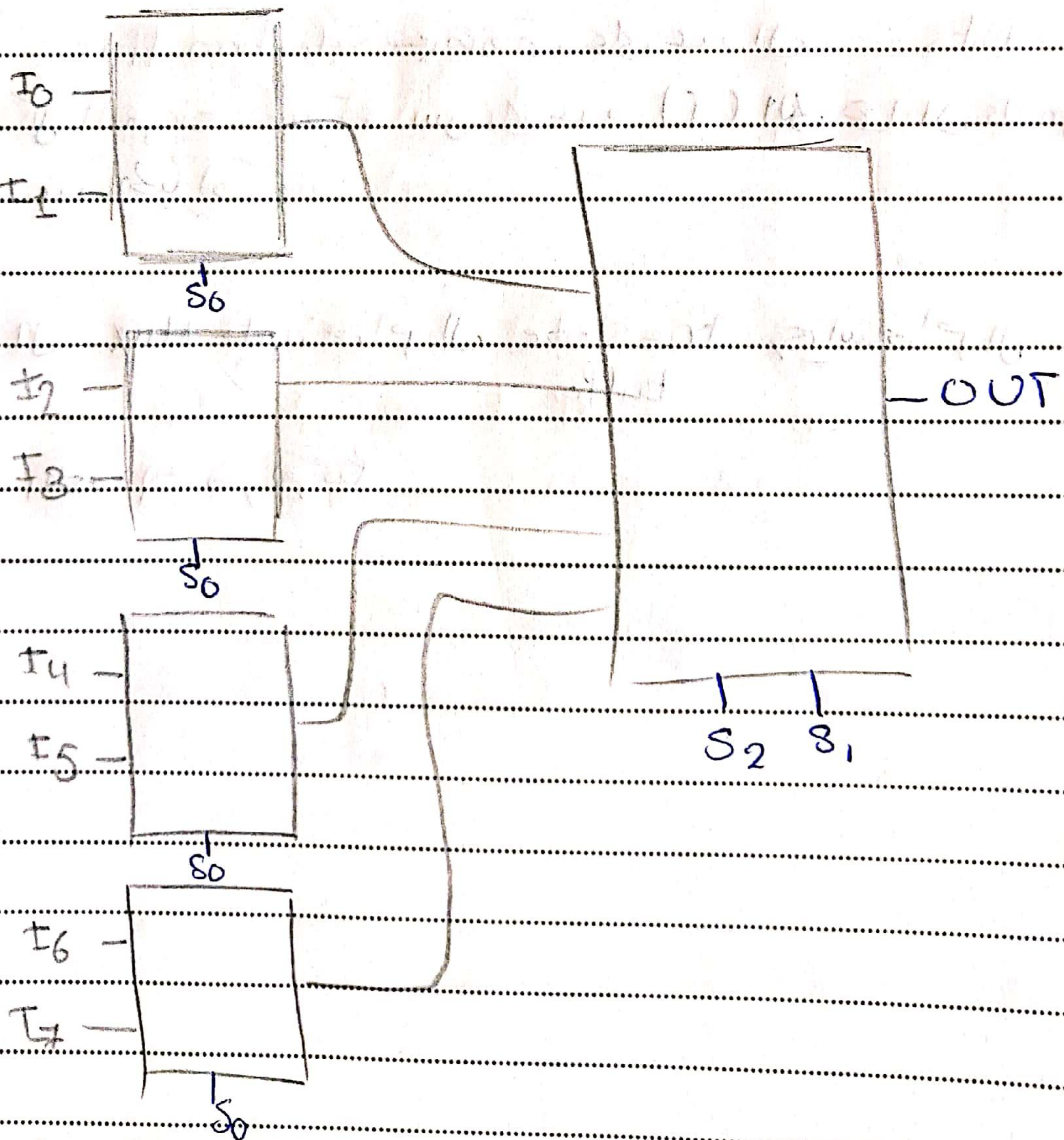
Build 8:1 mux

① Two 4-1 mux and one 2-1 mux

Done in slide 65

③ only 2-1 muxes (Done previously)

② one 4-1 mux and 9 multiple 2-1 muxes



Quadr Multiplexer → signal کے لیے 4 bits ← (I)

Dual Multiplexer → 2 bits ← (I) کے لیے

* ویدئو کے لیے 32-Bits Mux → I کے لیے 32 Bits

ملاحظات

ان کے لیے Selection line کے لیے عددی عدد کے Bits
signal کے لیے عددی عدد (I) کے لیے ان کے signals
کے لیے عددی عدد

* جب ان کے لیے Mux یا tri-state buffer استعمال کرنے کے لیے

Muxes کے لیے 12

2 bit buffers

اسی کے لیے truth table اور combinational circuits

1) دیکھنے کے لیے k-map اور دیکھنے کے لیے And

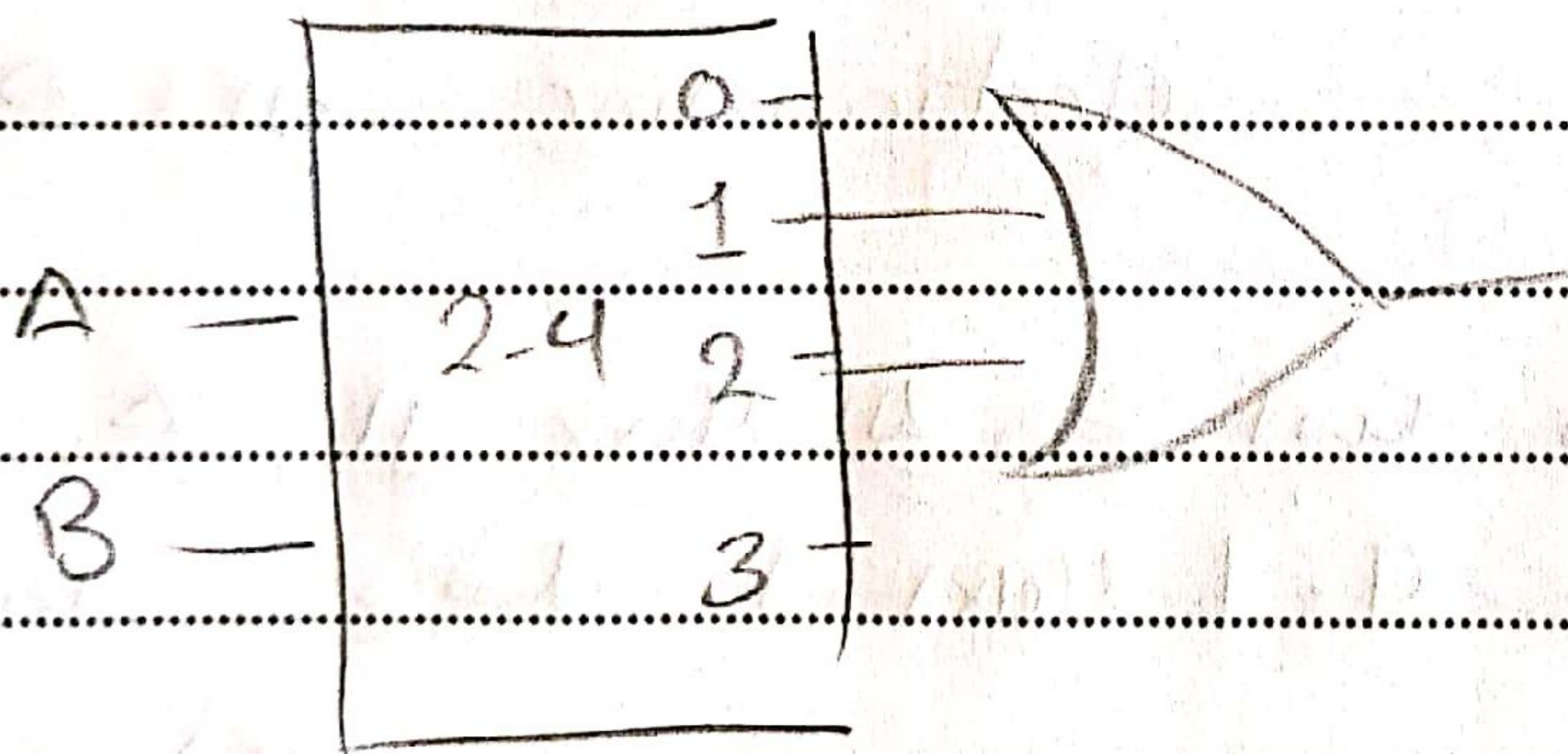
اور OR اور NOT

2) دیکھنے کے لیے NAND, AND, OR, NOT

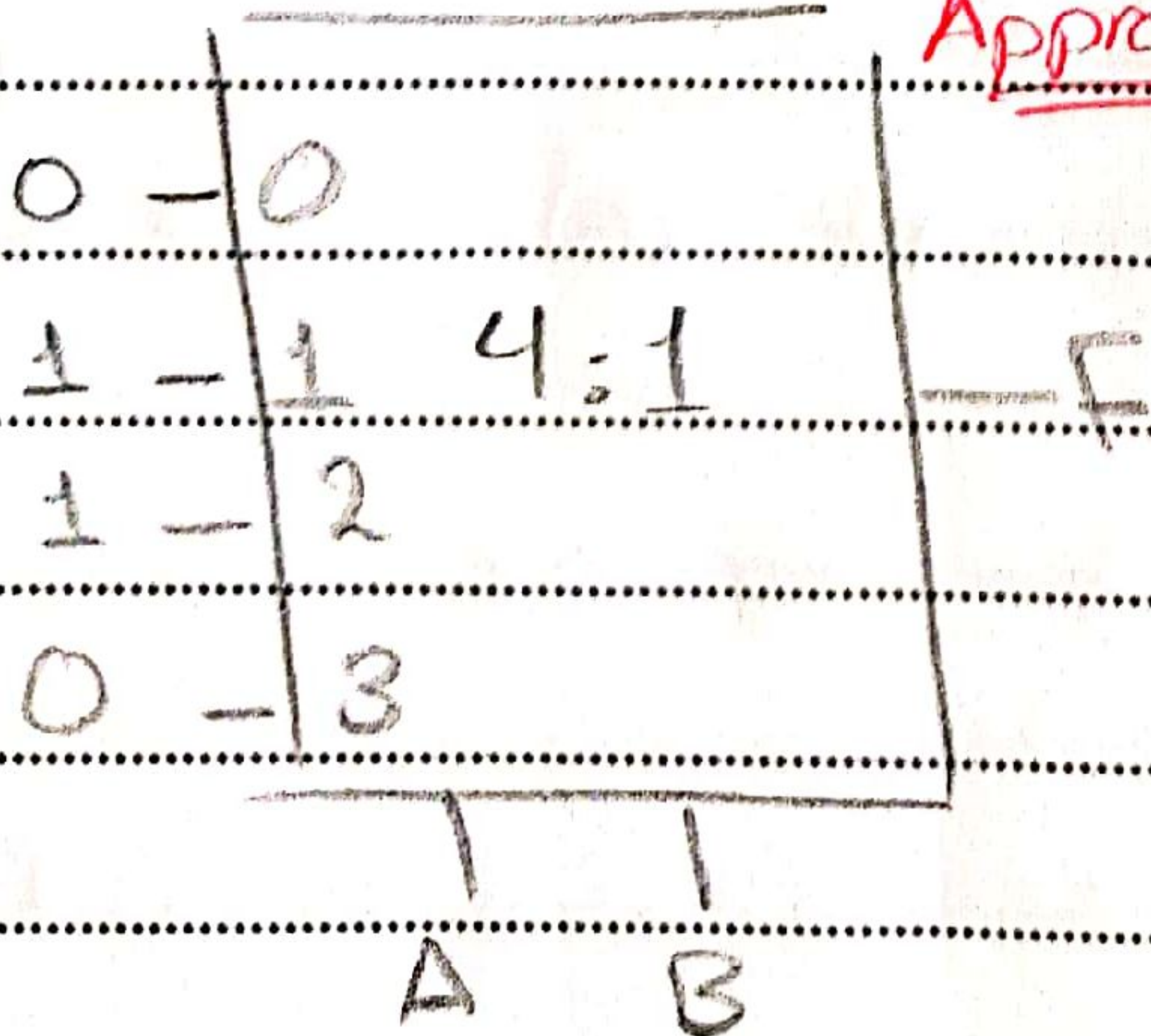
اور NORs

3) دیکھنے کے لیے Decoder ← دیکھنے کے لیے inputs

دیکھنے کے لیے OR gate اور دیکھنے کے لیے



4) دیکھنے کے لیے Mux ← Approach #1



A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

I₀
I₁
I₂
I₃

اذا كاننا Max بين رقمين اي truth table

✓ بنا انا

✓ Approach #2 → tri-state buffer

Slide 72

طريقة ← عن طريق اي Max انا ، inputs انا ، selection line انا

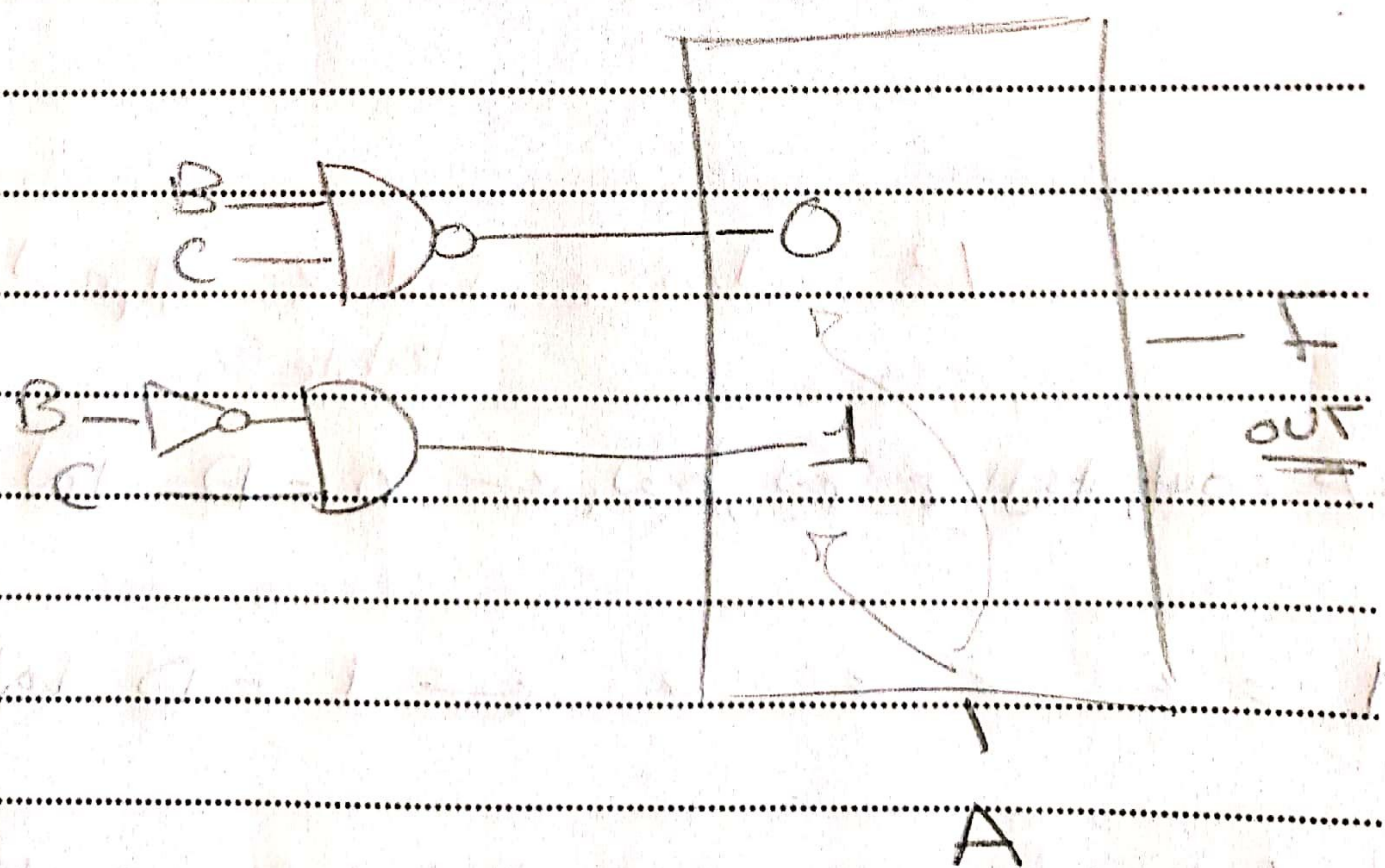
← truth table انا ، Max انا ، inputs انا ، selection line انا ، 4:1 Max انا ، truth table انا

example: - Implement the function in slide 76 using 2:1 Mux

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$F = \overline{BC}$ →

$F = \overline{B}C$



Demultiplexer :-

یہ ایک input کو بت پر علی (ای) signal پر ریختا ہے

	S_1	S_0	D	D_0	D_1	D_2	D_3
$0 =$ D ₀ بیج	0	0	0 1	D	0	0	0
$1 =$ D ₁ بیج	0	1	0 1	0	D	0	0
$2 =$ D ₂ بیج	1	0	0 1	0	0	D	0
$3 =$ D ₃ بیج	1	1	0 1	0	0	0	D

78 Max ڈیٹا کے لیے استعمال کیے جانے والے 78 bit table

↓ کا نتیجہ 1 = D ← یعنی بیج کے لیے ال outputs = 4 بیٹ

1 = ' = ' = ' ← 1 = D 10

(بیٹ کے لیے ال truth table بیج کے لیے decoder)

D	S ₁	S ₀	OUT
0	X	X	0 --- 0
1	0	0	1 0 0 0
1	0	1	0 1 0 0
1	1	0	0 0 1 0
1	1	1	0 0 0 1

D work as an Enable

So DMUX is as decoder with Enable

Decoders → Does the decoding

Demultiplexer → Does the distribution

The specification is completely different, but mathematically are equivalent

New chapter: Arithmetic function CH4

كل عدد في النظام الثنائي يتم كتابته في صورة Sum من القوى من 2 و carry

لذا إذا كان لدينا عدد في النظام العشري
و نريد كتابته في النظام الثنائي (الذي نالده)

فمنه الطريقة التي يجب علينا decimal في نظامنا العشري
binary ✓

$$\begin{array}{r} \rightarrow \text{initial carry} \checkmark \\ 1 \\ 1 + \\ \hline 1 \end{array}$$

$$10 = 2 \leftarrow \text{in binary} \leftarrow (10) = 1 + 1 \leftarrow$$

(in Binary:) 5 bits = (4 bits + 4 bits)

(in decimal ✓) 5 digits = (4 digits) + (4 digits)

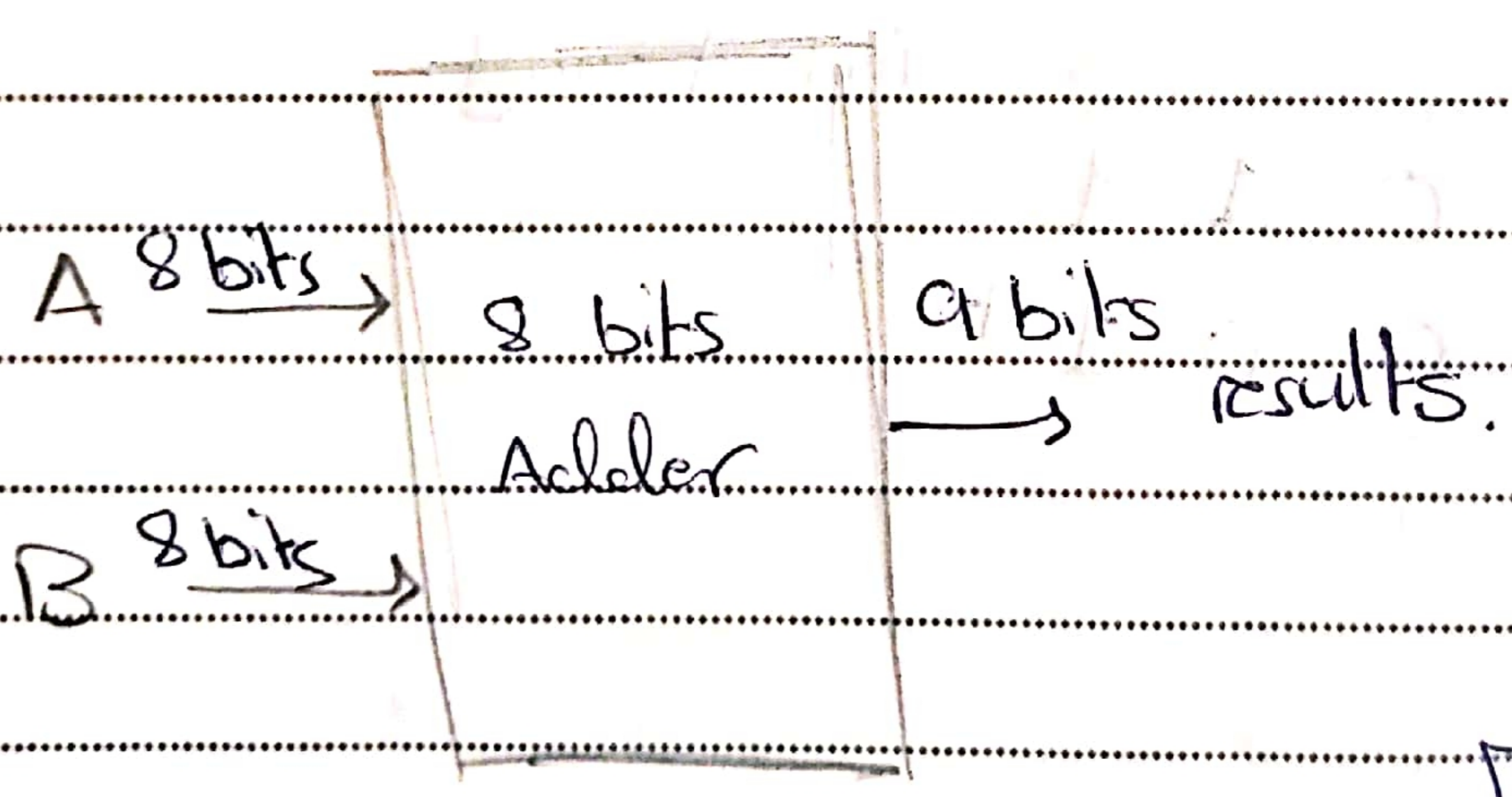
ال ← carry لا يخرج جورد صالحا

* ديكري تصميم ال board, ال circuit

← كلب ال truth table حسب ال

← ال k-map ال ال ال ال ال circuit

بالمطابق ال ال ال ال [8 bit Adder]



16 Bit input ← 9 equations or a bits result

A₇ A₆ ... A₀ B₇ B₆ ... B₀ R₈ R₇ ... R₀

0

1

2¹⁶ combinations

هنا الطريقة غير عملية وبعيدة (الطريقة السابقة)

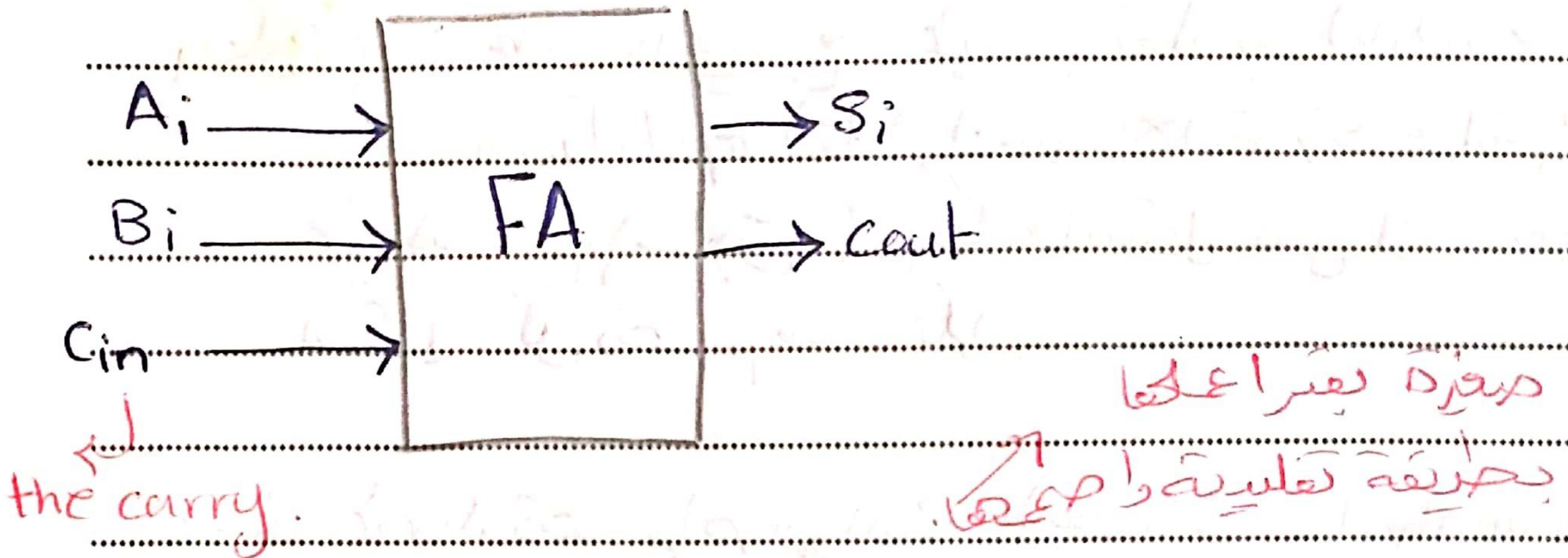
الفكرة

عاطف داعي نبيع الطريقة التقليدية لها بالوندي
repetition (تكرار لنفس العملية) في عملية البيع
في ذلكم السابق (أو كل ما يتعلق بس Address
سيفعل كل ذلكم فيه تكرر

← نبدأ هناك ذلكم المبرر واسم (الطريقة sequential)
ببداية ال Design مجموعة full address
كل واحد منهم 1 bit، ويجب مجموعة ال results
بمعرفة sequential وبهاكم مع بعض

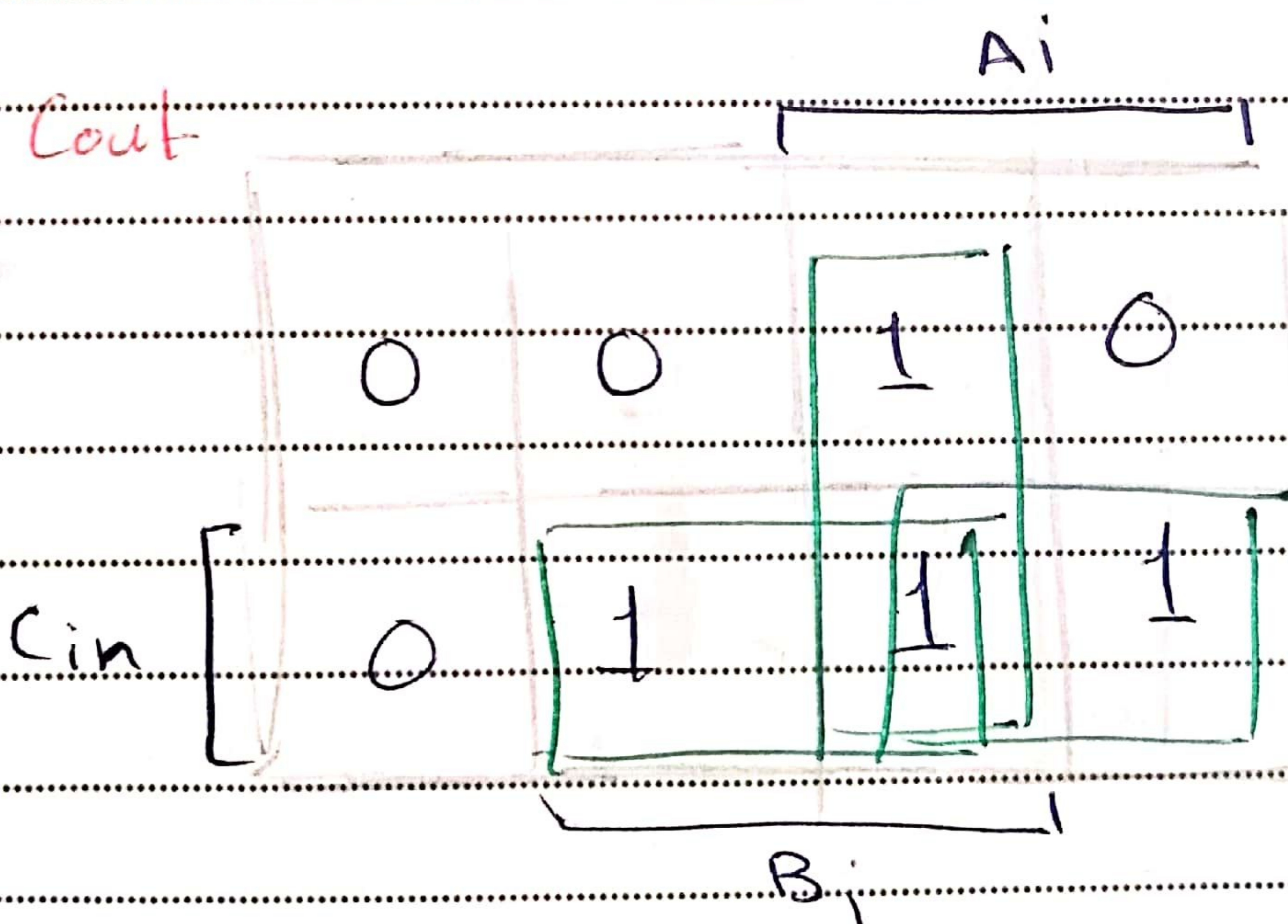
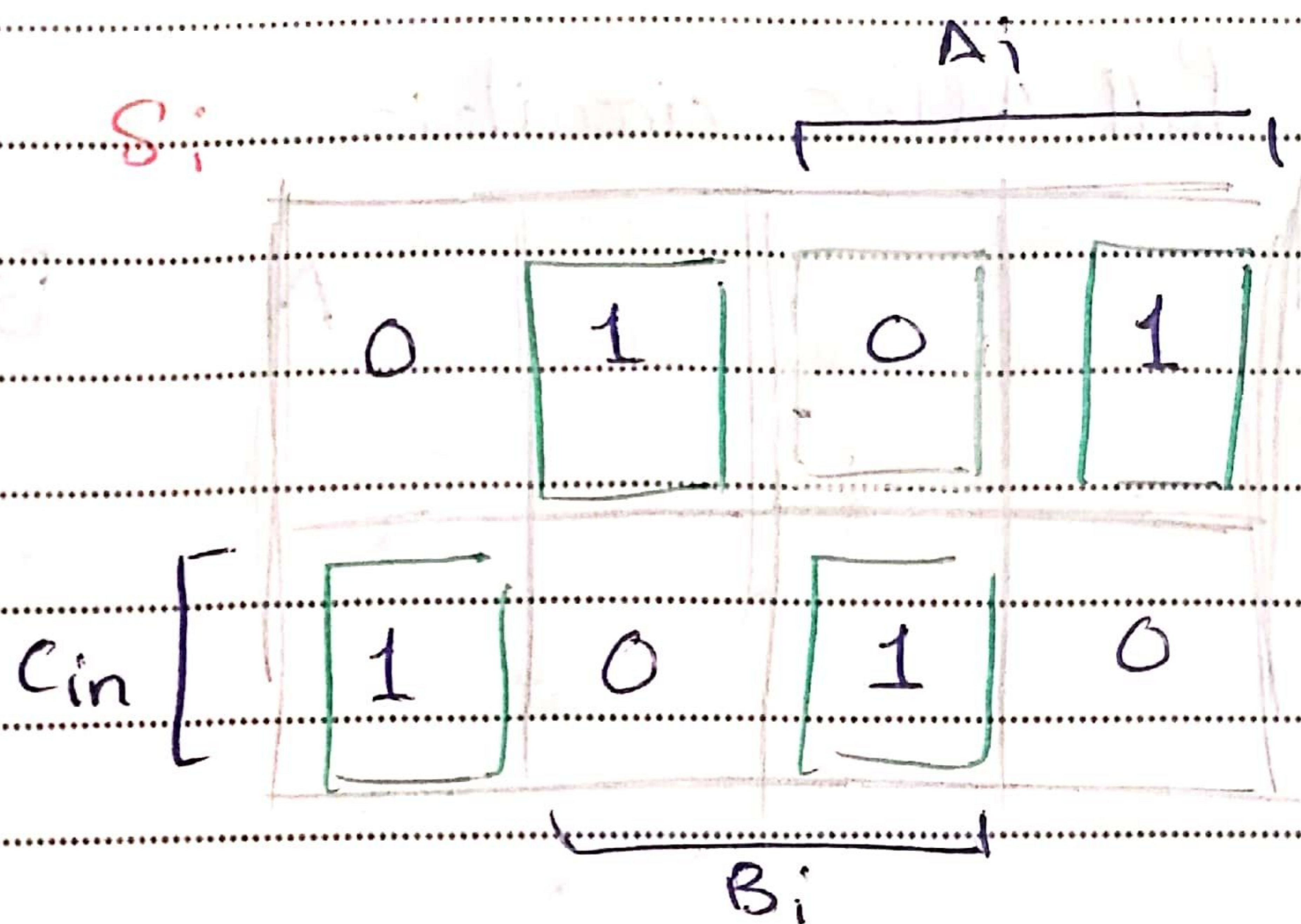
سلسلة عملية بخير بسبب ال Dependency
أو ال serialization ✓

1 Bit Adder design (Full Adder)



C_{in}	A_i	B_i	S_i	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Then we make 2 k-maps



$S_i =$ XOR equation by chance from the truth table (odd function)

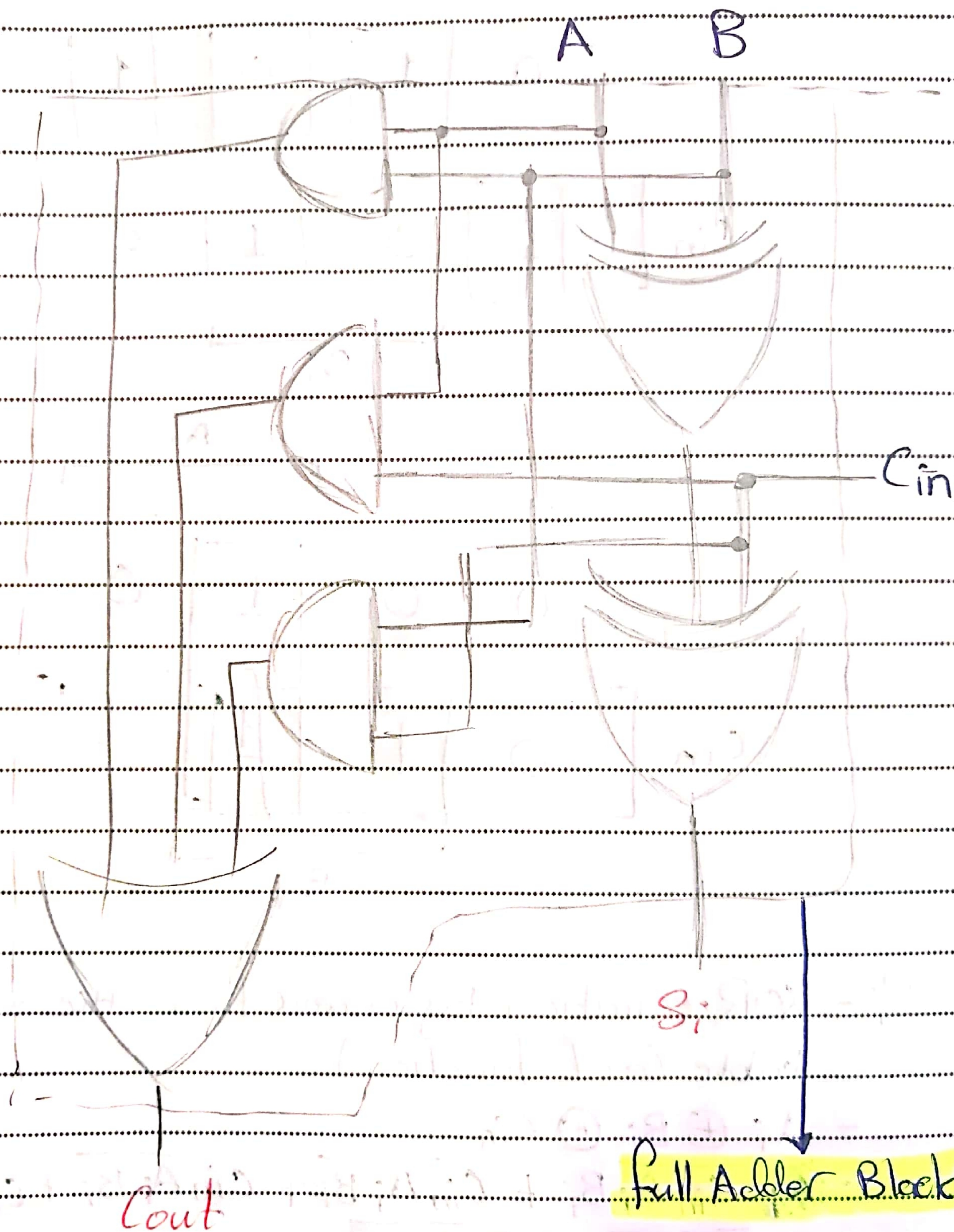
$$= A_i \oplus B_i \oplus C_{in}$$

$$= \overline{C_{in}} \overline{A_i} B_i + \overline{C_{in}} A_i \overline{B_i} + C_{in} \overline{A_i} \overline{B_i} + C_{in} A_i B_i$$

~~$$= \overline{C_{in}} \overline{A_i} B_i + \overline{C_{in}} A_i \overline{B_i} + C_{in} \overline{A_i} \overline{B_i} + C_{in} A_i B_i$$~~

$$C_{in} = A_i B_i + A_i C_{in} + B_i C_{in}$$

Full Adder circuit :-

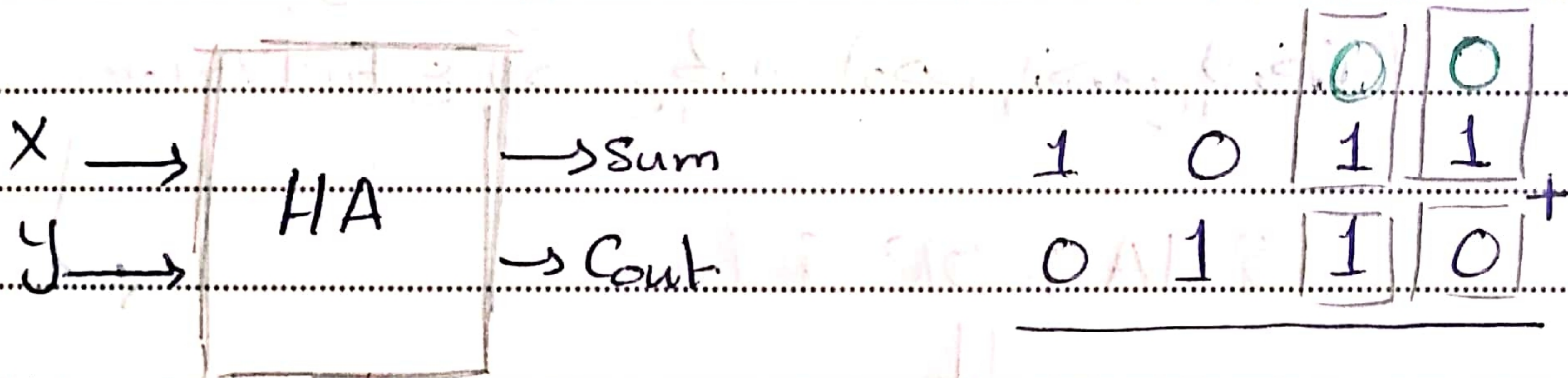


The Ripple Carry Adder

وحدین سیک مجموعہ ال (FA) کے دو حصوں سے
 اعداد ال Adder کے کلاں کے سلاں 13

⇒ Why is it called the [Full] Adder?

→ Half-Adder?



بہر ہر مجموعہ سیک بل تا جمع ال 3 ر ہ و ہر ہ

سک جمع ال carry ہے A_i اول حصین تا دیکم جمع ال B_i

X	Y	S_i	Cout
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$Sum = X \oplus Y$ slide 8

$Cout = A$ → The And gate

Sum ال دیک صارتہ ←
 XOR Function
 صحت ہے ✓

* من مقارنة بين تصميم ال Full Adder في سلايد 11 ولتصميم
القديم، يلاحظ انه حين افق ثلاثة بسبب شكل المقارنة
الحديد التي سيجلي اسهل (XOR Gate) بحيث
استخدم عدد (And gates) اقل

معاملتين متساويتين رياضيًا c_{in} للتحقق من كياناً

علاقة بال HA انه 2 Half Adders نستلوا عبارة
Full Adders مع تصميم جديد (وهو التصميم الاخير)

2 HA + OR Gate

↓
1 FA

Unsigned Subtraction

→ In subtraction you start from the LSF and you borrow.

When you borrow in decimal you take (10).

→ when you borrow in binary you take (2) which is (10) in binary ✓

$$\begin{array}{r}
 01010 \\
 1001 \\
 \underline{0111} \\
 0010
 \end{array}$$

* But when subtract reversely :-

$$\begin{array}{r}
 10111 \leftarrow N \\
 1001 \leftarrow M \\
 \underline{} \\
 1110
 \end{array}$$

$$D = (N - M) + 2^n$$

⇒ $10111 - 1001 = 1011$ (0111) صفت
 عليه (10111) 1011

صفتها (2^4) لأنها كانت 1011
 بالي هي، ولما تحولت في decimal
 ✓ decimal

decimal
 ← كان الناتج خطأ لأنه طرح لك
 انه صحتي

سواء اقله من 10000، كذا في الجمع :-

Do the correction:-

$$\lfloor 2^n - (N-M) + 2^n \rfloor$$

2^n → 2^4 = 16 → 10000 : هنا في المثال السابق

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{1} \overset{1}{1} \\
 0 \ 10 \ 10 \ 10 \\
 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ \checkmark
 \end{array}$$

$$- 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 -$$

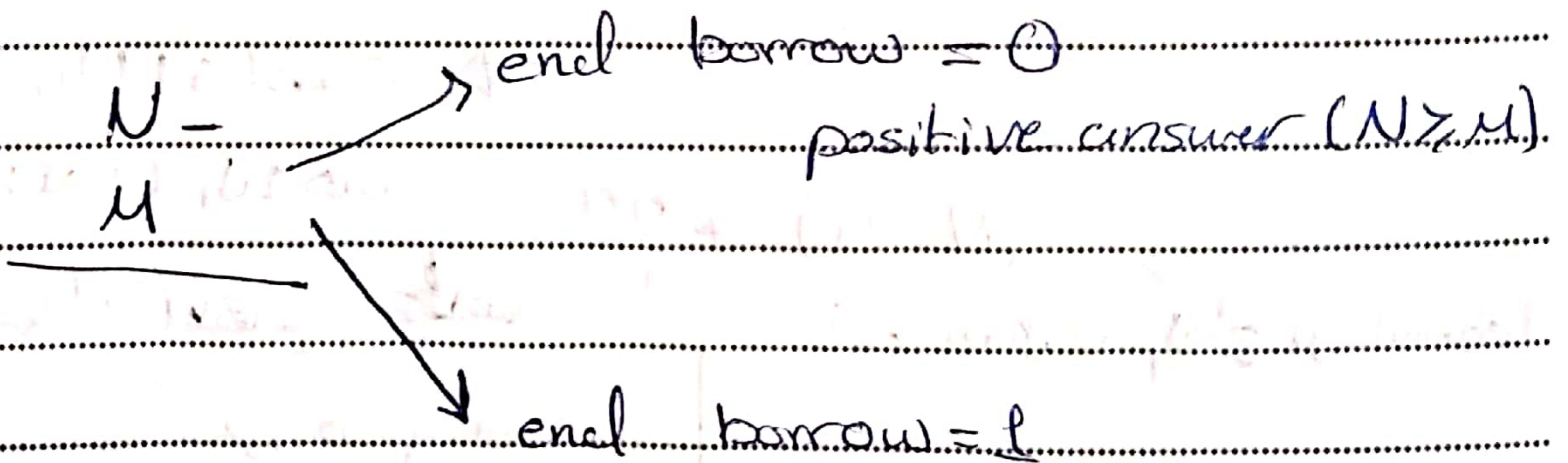
Final

answer ✓

$$\begin{aligned}
 & \cancel{2^n} - (N-M) - \cancel{2^n} = \\
 & - (N-M)
 \end{aligned}$$

$$- 10 = - (N-M)$$

to summarize:-



A correction should be applied ✓

Example:-

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\
 \underline{0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0} \\
 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \checkmark
 \end{array}$$

⇒ positive answer case

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 \underline{1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0} \\
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

→ we added 2^5 in binary

$$2^5 - (W - M) + 2^5$$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\
 \underline{0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0} \\
 - \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

correction ✓

final answer = - 100

Exercise slide 17

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 01010110 \\ 10010110 \\ 01100100 \\ \hline 00110010 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad \begin{array}{r} 1110 \\ 0100100100 \\ 10010110 \\ \hline 11001110 \end{array} \end{array}$$

the correction:-

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} 111111 \\ 01010101010 \\ 1000000000 \\ 011001110 \\ \hline -000110010 \end{array} \end{array}$$

final answer is (-110010)

The Complements [24, 26, 28, 30]

two types

① Diminished Radix $(r-1)'s$

② Radix $r's$

← کامپلیمنٹ کی حساب ال comp. تاکہ ڈیجیٹ قریب ہی
عین کی digit جو max ال

example - [For $(r-1)'s$ complement]

① solve the complement for $(34)_{10}$

9's complement ?

9's $\rightarrow (99)_{10}$

قریب ہی عین ال

$(99)_{10} \leftarrow (34)_{10}$

9's comp. = $(65)_{10}$

5 \leftarrow 4
6 \leftarrow 3

② 7's comp. for $(71)_8$

max = $(77)_8$ \swarrow \downarrow
 $(06)_8$

③ 9's comp. for $(114)_{10}$

max is $(999)_{10} \rightarrow$ 9's comp. = $(885)_{10}$

④ 1's comp. for $(1010)_2$

max is $(1111)_2 \rightarrow$ 1's comp. = $(0101)_2$

Special case with binary
you always flip digits
to find $(r-1)$'s comp.

as you invert bits
so the comp. in binary
is formed by inverters

⑤ 15's comp. for $(38A)_{16}$

max is $(FFF)_{16} \rightarrow$ comp. = $(C75)_{16}$

→ you can use the rule in slide 19

to solve the Diminished Radix comp.

لم يعالون عين الحقيقة لا، ثم تكلموا بال، لا، ثم طوقوا بال decimal

$$(2^n - 1 - U) \rightarrow 1$$

هذا اي نظام decimal، بحسب العينين

للنظام الاصلي

For Radix Complement

✓ (1) diminished comp

Examples

$$\textcircled{1} (34)_{10} \rightarrow (66)_{10}$$

$$\hookrightarrow 9's = (55)_{10} + 1$$

→ او طرح لیا و
سلا

$$\textcircled{2} (38A)_{16} \rightarrow (C76)_{16}$$

$$\hookrightarrow 15's = (C75)_{16} + 1$$

$$\textcircled{3} (1011)_2 \rightarrow (0101)_2$$

$$\hookrightarrow 1's = (0100)_2 + 1$$

$$\textcircled{4} (01110011)_2 \rightarrow (10001101)_2$$

$$\hookrightarrow 1's = (10001100)_2 + 1$$

⑤ $(010100)_2 \xrightarrow{2's} (101100)_2$

$\hookrightarrow 18 = (101011)_2 + 1$

2 carries في النظام الـ 2

الطريقة البديلة لطيران الـ 2's

10010100

له ختلاف -

المسوية وليس من اوجه

$2's \rightarrow 01101100$

المسوية كما اوضح

اول (1)

تعبت الرقم كما

الحركة كما اوضح اول (1)

لجربه بتكس الكسبي بعد

علاقة الـ complement بالجمع

$N - M = N + 2's \text{ of } M$

له ختلاف مساعدي الـ 2's circuit هو الـ circuit

واذا كان هناك carry; ياتي الـ 0

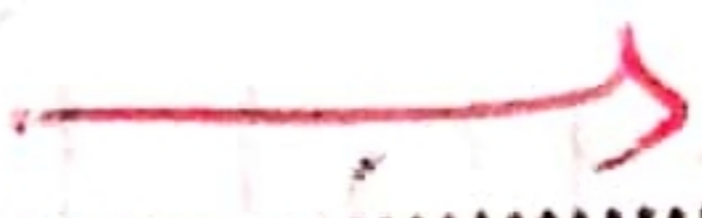
← carry الزيادة يكون

سؤال

1011

① 1¹1¹0¹1¹

0111 -



1001 +

0100

2's of 4 ←

① كلمة ال positive answer ✓
 تكون ال carry الزيادة 1
 أكبر، البصيرة -

عندما circuit لا ينجح، circuit ينجح

2's

الزيادة التي، الح زيادة ال 2's

2's of M = 1's of M + 1

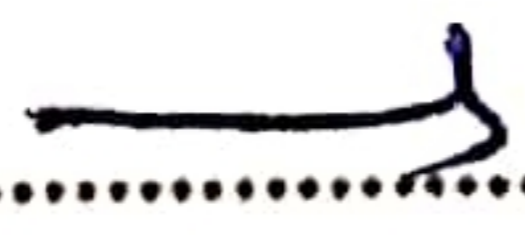
← carry الزيادة

سؤال

0111

00111

1011 -



0101 +

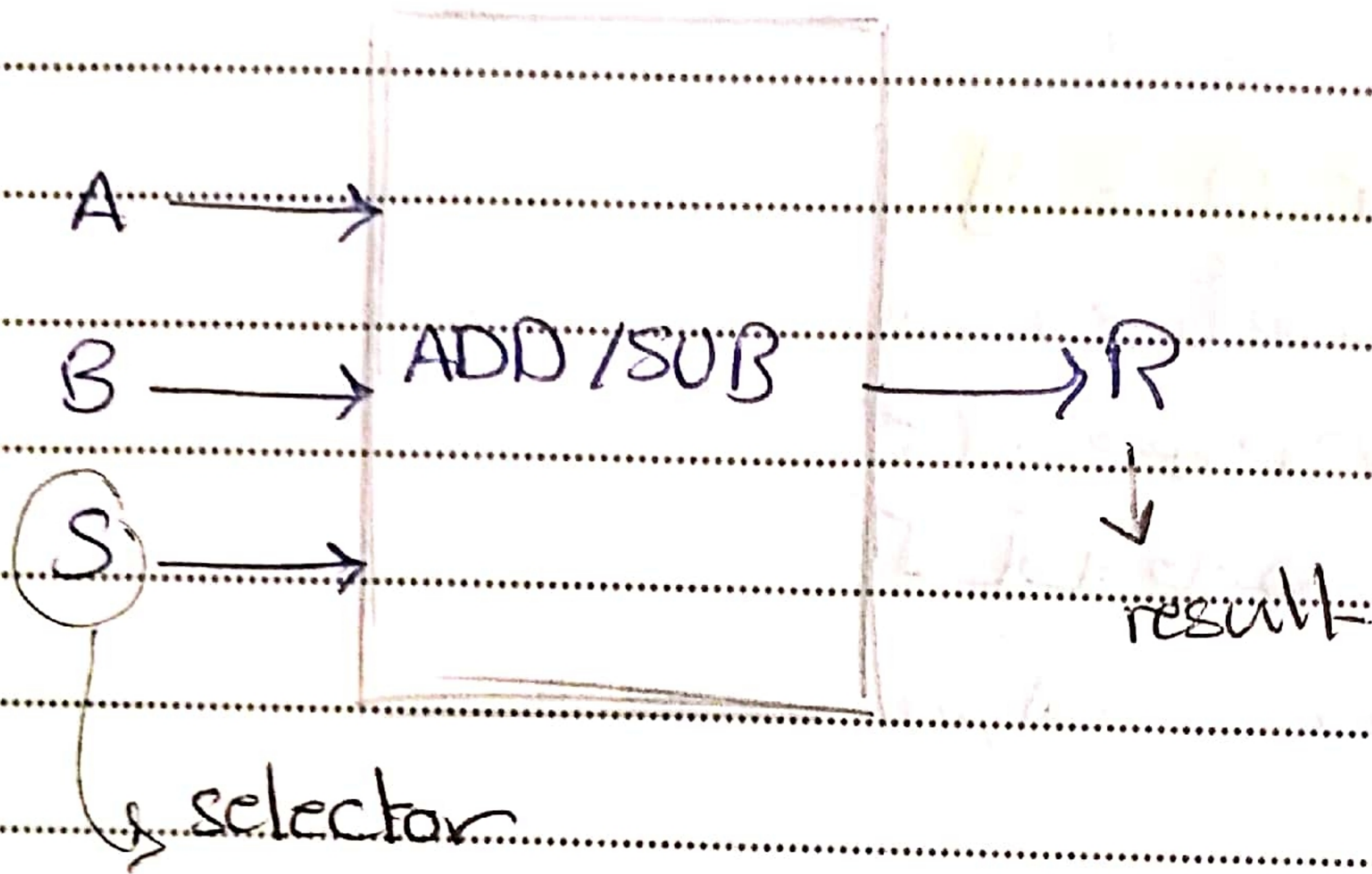
1100

correction لا يلزم ال

- (0100) ال 2's ال

② كلمة ال negative answer ✓
 تكون ال carry الزيادة 0
 البصيرة -

To design ADD/SUB circuit:-



تصميم الدارة $S=0$ و $S=1$ [29]

when $S=0 \rightarrow$ implement addition

" $S=1 \rightarrow$ " subtraction

Ripple-carry design using XOR Gates

و تصميم الدارة $S=0$ و $S=1$

لما (S=0) ، سهل طرح

كيف دأتمسك ال XOR ← حسب كتابته

$$y \text{ xor } 0 = y$$

بني لاني نأقول XOR

كأنه فين موجود وبتروح لسرك

كأنه فاني XOR

حسرك Adder عاينة

لما (S=1) ، سهل طرح

$$A - B = A + 2^k B = A + 1^k B + 1 \leftarrow$$

$$= A + \bar{B} + 1$$

because $1^k B = \bar{B}$

فدهو كانه س ال XOR ← حسب كتابته

$$y \text{ xor } 1 = \bar{y}$$

فبني ال (S=1) ال XOR وبتروح عينا فلويس ال وحدة

بتروح عينا

$$B_0 \oplus 1 = \bar{B}_0$$

$$B_2 \oplus 1 = \bar{B}_2$$

$$B_1 \oplus 1 = \bar{B}_1$$

$$B_3 \oplus 1 = \bar{B}_3$$

← فإنا نكتب حيث أول خرج من البعارة إلى اليسار $15B$
 وإلى يمينه \bar{B} وسيحل عمل FA

← سيحل عمل A عليها (عمل FA)

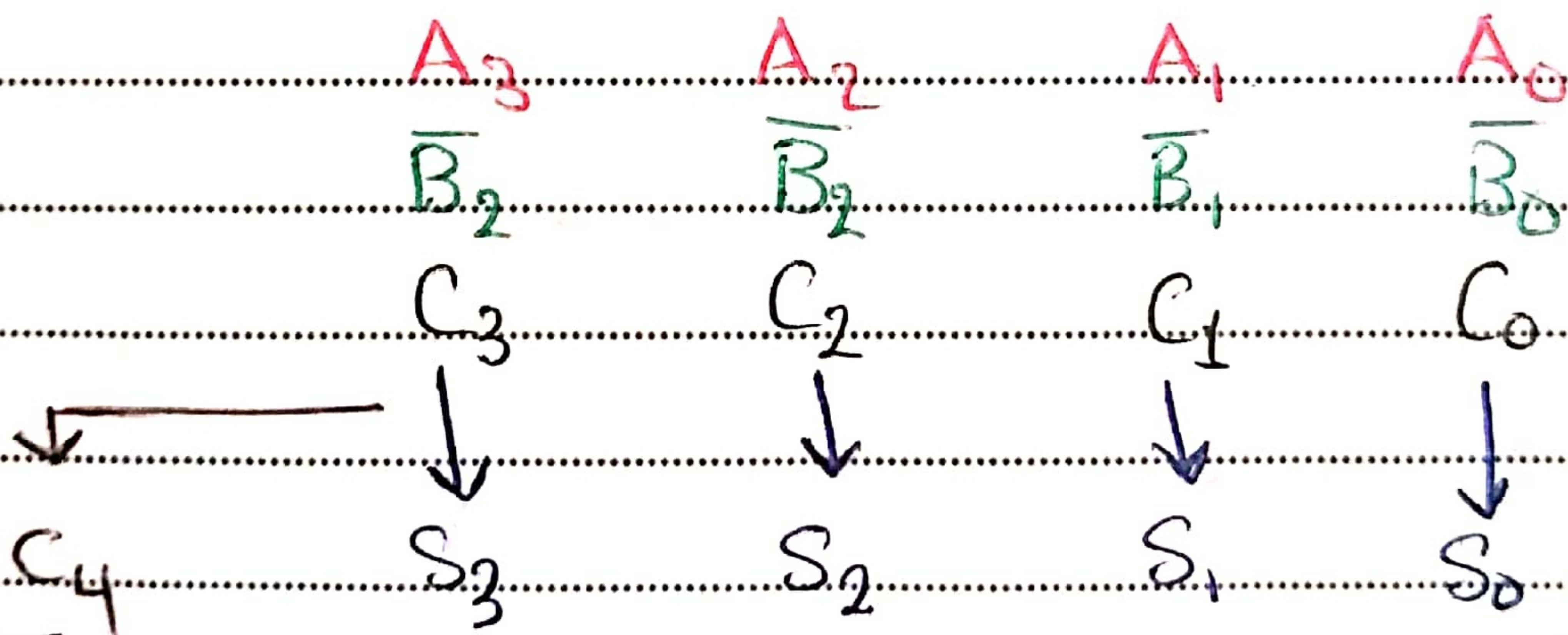
← الـ 1 سيحل عمل (FA) في الـ S وإلى اليمين الـ carry

وبتحفة البعارة، لآلة

$$A_i + 1's B_i + 1$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

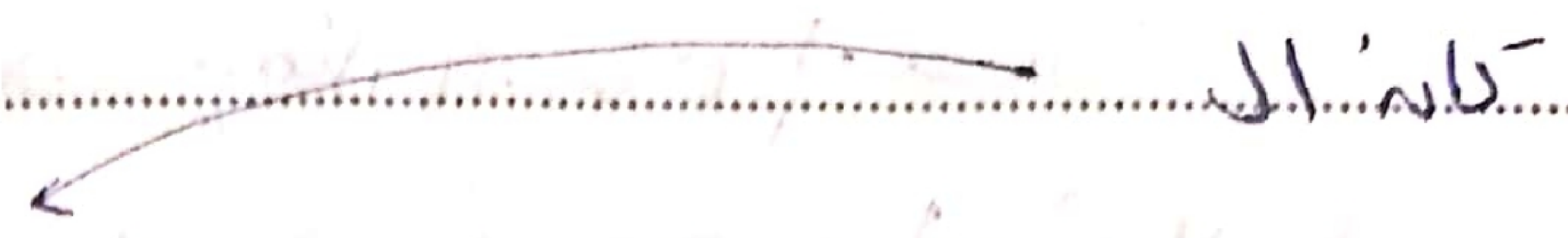
$$A_i \quad \bar{B}_i \quad S$$



C_4 controls whether the result is (+/-)
 ↳ if $C_4 = 1$, positive result (does not need
 and it will be discarded correction)
 ↳ if $C_4 = 0$, the result needs correction,
 and will be negative

[SIGNED NUMBERS]

بالوضع الطبيعي لا نأخذ في الاعتبار



[max = $2^n - 1$] and [min = 0]

ولكن في الحقيقة، نحتاج إلى Signed Numbers لأننا نحتاج إلى أن نأخذ بت واحد لتحديد كل شيء موجب أو سالب

Signed magnitude

→ take the most significant figure and turn it into 0 if you are representing positive number, and 1 if it is a negative number.

→ sign / magnitude

+3 → 0011

-3 → 1011

4 bits من البتات

mins -7 = 1111

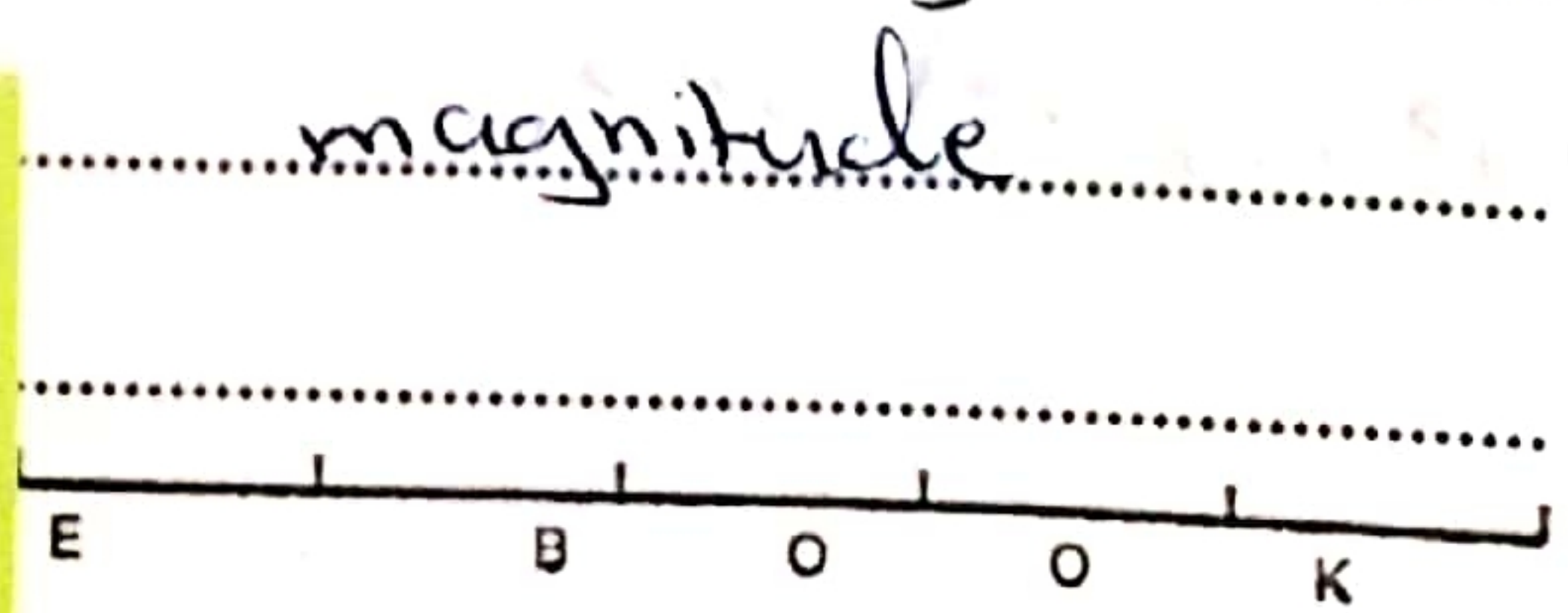
max = +7 = 0111

+7 → 0111

-7 → 1111

البت في bit يحدد الإشارة

So max = $+(2^{n-1} - 1)$
 min = $-(2^{n-1} - 1)$



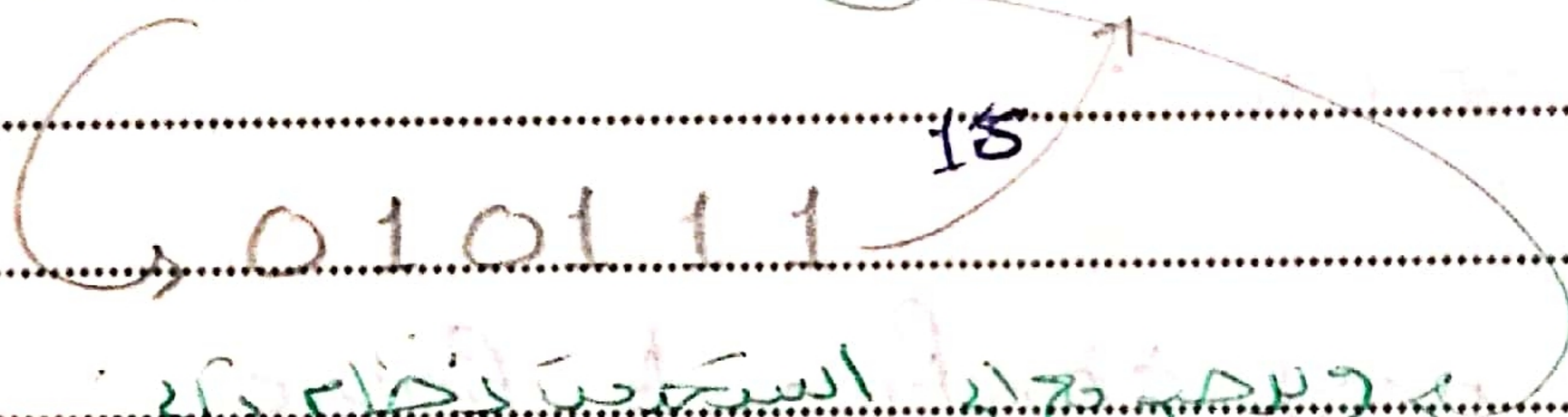
Ques

Signed 1's Complement

ال complements هي تمثيل الأرقام السالبة
 الأرقام الموجبة تمثيلها هو نفسه بأي نظام تمثيل ال Signed
 أما 0 فتمثلها 0 بجميع المقادير
 وللرقم السالب حد ال 1's في الرقم الموجب

$+23 \rightarrow 010111$

$-23 \rightarrow 101000$



في النظام ال Signed ال 1's
 لأن ال 1 الذي يقع عند اليمين هو الموجب

Signed 2's complement

$+23 \rightarrow 010111$
 $-23 \rightarrow 101001 = 2's \text{ of } (+23)$

هذه هي الطريقة لسفونية
 في الكمبيوتر لأن الطريقة
 لتخزين الأرقام ال Signed
 وهي أحسن وأسرع

example :-

$(+30)_{10}$ ^{signed} _{1's} \rightarrow $(011110)_2$
_{10 complement}

$(-50)_{10}$ ^{signed} \rightarrow $(10110010)_2$
_{10 magnitude with 8 bits}

$(-50)_{10}$ ^{8 bits} \rightarrow $(11001110)_2$
_{signed 2's comp.}

$+50 = 00110010 \rightarrow$ 2's comp. of $(+50)$

$(1011)_2$ ^{signed} \rightarrow $(-5)_{10}$
_{2's comp.} $2's \text{ of } (1011) = (0101)_2$
 ↓
 رقم سالب

$(0011)_2$ ^{signed} \rightarrow $(+3)_{10}$
_{2's comp.}

$(1011)_2$ ^{signed} \rightarrow $(-3)_{10}$
_{magnitude}
 ↓
 رقم سالب

← متى لما يحير ال range بيح بيح بس اسباب و لوجي

صح ال min وال max مختلفا بس عدد ال combinations
بصح بيح ما هو

اذا 4 bits ← 16 = 2^4 = # of combinations

لأننا بخصنا combination واحد بخصنا ال (-0)

لأنه (-0 = +0) فالله فيصيروا 15

↓
combination

← هاد بيح لما اقل حال
signed magnitud
1's comp

لكن في ال 2's comp

ما بخص هاد ال bit و بخصنا 16 combination

بسبب وجود ال (-8) حسب جدول سلاله 33

Range [+7 -8]

$$\text{max} = + (2^{n-1} - 1)$$

$$\text{min} = - (2^{n-1})$$

-8

لذلك هو احسن نظام ✓

ال Signed magnitude وال 1's comp الم نفسه قواسم

ال min وال max

$N - M = N + 2's \text{ of } M$ ← نستعمل

لأنه في ال 2's مريض bit واحد بتكثرت الأرقام

Example: (addition)

$\begin{array}{r} 0000110 \\ + 0001101 \\ \hline 00010011 \end{array}$	<p>حسبها الطريقة اعد دائما discard ال carry لا خير وراجع الى ان دائما افصح</p>
---	--

$\begin{array}{r} 0000110 \\ + 1110011 \\ \hline 1111001 \end{array}$	<p>صحيح سال</p>
--	---------------------

$1111001 =$

in 2's comp. ←

$\begin{array}{r} 1111010 \\ + 1110011 \\ \hline 1110101 \end{array}$	<p>discarded the end carry.</p>
--	-------------------------------------

For subtraction use

$$N - M = N + 2's \text{ of } M$$

with the end carry discarded

and the result taken always without

correction.

وہجیو ہاکی علی ال circuit 38

ال 4 ← 4 تلافیٰ discarded

4 Bits 4 Bits
تلافیٰ اور طرح، عین طرح تلافیٰ

Overflow:-

اذا كان الـ carry من آخر الخطين من نفس النوع (مثلاً 1) والـ end carry (discarded) من نوع آخر (مثلاً 0) فهذا خطأ (overflow)

وأيضاً إذا جئنا من نوعين مختلفين (مثلاً 1 و 0) فهذا خطأ (overflow)

وهناك خطأ آخر لأنه عدد الـ bits في الجواب طالتنا وهو ما يعني أن يكون مجموع الأرقام أكبر من مجموع الـ bits المجموعه ✓

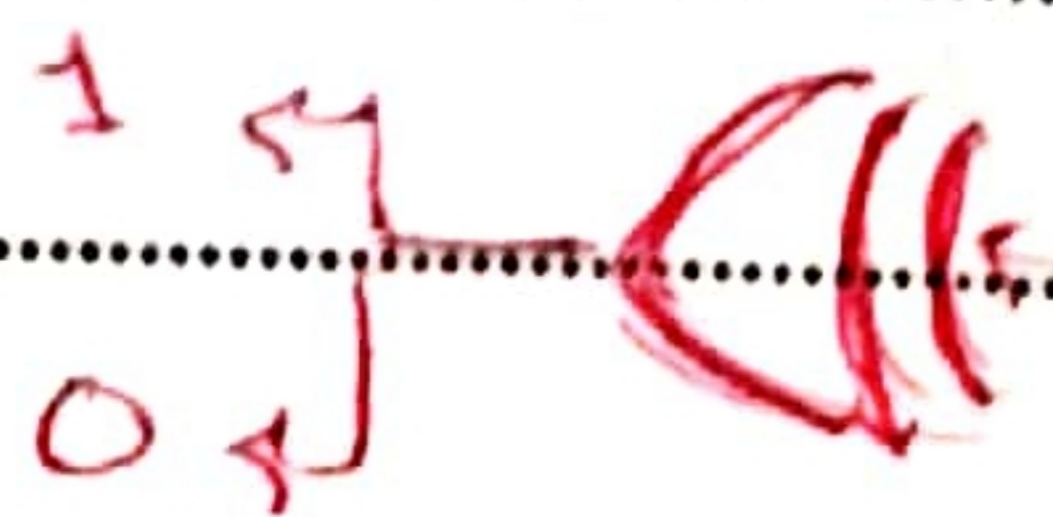
$$\begin{array}{r}
 0111 \text{ +ve} \quad 1001 \text{ -ve} \\
 0110 \text{ +ve} \quad 1010 \text{ -ve} \\
 \hline
 1101 \text{ -ve} \quad 0011 \text{ +ve}
 \end{array}$$

So the circuit should be able to detect the overflow

the computer makes a XOR for the 2 last carries

if the result is 1 → overflow

" " " " = 0 → no overflow



here is the overflow

$$\begin{array}{r}
 0111 \\
 010010 \\
 001111 \text{ +} \\
 \hline
 100001
 \end{array}$$

the programmer solve this problem.

← لما زحج رقم موجب مع سالب فستكون النتيجة overflow

examples

1 1 1 1

$(11110011)_2$

$(11110000)_2 +$

$11100011 =$ (correct answer)

$1 \oplus 1 = 0$ (no overflow)

what is overflow bit? (0)

So always \rightarrow

$\rightarrow N + M = N + M$

$\rightarrow N - M = N + 2^i M$

\rightarrow discard end carry

\rightarrow detect overflow by adding the XOR gate.

only for signed numbers

example:-

1 1

1011

1000 +

0011 → answer

signed 2's comp.

overflow bit = 1

for unsigned numbers

the overflow bit is always the
end carry

if the bit = 1 → overflow ✓

" " " = 0 → no overflow

example:

signed numbers

is there an overflow?

$$\begin{array}{r} 0111 \\ 001101 \\ 011100^+ \\ \hline 101001 \\ = \end{array}$$

overflow bit = 1 \rightarrow overflow ✓

Other Arithmetic Function

multiplication and division in binary:-

①

$$\begin{array}{r}
 1011 \\
 101 \times \\
 \hline
 1011 \\
 00000 + \\
 101100 + \\
 \hline
 110111
 \end{array}$$

③

$$\begin{array}{r}
 00101 \\
 110 \overline{) 11110} \\
 \underline{110} \\
 110 \\
 \underline{110} \\
 000
 \end{array}$$

answer = 101

②

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 010 \times \\
 \hline
 000 \\
 1110 \\
 00000 \\
 \hline
 01110
 \end{array}$$

④

$$\begin{array}{r}
 00101.11 \\
 101 \overline{) 110111} \\
 \underline{101} \\
 00111 \\
 \underline{101} \\
 01000 \\
 \underline{0101} \\
 00110 \\
 \underline{101} \\
 001
 \end{array}$$

answer is = 101.11

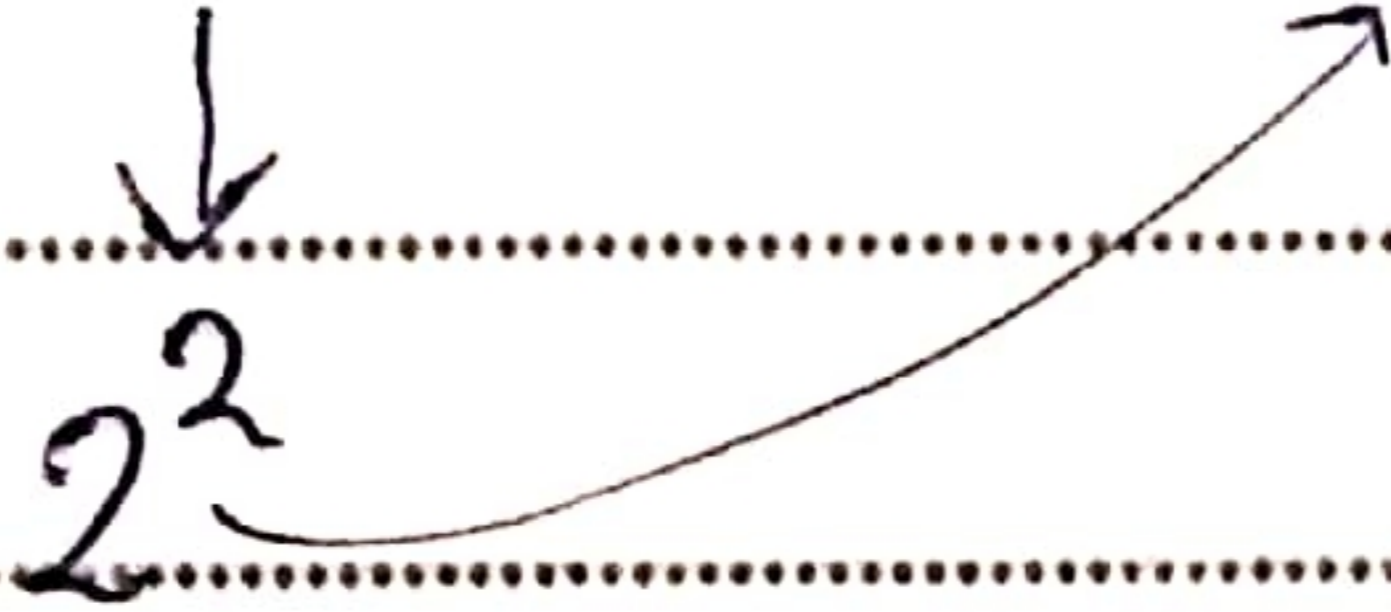
[special case] multiplying by powers of 2

بسیار آسان است، رقم 2^n ال decimal برقم $(10)^n$

$$A \times 2^n = A \underbrace{00 \dots 0}_n$$

ن رقم 0

$$\rightarrow 101 \times 100 = 10100$$



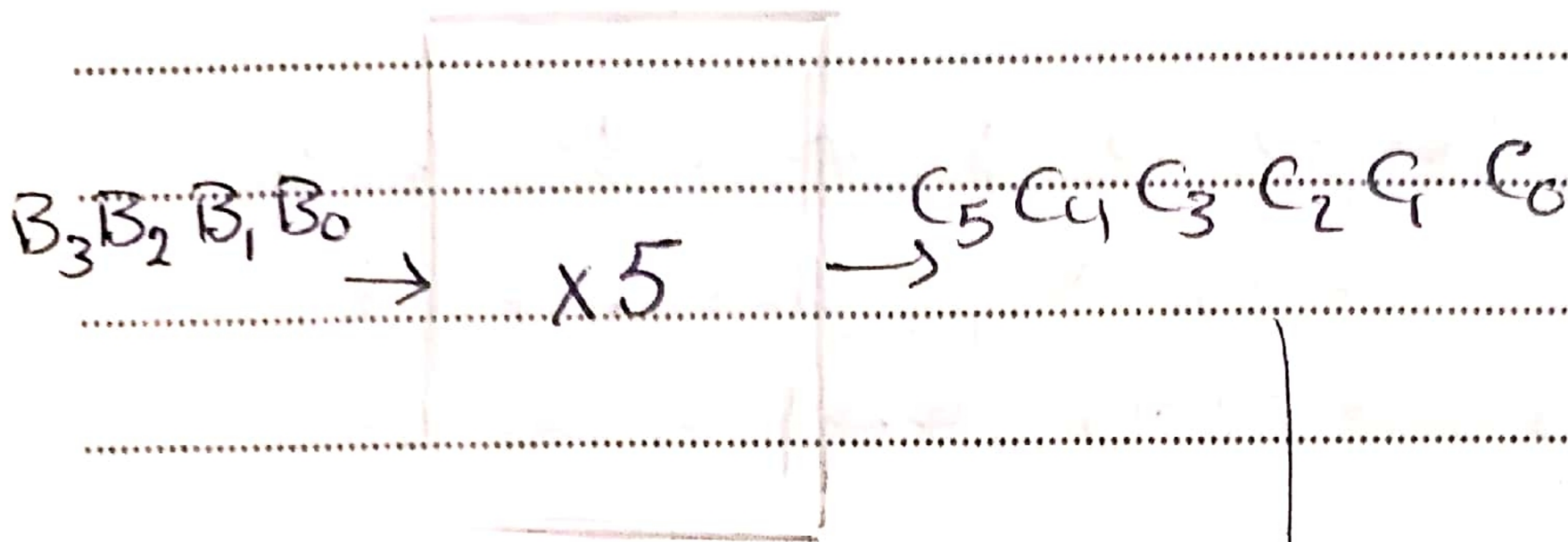
\rightarrow this is called shifting left

[shifting right] نفس لیست لیست

if you are dividing by 2^n shift to right by n digits

to design a multiplier &

a circuit that multiply any number by 5



كبير عرفنا الرقم 6 bits

$$15 \times 5 = 75$$

max num of 4 bits represented by B

needs 6-bits 2^6

then design it by ripple carry cicler using the following relationships:

$$\begin{array}{r} B_3 \ B_2 \ B_1 \ B_0 \\ \times \quad 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \hline \end{array}$$

$$C_0 = B_0$$

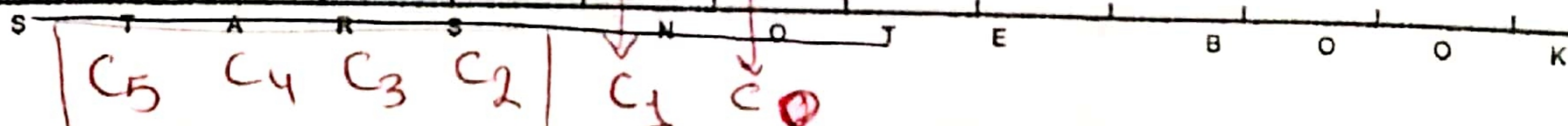
$$C_1 = B_1$$

$$C_5 C_4 C_3 C_2 =$$

$$00B_3B_2 + B_3B_2B_1B_0$$

$$\begin{array}{r} B_3 \ B_2 \ B_1 \ B_0 \\ D \ 0 \ 0 \ 0 \\ \hline \end{array}$$

$$B_3 \ B_2 \ B_1 \ B_0$$



لا بد ان يكون رقم بين الصفر و ٢٥٥
Zero fill -

علاوة على ذلك يجب ان يكون بين الصفر و ٢٥٥
لانها تتراوح بين ٠ و ٢٥٥

لا بد ان يكون رقم بين الصفر و ٢٥٥
unsigned -

لانها تتراوح بين ٠ و ٢٥٥

على سبيل الاحكام، يكون رقم بين الصفر و ٢٥٥

For signed numbers:-

positive numbers : fill it with zeros

negative numbers : fill it with ones

[New Chapter: ch5]

next state → is called also new state.

current/present-state → is called also old state.

Types of Sequential Circuit

① Synchronous → متزامنة و متزامنة

next state ← كل cycle حسب clock حسب

next state ← كل حافة rising edge

حدية وبتسلسل ال circuit كتابة

falling edge ال rising edge ال

كتابة

② Asynchronous → غير متزامنة و غير متزامنة

next state ← كل حافة rising edge ال

لانه غير متزامن

output

$$\text{new state} = F(\text{input} + \text{old state})$$

↳ we call this type mealy

output

$$\text{new state} = F(\text{old state})$$

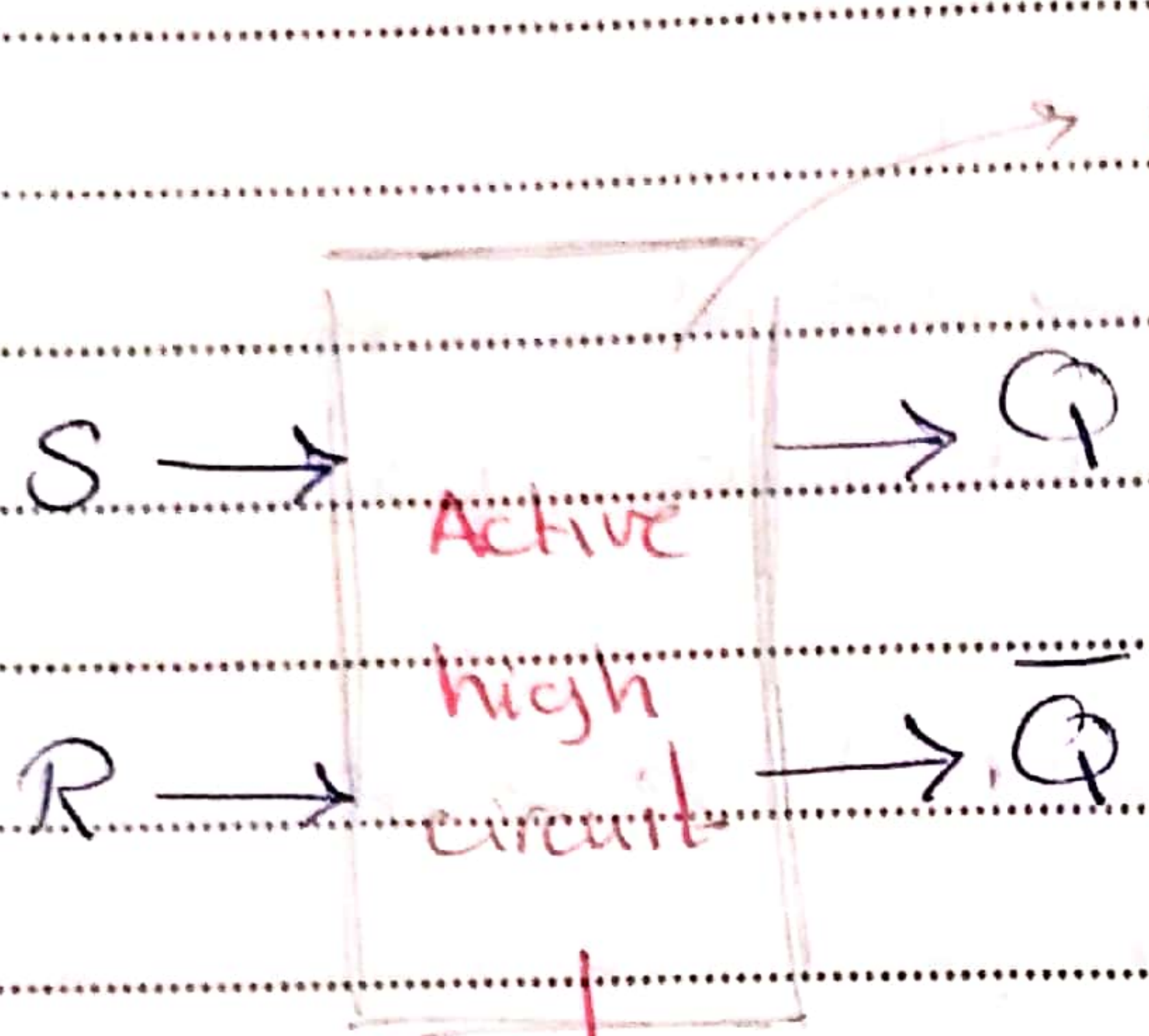
↳ we call this type moore

Storing Information

loop ← ~~دائرة~~ circuit ←

value of given refresh (value)

SR Latch → first storage element ✓



First output is the complement of the second one

2 NOR Gates

design of inverter
والتي يكون فيها

R (reset) → zero

S (set) → one

S R memory output

0 0 hold, remember \underline{Q}

0 1 → reset → $Q = 0 / \bar{Q} = 1$

1 0 → set → $Q = 1 / \bar{Q} = 0$

1 1 → not allowed ✓

0 → hold mode

Clocked SR latch → 1 → regular S-R latch

using And gates

C works as enable/disable

user → hold state

circuit diagram

using And gates

SR latch

C active low → set is (0)

reset is (1)

truth table

$\bar{S} \rightarrow 0$
 $\bar{R} \rightarrow 1$

using NANDs

SR clocked latch

circuit diagram active high active low

SR clocked latch

SUBJECT:

$\bar{S}R$ clocked and SR clocked

← (9)

latches

→ have the same truth table ✓

→ using NANDs in $\bar{S}R$ does the job ✓

→ both work on active high ✓



D latch → ✓ errors ✓

inverter ✓ D, S, R ✓

2 hold states ← truth table ✓

Or only one (No change combination)

C clocked ✓

لatch clocked ✓

Flip-Flops

storage بذاكرة أو transparency ال

negative edges التغيير ال في الحين ال
positive ال

C	S	R	Q
↓	0	0	hold
↓	0	1	Reset
↓	1	0	set
↓	1	1	no change

otherwise → hold

latches ال flip-flops ال
clock

2 latches ← flip-flops

(The master) $c=1$ ← active ال

(The slave) $c=0$ ← ال

كاول سوي لى هو لوحيدة الي مراح تاثر بال user
بصورتها بتبنيت فين حكا رخص فينتها (يعني بعد ما تاخذ لى فيها
مزاله user ، من على ان user مخر ايه)

← ان slave بعد من بسطى وقية Q ، وبعده على لى

و بسطى على ان negative edge ان \overline{PF}

↓
active high

و بسطى على ان positive edge ان PF

↓
active low

هذا د بقل احكامه ان (errors)

Flip-flop Problem / Error it's catching

→ The reason is the redundancy in (hold) combination caused by (0,0) input of (S,R) → in (the master)

Direct Inputs

قادرين في وقت واحد بأي لحظة بعدوانته ال Q فقط يظهر

clock ال

S	R	C	D	Q	\bar{Q}
---	---	---	---	---	-----------

0	1	x	x	0	1
---	---	---	---	---	---

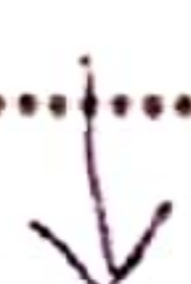
1	0	x	x	1	0
---	---	---	---	---	---

0	0	↑	0	0	1
---	---	---	---	---	---

0	0	↑	1	1	0
---	---	---	---	---	---

→ (active high)

↓
with positive edge



User ال

positive edge

ليكون البتتين مع بعض

active high → positive edge (S, 4, 1)

active low → negative edge (S, 4, 1)

Sequential Circuit Analysis

next state $\rightarrow A^+$ or $A(t) = A(t+1) = DA$
 next cycle \leftarrow

Example on Analysis Table (44)

Input: x, y

moore sync

Z : output

state: A next: A^+

equations:

$Z = A$ $A^+ = x \oplus y \oplus A$

State A	Inputs x, y		Next state A^+	output Z
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

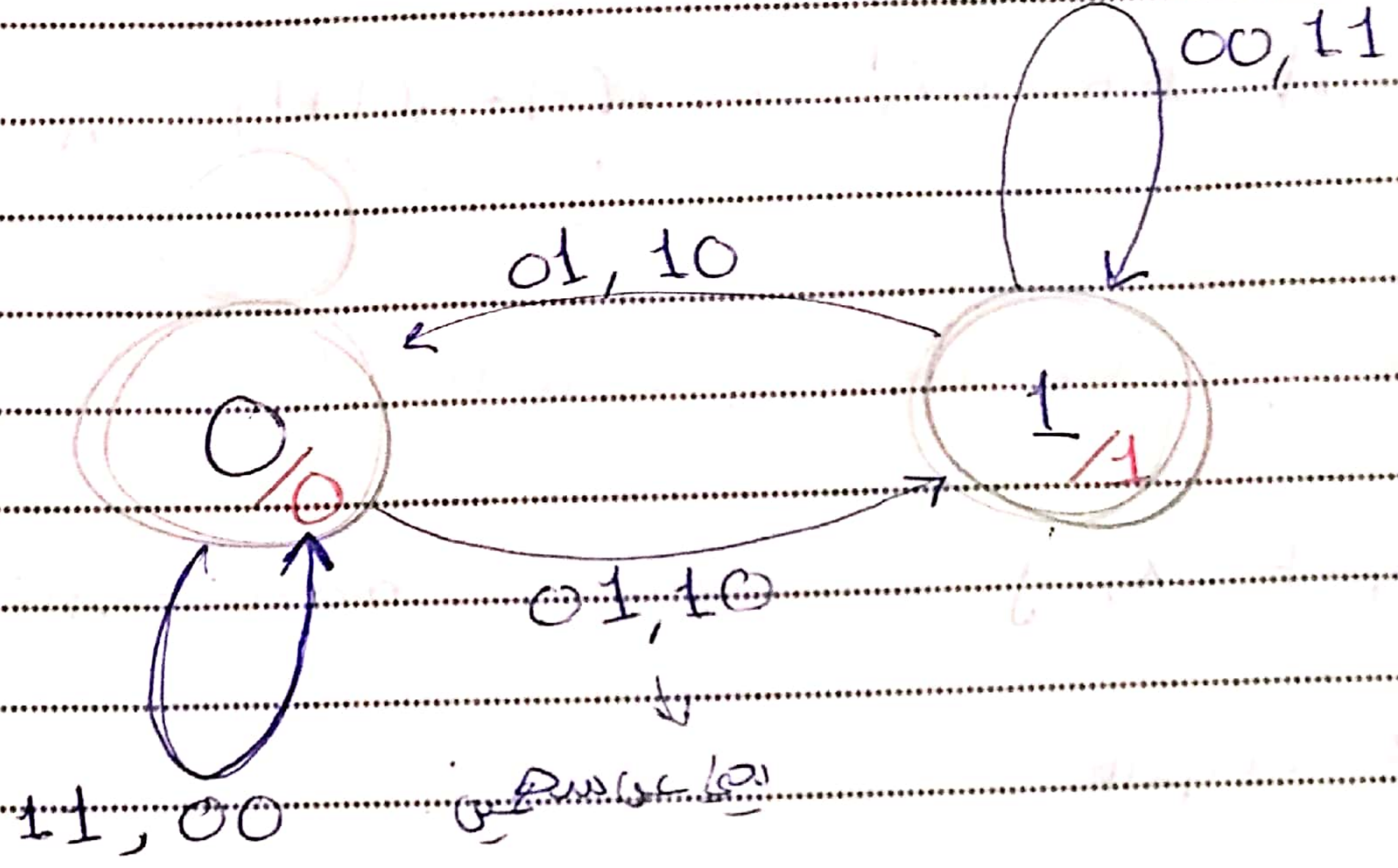
// flip flops

of states = 2

inputs

of transition = 2

State diagram



← Moore (A) ←
 ما يسمى (A) ←
 ← Moore (A) ←

← Mealy (A) ←
 ما يسمى (A) ←
 ← Mealy (A) ←

Exercise slide (45)

(mealy)

input: x
 output: y
 states: A, B

equations:

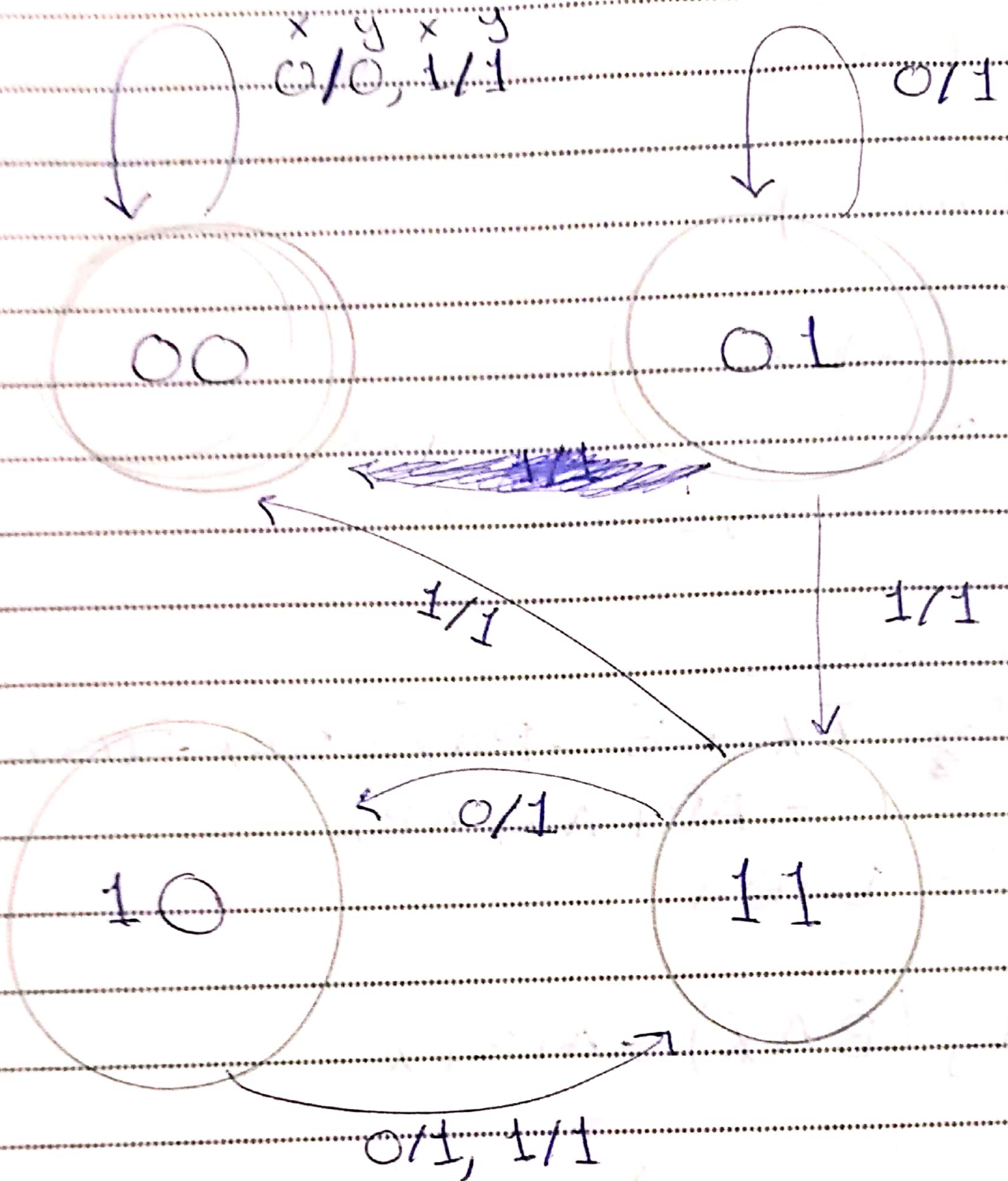
$$A^+ = \bar{A}x \oplus \bar{B} = \bar{B}\bar{A}x + B\bar{A}x = \bar{B}(A\bar{x}) + B\bar{A}x$$

$$= A\bar{B} + A\bar{x} + \bar{A}Bx$$

$$B^+ = B \oplus A$$

$$y = (\bar{B}\bar{A}\bar{x}) = A + B + x$$

states		Inputs x	next states		output y
A	B		A ⁺	B ⁺	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1



Alternate State Table

ان سے الٹا، State table کی صورت میں

Exercise slide (51)

when no input is available:
transition without condition

Reset ← Direct input
(active low)

وہاں بالآخر clock کی بجائے کسٹم ویلف
اور ریسیٹ کی طرح الٹا user کیس الٹا reset

111 → 110 → 101

Unused states

یا غیر استعمالی

Reset } high voltage → غیر طویل
 } low voltage → طویل