مادة الاقتصاد الهندسي

الدورات الخصوصية
0796143432

اعداد : محمود ذيب عقل

للاستفسار : 0796143432 / F.B : mahmood aqel

← المحتوى :

① شرح مفصل لكل صغيرة وكبيرة ، مع الشرح لكل formula

② حلول لجميع السنوات وأسئلة الكتاب .

③ بإذن الله سيحتوي على جميع الأفكار

④ خرائط مختصرة تعزز الحفظ الذهني

⑤ يرفق به الجداول الهامة للحل .

محمود ذيب عقل
الاردن / عمان
0796143432

سنلتقي
من أجل
أن نرتقي

Scanned by CamScanner

Ch. 2

* The objective of this chapter :-

" To analyze short ~~time~~ term alternatives of money is not a factor ".

* Costs can be categorized in several ways :-

① Fixed cost : تكلفة ثابتة

[لا تتأثر بالتغيرات على مستوى النشاط]

Ex:

* Taxes on facilities ضرائب على المنشأة
* General management الادارة العامة
* Administrative salaries رواتب الاداريون

← غالباً تبقى كما هي ثابتة .

② Variable cost :

[المتعلقة مع العملية التي تختلف في مجموعها مع كمية الانتاج
أو تدابير أخرى من مستوى النشاط]

Ex :

- Cost of material
- Labor used in a product or service

③ Direct cost : Can be measured and allocated to a specefic work activity .

- Salaries for project staff .
- Materials required for a particular project
- Travel

④ Indirect cost :

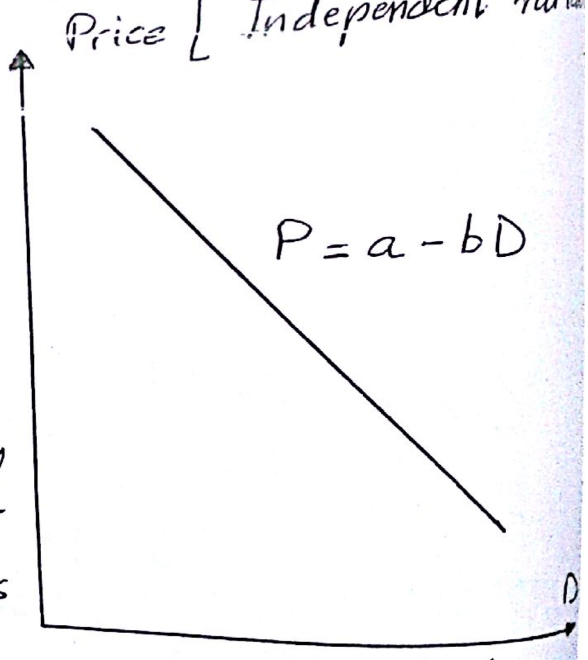
Difficult to attribute [انسابها] or allocate [توزيع]
to a specefic (محدد) output (على) or work activity . [Burden : عبء]

Ex :

- Equipnment rental   تأجير المعدات
- Rent : الأجرة
- Utilities : خدمات
- Memberships : عضوية

تعريف مهم
[illegible]
: Life cycle cost :

→ The summation of all costs related to a product , structure , system or service .



شرح الرسمة :

→ P ↑ , D ↓

since ;

a : The intercept on the price axis

-b : The Slope

b : The amount by which demand increases for each unit decreases in (P) .

a, b : constants , $D = \frac{a-P}{b}$, $b \neq 0$.

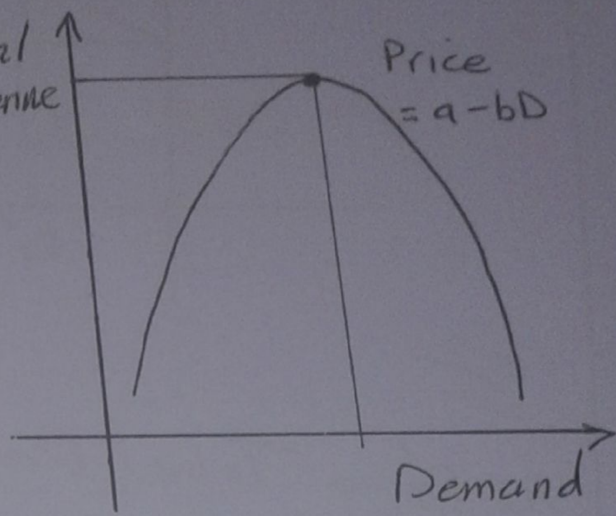
Total Revenue function

→ TR = price * demand = P * D

→ TR = (a − bD) · D = aD − bD²

$TR = (a - bD) \cdot D = aD - bD^2$

↳ The relationship between price and demand



→ $TR = aD - bD^2$ → *

If we have maximum total revenue :

$$\frac{dTR}{dD} = a - 2bD = 0$$

* أقصى ← $\boxed{\text{مشتقة} = 0}$ ← Max Revenue

→ The Demand, when we have Max revenue :

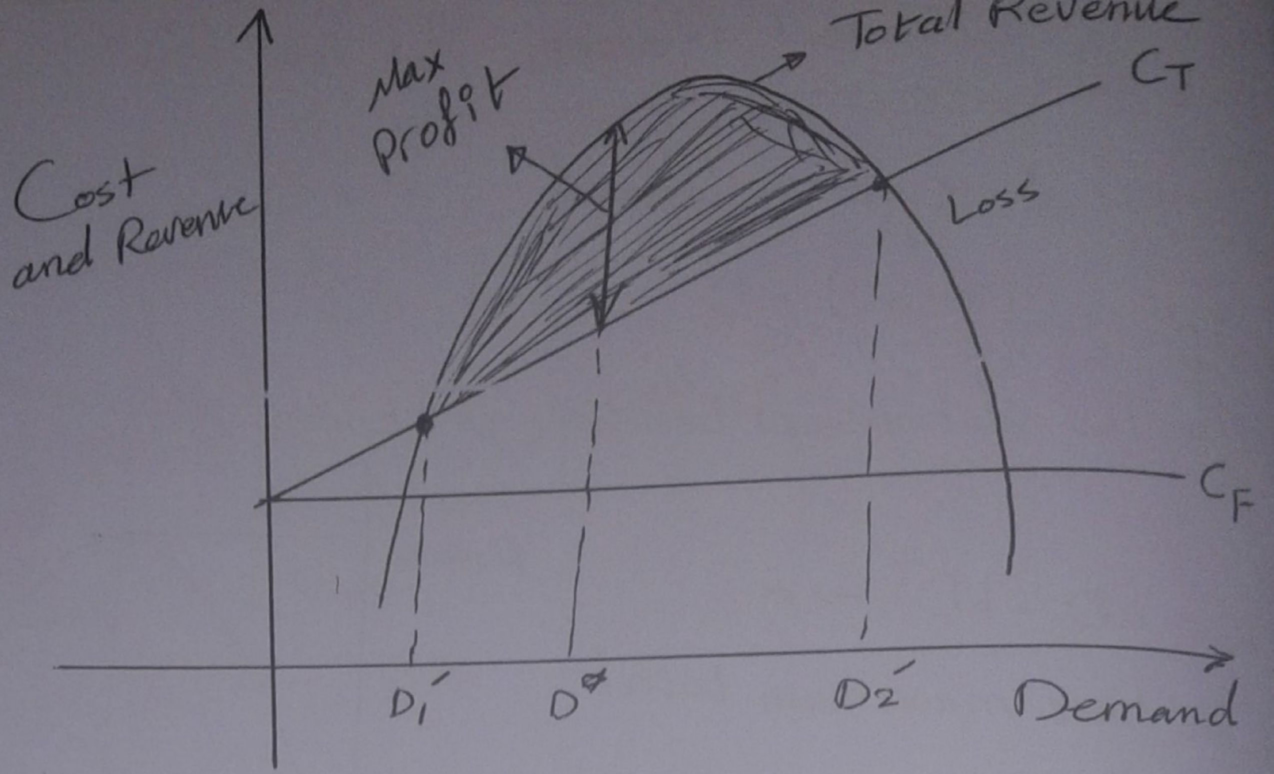
$$\boxed{D = \frac{a}{2b}}$$

→ Total cost = fixed cost + variable cost

$= C_F + C_v$

$= C_F + c_v \cdot D$

<u>since</u> ; c_v : variable cost per unit.



At D_1' → Total Revenue = Total cost

→ An increase in demand will result in a profit at "optimal Demand D^*", profit is maximized.

At D_2'' → Total Revenue = Total cost

So, Profit = Total Revenue − total costs

$$= [aD - bD^2] - [C_F + c_r D]$$

$$= -bD^2 + (a - c_r)D - C_F$$

→ In order for profit to occur, two conditions must be met:

1. $(a - c_r) > 0$ → To avoids negative dem
2. TR must exceed C_T.

* The optimal demand, when we have max profit :-

$$\left[D^* = \frac{a - cr}{2b} \right]$$

* To ensure that we have maximized profit

الإثبات

$$\text{Profit} = -bD^2 + (a - cr)D - C_F$$

مشتقة أولى $= 0$ علشان [optimal demand]

$$\Rightarrow \frac{d(\text{Profit})}{dD} = a - cr - 2bD = 0$$

$$\text{So,} \quad D^* = \frac{a - cr}{2b}$$

مشتقة تانية علشان [ensure max profit]

$$\Rightarrow \frac{d^2(\text{Profit})}{dD^2} = -2b$$

[→ must be negative

* An economic breakeven point occurs when :-

$$\text{Total revenue} = \text{Total cost}$$

$$P * D = C_F + crD$$

$$(a - bD) * D = C_F + crD$$

$$aD - bD^2 = C_F + crD$$

$$\text{So,} \quad -bD^2 + (a - cr)D - C_F = 0$$

To find breakeven points D_1', D_2' $\Rightarrow D' = \dfrac{-(a-cr) \pm \sqrt{(a-cr)^2 - 4(-b)(-C_F)}}{2(-b)}$

توضيح القانون السابق $\Rightarrow \acute{D} = \dfrac{-(a-c_r) \pm \sqrt{(a-c_r)^2 - 4(-b)(-C_F)}}{2(-b)}$

Examples

Ex 1:

$C_F = 73{,}000$ per month

c_r = variable cost per unit : \$83 per unit

$P = \$180 - 0.02D$

a) Determine the optimal volume for this product and confirm that a profit occurs at this demand?

<u>Solution:</u>

$D^* = \dfrac{a - c_r}{2b} = \dfrac{180 - 83}{2(0.02)} = 2425$ units per month

توضيح $P = a - bD \Rightarrow P = 180 - 0.02D$

So, To ensure profic occurs $\rightarrow a - c_r > 0$

$180 - 83 = 97 > 0$ It's OK

6

So, Profit = Tot Revenue − Total cost

$= aD - bD^2 - [C_F + C_r]$

$= [180 \times 2425 - (0.02)(2425)^2] - [73{,}000 + (83)(2425)]$

$= 44612$

b) find the volumes at which Breakeven occurs, what is the range of profitable Demand?

Solution:

Total Revenue = Tot cost

So, $-bD^2 + (a - c_v)D - C_F = 0$

$-0.02D^2 + 97D - 73{,}000 = 0$

So, By using calculater $\rightarrow$ $D_1' = 3918.53$

$D_2' = 931.47$

So, Range $[931.47 - 3918.53]$.

Ex2:

c_v : 62 per service hour

p : 85.56 per hour

Maximize of output = 160,000 hours per year

C_F = 2024000 per year.

a) What is the breakeven point in standard service. hours and in percentage of total capacity?

Sol

Total Revenue = Tot cost

$pD = C_F + C_v$

$pD' = C_F + c_v D'$

$D' = \frac{C_F}{p - c_v} = \frac{2024000}{85.56 - 62} = 85908$

في الفرع السابق: ليش ما طلع معنا [Two Breakeven Points] !

إذا كانت معادلة Price ثابتة ← نقطة واحدة Breakeven.

إذا كانت معادلة Price خطية ← نقطتين Breakeven

لذلك في سؤالنا السابق، معادلة "Price" ثابتة، لذلك عندنا نقطة واحدة Breakeven.

لذلك عندما تكون معادلة Price خطية، فإن معادلة الـ Breakeven :-

$$D' = \frac{C_F}{P - C_V \text{ (Per unit)}}$$

$\Rightarrow D'$ [Percentage of total capacity]

$$= \frac{\text{Breakeven}}{\text{مجموع الكلي}} = \frac{85908}{160,000} = 0.537 = 53.7\%$$

Prob 2.12 / Page 77:

$D = \frac{2000 - P}{0.1}$;

a) What is the demand when total revenue is maximized?

← ملاحظة: دوماً في معادلة ال Price، يجب أن يكون ال Price موضوع القانون.

$D = \frac{2000}{0.1} - \frac{P}{0.1}$

$D = 20,000 - 10P$

$10P = 20,000 - D \rightarrow \boxed{P = 2000 - 0.1D}$

→ When Revenue is Max $\Rightarrow D = \frac{a}{2b}$

So, $D = \frac{2000}{2(0.1)} \Rightarrow \boxed{D = 10,000}$

Prob 2.15 Page 78:

$P = 5 + \frac{4800}{D} - \frac{3000}{D^2}$, $D > 0$

$C_F = 2000$ per month

$c_v = 35$ per unit.

* What is the number of leather handbags that should be produced and sold each month, in order to maximize profit?

Solution: (a)

Profit = Tot revenue − Tot cost

$= PD - (C_F + C_v)$

$= \left[5 + \frac{4800}{D} - \frac{3000}{D^2}\right]D - (2000 + 35D)$ شيح

$$\frac{d(\text{Profit})}{dD} = 0, \quad \max$$

$$\Rightarrow -30 - \frac{(-3000)}{D^2} = -30 + \frac{3000}{D^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3000}{D^2} = 30 \Rightarrow 30D^2 = 3000 \Rightarrow D^2 = \frac{3000}{30}$$

$$\Rightarrow D^2 = 100 \Rightarrow D = 10 \text{ units per month.}$$

b) How do you know that your answer to part "a" maximize profet?

Solution

$$\frac{d(\text{Profit})}{dD} = -30 + \frac{3000}{D^2}$$

المشتقة الثانية
لازم سالب

So, to know max profet ⇒

$$\Rightarrow \frac{-6000D}{D^4} = \frac{-6000}{D^3} < 0$$

Prob 2.16 page 78:

$$Y = 12 + 0.3x + 0.27x^2$$

$$\text{Revenue} = 15X - 0.2X^2$$

Find the value of "X" that gives maximize profit?

Solution:

$$\text{Profit} = \text{Tot Revenue} - \text{Tot cost}$$

$$= [15X - 0.2X^2] - [12 + 0.3X + 0.27X^2]$$

$$= 15X - 0.2X^2 - 12 - 0.3X - 0.27X^2$$

$$\frac{d\,(\text{Profit})}{dx} = 0 \;;$$

$\hookrightarrow 14.7 - 2(0.47)x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 15.64 \text{ megawatts}}$

Prob 2.52 Page 83 :

$D = \sqrt{400 - P}$

$C_F = 1125$ / month

$C_V = 100$ / unit

a) What is the optimal number of units that should be produced and sold each month?

انتباه : ① يجب أن يكون Price مطوعاً للقانون

Solution:

② لا نستطيع تطبيق معادلة optimal فوراً لأنه المعادلة ليست معطية .

So, Profit = Tot Revenue − Tot cost

$= PD - (C_F + C_V)$

$= (400 - D^2)D - (1125 + 100D)$

$= 400D - D^3 - 1125 - 100D$

$= 300D - D^3 - 1125$

So, $\frac{dT_P}{dD} = 0$, $300 - 3D^2 = 0$

$\Rightarrow 3D^2 = 3000 \Rightarrow D^2 = 100 \Rightarrow \boxed{D = 10 \text{ units}}$

11

* A manufacturing company leases a building for \$ 100,000 per year for its manufacturing facilities. In addition, the machinery in this building is being paid for in installments of \$ 20,000 per year. Each unit of the product produced costs \$15 in labor and \$10 in materials. The product can be sold for \$40. Use this information to answer :-

* If 10,000 units per year are sold, what is the annual profit ? [2.55]

Solutions

$C_F = 100,000 + 20,000 = 120,000$ per year.

$C_V = 15 + 10 = 25$ per unit

$P = \$40$

$\Rightarrow$ Profit = Tot Revenue − Tot cost

$= PD - (C_F + C_V D)$

$= (40)(10,000) - [120,000 + (25)(10,000)]$

$= \$30,000$

Ch. 3

Indexes

القانون

$$C_n = C_K * \left(\frac{I_n}{I_K}\right)$$

K : reference year

n : year for which cost or price is to be estimated

C_n : estimated cost or price of item in year n.

C_K : Cost or price of item in reference year k.

Ex : A certain index for the cost of purchasing and installing utility boilers is keyed to 1988, where its baseline value was arbitrarily set at 100. Company xyz installed a 50,000 Ib/hour boiler for \$ 525,000 in 2000 when the index had a value of 468. This same company must install another boiler of the same size in 2014. The index in 2014 is 542 what is the approximate cost of the new boiler?

Solution :-

$$C_{2014} = C_{2000}\left(\frac{I_{2014}}{I_{2000}}\right)$$

$$= \$525{,}000 * \left(\frac{542}{468}\right) = \$ 608013.$$

Power sizing Technique

$$\frac{C_A}{C_B} = \left(\frac{S_A}{S_B}\right)^x$$

where;

C_A = Cost for plant A } Both in \$
C_B = Cost for plant B

S_A = Size of plant A } Both in same physical units.
S_B = Size of plant B

x : Cost capacity factor

Ex: Suppose that an aircraft manufacturer desires to ma[ke] a preliminary estimate of the cost of building a 600 MW fossil fuel plant for the assembly of its new long distan[ce] aircraft. It is known that a 200 MW plant cost \$ 100 mi[llion] 20 years ago when the approximate cost index was 400 and the cost index is now 1200, The cost capacity fact[or] for a fossil-fuel power plant is 0.79 ?

Solution:-

$S_A = 600 MW$
$S_B = 200 MW$
$x = 0.79$

$\Rightarrow C_B = 100 \left(\frac{1200}{400}\right) \Rightarrow C_B = \$300$ million

$C_A = 300 \left(\frac{600}{200}\right)^{0.79} \Rightarrow C_A = \$714$ million.

Learning and Improvement

الصيغة $\Rightarrow$ $Z_u = k(u)^n$

u : The output unit number.

Z_u : The number of input resource units needed to produce output.

k : The number of input resource units needed to produce the first output.

s : The learning curve slope parameter

n : $\frac{\log s}{\log 2}$

Ex : The learning curve parameter (s) when 2000 hours are required to produce the first unit, and 700 hours are required to produce the sixth unit is :

Solution:

$k = 2000$

$Z_u = 700$

$u = 6$

$\Rightarrow 700 = 2000(6)^{\frac{\log s}{\log 2}}$

$0.35 = 6^{\frac{\log s}{\log 2}}$

$\log_6 0.35 = \cancel{\log_6} 6^{\frac{\log s}{\log 2}}$

$\cancel{10}$
$-0.1764 = \log_{10} s$

$\boxed{S = 0.666}$

15

* Simple interest:

→ When the total interest earned is linearly proportional to the initial amount of the loan [P], Simple interest is not used frequently in modern commercial practice

→ The total interest "I" earned may be computed using:

$$I = (P)(N)(i)$$

قرض اقترض

So, P : Principle amount lent or borrowed

N : number of interest periods

i : interest rate per interest period.

Ex: If $1000 were loaned for three years at a simple interest value of 10% per year, so the interest earned would be?

Solution:

$I = PNi$

$= (1000)(0.1)(3) = \$300$

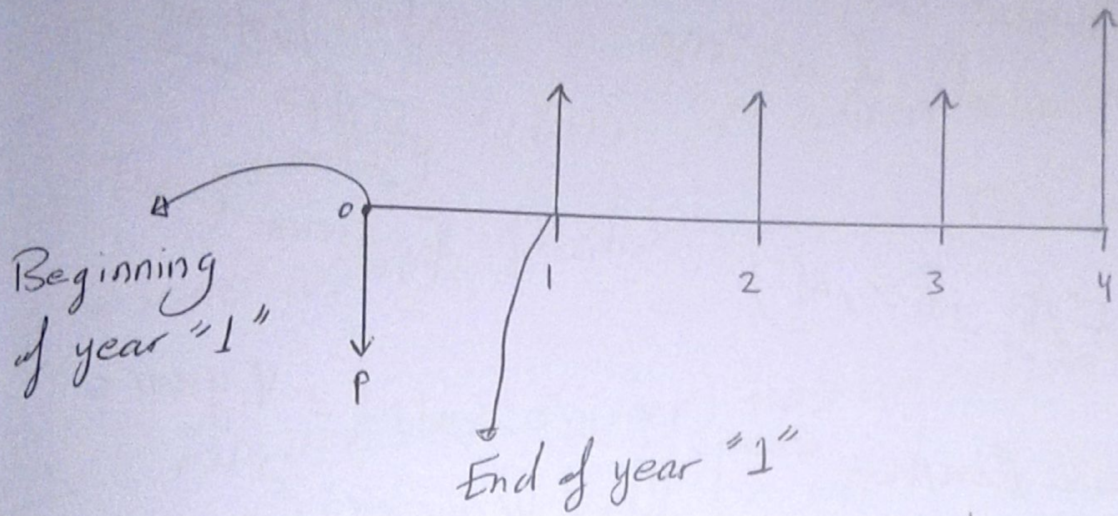
Ex: From previous question, Find the total amount owed at the end of 3 years?

The amount owed $= 1000 + 300 = \$1300$

Single payments [Used for incomes and outcomes]

- Present payment [P]
- Future payment (F)

[Cash-Flow Diagrams and Tables]



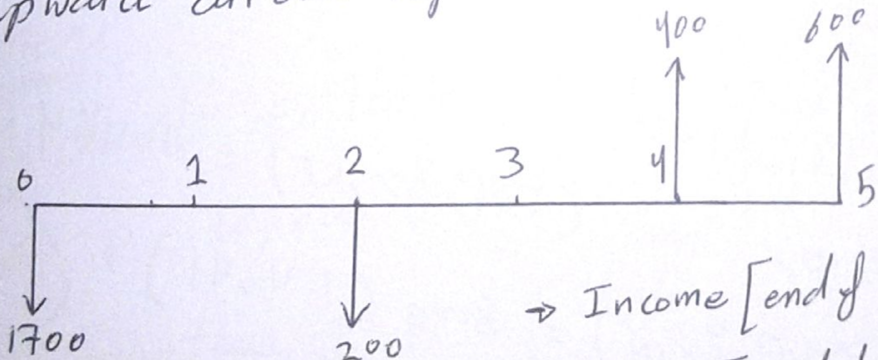
⇒ The horizontal line is a time scale.

⇒ The arrows signify cash flows
الاسهم

⇒ Downward arrows represent expenses
مصاريف
[- Negative cash flow
- outflows]

⇒ Upward arrows represent receipts
مبالغ مستلمة
[- Positive cash flow
- inflows]

Ex:



→ Income [end of 4 year]? [400]

→ Cost [end of 2 year]? [200]

→ Initial first cost? [1700]

→ Salvage value? [600]

ضايع
Salvage →
- Income
- Single payment
- تكون في نهاية الزمن

Finding "F" when given "P"

① عن طريق المعادلة

إ: $F = P(i+1)^N$

So, F: Future single sum

P: Present single sum.

N = Periods of a time.

② عن طريق chart

$\Rightarrow F = P(F/P, i\%, N)$

F/P → given

F given P

Ex: We have loan = 8000, $i = 10\%$, $N = 4$ years

Find Future value at end of 4 years?

Solution:

① By equation $\Rightarrow F = P(i+1)^N \rightarrow F = 8000(1.1)^4$

$\boxed{F = \$11713}$

② By chart:

From table [C.13 / Appendex] من آخر الكتاب :

At 4 years, $i = 10\%$ $\Rightarrow (F/P, i\%, N) = 1.4641$

So, $F = P(F/P, i\%, N) = 8000(1.4641)$

$= \$11713$

⇒ The quantity "$(i+1)^{N}$" called the single payment compound amount factor.

[Finding P when given F]

$$P = F(i+1)^{-N}$$

⇒ The quantity "$(i+1)^{-N}$" is called the single payment present worth factor.

شراء

Ex: An investor (owner) has an option to purchase a tract of Land that will be worth 10,000 in 6 years, If the value of the land increases at 8% each year, How much should the investor be willing [يرضى] to pay now for this property?

Solutions

① By chart ⇒ Table C-11 / $i = 8\%$, $6N$ ⇒ $(P/F, i\%, N) = 0.6302$

So, $P = 10{,}000\,(0.6302) = \$6302$

② By equation ⇒ $P = F(i+1)^{-N} = 10{,}000\,(1.08)^{-6} = \$6302$

Find the interest rate (i)

[Given P, F, N]

القانون

$$i = \sqrt[N]{\frac{F}{P}} - 1$$

مهم جداً

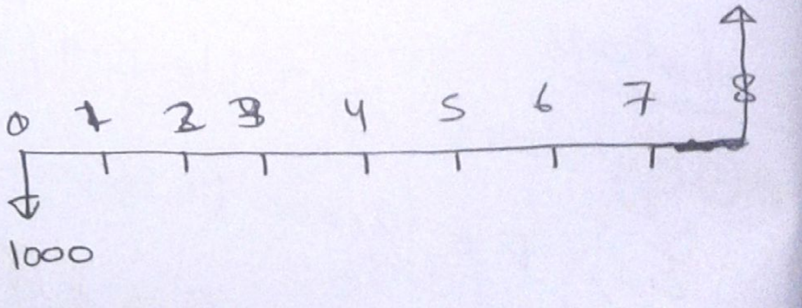
Ex: If we want to turn [حوّل] \$ 500 into \$ 1000 over a period of 10 years, at what interest rate would we have to invest it [استثمارها] ?

Solution:

$$i = \sqrt[N]{\frac{F}{P}} - 1 \Rightarrow i = \sqrt[10]{\frac{1000}{500}} - 1 \Rightarrow i = 7.17\%$$

Ex: A firm borrows [اقترض] \$ 1000 for eight years. How much must it repay in a lump sum at the end of eight year ($i = 10\%$)?

Solution:



From rule:

$$F = P(1+i)^N$$

$$F = 1000(1.1)^8 = \$ 2143.59$$

يمكن طرح السؤال السابق بصيغة أخرى مثل هذه

what is the future equivalent at the end of eight years of $1000 at the beginning of those eight years?

نفس اجابة السؤال السابق.

Ex: A firm wishes [فرض عليه] to have 2143.6 eight years from now, what amount should be deposited [ايداع] now to provide for it ($i = 10\%$)?

Solution:

$F = 2143.6$ for 8 years

$P = F(i+1)^{-N} \Rightarrow P = 2143.6(1.1)^{-8} = \$1000$

← يمكن طرح السؤال السابق بصيغة أخرى مثل هذه

⇒ What is the present equivalent of $2143.6 recieved eight years from now?

← نفس اجابة السؤال السابق.

$$\left[F \text{ given } A \right]$$

- annual amount
- operating cost
- maintenance cost

[كل سنة]

قانون ⟹ $F = A\left[\frac{(1+i)^N - 1}{i}\right]$

<u>Ex</u>: If eight annual deposits of \$187.45 each are placed in an account, how much money has accumulated immediately after the last deposit (i = 10%)?

<u>Solution</u>:

$F = A\left[\frac{(1+i)^N - 1}{i}\right] \Rightarrow F = 187.45\left[\frac{(1.1)^8 - 1}{0.1}\right] = \$2143.6$

← يمكن طرح السؤال السابق بصيغة أخرى مثل هذه

* What amount at the end of the eighth year is equivalent to eight EOY payment of \$187.45 each?

← نفس إجابة السؤال السابق.

[P given A]

القانون

$$P = A\left[\frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N}\right]$$

Ex : How much should be deposited in a fund now to provide for eight EOY withdrawals of $187.45 each ?

Solution :

$$P = 187.45\left[\frac{(1.1)^8 - 1}{(0.1)(1.1)^8}\right] \rightarrow P = 1000.03$$

Ex : What uniform annual amount should be deposited each year in order to accumulate $2143.6 at the time of eighth annual deposit ($i = 10\%$)?

Solution:

$F = \$2143.6$, $i = 10\%$, $N = 8$ years

$$F = A\left[\frac{(1+i)^N - 1}{i}\right] \rightarrow 2143.6 = \left[\frac{(1.1)^8 - 1}{0.1}\right] \cdot A$$

So, $\boxed{A = \$187.44}$

يمكن طرح السؤال السابق بصيغة أخرى كهذه.

* What is the size of eight equal annual payments to repay a loan of $ 1000; The first payment is due one year after receiving the loan ($i = 10\%$)?

نفس اجابة السؤال السابق.

[Finding N when given P, F, i]

القانون ⇒ $$N = \frac{\log\left(\frac{F}{P}\right)}{\log(1+i)}$$

Ex: The average price of gasoline was given as $ 2.31 in 2005; we computed the average annual rate of increase in the price of gasoline to be 6.62%, If we assume that the price of gasoline will continue to inflate at this rate, how long will it be before we are paying $ 5.00 per gallon?

Solution:

$$N = \frac{\log\left(\frac{F}{P}\right)}{\log(1+i)} \Rightarrow N = \frac{\log\left(\frac{5}{2.31}\right)}{\log(1+0.0662)} \Rightarrow N = 12.05 \text{ years}$$

متى $\frac{F}{P}$ بتساوي 1 ؟

when $N = 0 \rightarrow F = P(i+1)^0 \rightarrow F = P$ ✓

when $i = 0 \rightarrow F = P(0+1)^N \rightarrow F = P$ ✓

← الأسئلة السابقة ، يمكن الاستغناء عن القوانين واستخدام الجداول الموجودة في نهاية الكتاب ، شرط الانتباه لقيمة (i) المعطاة ودراسة العلاقة جيداً بين (Find) و (Given) .

Equivalent القيمة المكافئة

← اتجاهها دوماً يعاكس الاتجاه الفعلي لل cash flow .

← نعوض اشارة اتجاهه في الحل .

← الجواب موجب ← ↑

← الجواب سالب ← ↓

← نجد Equivalent لكل جزء من Cash flow ثم نجد Net cash flow بالجمع الجبري .

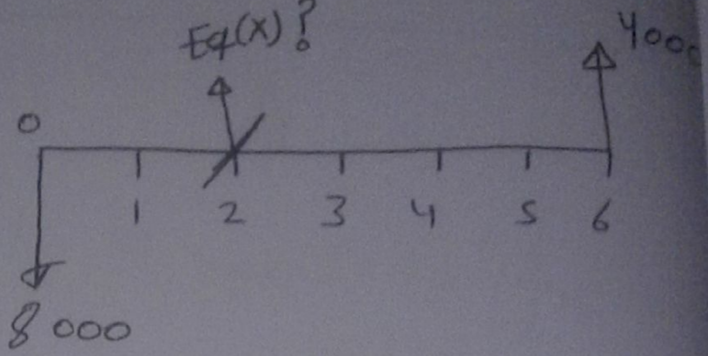
Ex :

First cost = 18,000 , n = 6 years

Salvage value = 4000 , i = 7%

Find equivalent value at end of second year ?

اتجاه 4000 فوقه ← مكافئة تحت
اتجاه 18000 تحته ← مكافئة فوقه .



Solution :

من جدول آخر الكتاب

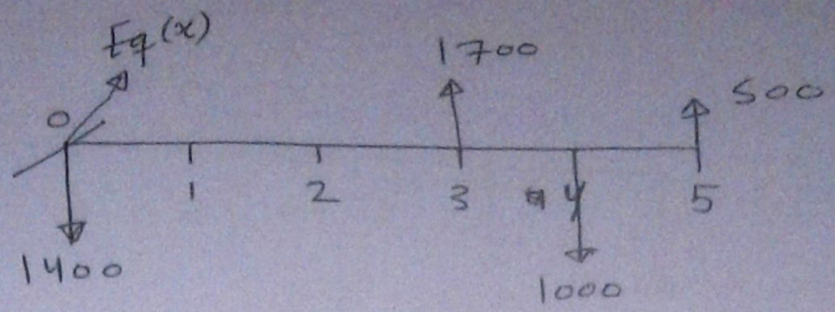
$$Eq(x) = -F(P/F, 7\%, 4) + P(F/P, 7\%, 2)$$

$$= (-4000 * 0.7629) + (18,000)(1.1449)$$

$$= 17556.6$$

لاحظ عزيزي الطالب/ة : لدينا "4000" وهي قيمة الـ Salvage
في آخر الفترة الزمنية وهي نفسها "F" وحتى نرجع F
الى السنة الثانية لايجاد الـ Eq / فإننا نعد الخطوات
التي نمشيها والتي تعبر عن عدد السنين وعدد الخطوات
من السنة السادسة للثانية رجوعاً تساوي ٤ خطوات
يعني ٤ سنوات ، أما 18000 تعبر عن P [تكلفة]
لأنها بالسالب [cost دائماً تحت] ، وحتى نوصلها للسنة الثانية
فعدد الخطوات خطوتين يعني سنتين .

Ex $i = 7\%$, Find $Eq(x)$ at (0) year?



← من المفضل ايجاد Eq لكل جزء على حدة ، ثم ايجاد
Net Equ من خلال الجمع الجبري مع الانتباه
جيداً للاشارات .

Solution :

At "1400" → 1400 ↑

At "1700" → $F(P/F, 3, 7\%)$ (من الجدول) $= -1700 * 0.8163$
$= -1387.71$
$= 1387.71 \downarrow$

At "1000" → $F(P/F, 4, 7\%)$ (من الجدول) $= 1000 * 0.7629$
$= 762.9 \uparrow$
$= +762.9$

At "500" → $F(P/F, 5, 7\%)$ $= -500 * 0.7130$
$= -356.5$
$= 356.5 \downarrow$

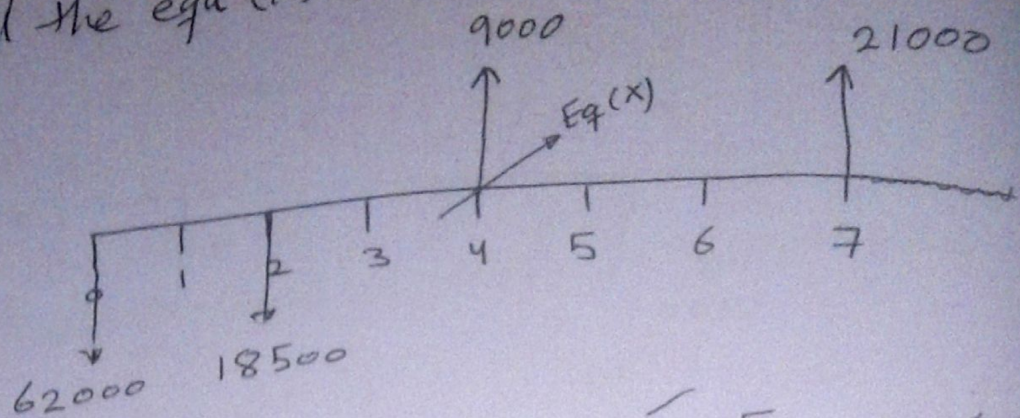
So, Tot equ $= 1400 - 1387.71 + 762.9 - 356.5$
$= 418.69 \uparrow$

Done

27

Ex : Find the equ (x) ?

$i = 10\%$



← نجد ال Eq ، لكل جزء على حدة ثم نجد ال Net Equ بالجمع الجبري [بالانتباه للاشارات] .

Solution:

$*\text{At } "18500" \rightarrow P(F/P, 2, 10\%) = 18500(1.21) = +22385$

$= 22385 \uparrow$

ملاحظة : ال (18500) هي عبارة عن " P " بالنسبة لل Eq عند السنة الرابعة ، لأنه عند السنة الرابعة تعتبر F .

← ترتيب للتسهيل في الحل :

F A F

↓

انوجدت

$*\text{At } "62000" \rightarrow P(F/P, 10\%, 4) = 62000 \times 1.4641$

$= +90774.2$

$= 90774.2 \uparrow$

$*\text{At } "21000" \rightarrow F(P/F, 3, 10\%) = -21000 * 0.7513$

$= -15777.3$

$= 15777.3 \downarrow$

$\text{At } "9000" \rightarrow -9000$

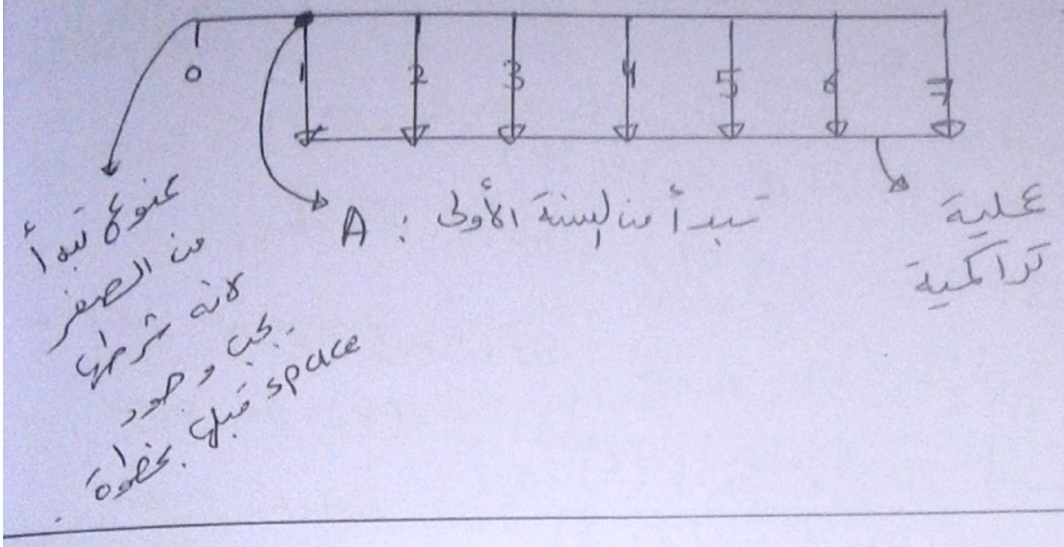
So, Total $Eq = 22385 + 90774.2 - 15777.3 - 9000$

$= {}^{+}88381.9 = 88381.9 \uparrow$

Annuity

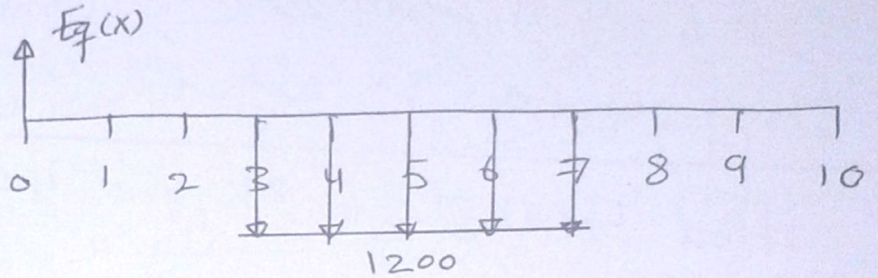
- هي عبارة عن دفعة منتظمة تبدأ من السنة الأولى
- يجب أن نرجع خطوة بمقدار (1) في أثناء العد عندما نحسب الـ Eq.

- توضيح



Ex: $i = 15\%$

Find Eq(x)?



Solution:-

قوس أول — قوس ثاني

$+1200\,(P/A, 15\%, 5)\cdot(P/F, 15\%, 2)$

$= 1200 * 3.3522 * 0.7561 = +3041.52 = 3041.52 \uparrow$

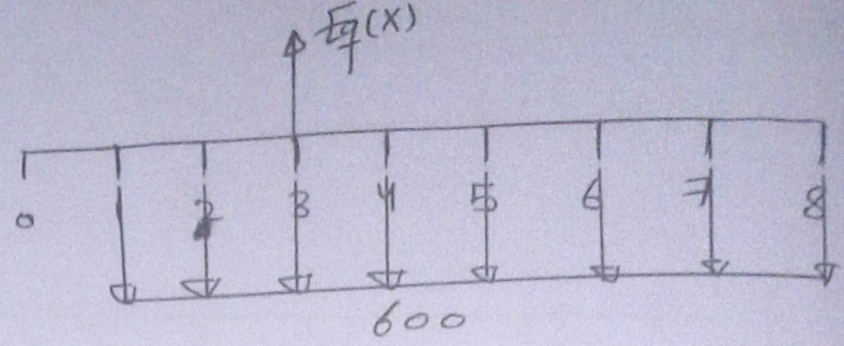
لاحظ عزيزي الطالب/ة : الـ (A) بترجع خطوة للوراء، يعني عند (2) وعبّر عن ذلك بالقوس [P/A, 15%, 5] ، والقوس الثاني ليستخدم للرجوع عند الصفر لتحقيق Eq ، لذلك الـ Single payment عند (2) هي (F) بالنسبة لـ (0) ، لأنه عند (0) بتصير P.

29

Ex: Operating cost = 600 , N = 8 years

find equivalent value at end of 3^{rd} year ?

$i = 15\%$?



Solution:-

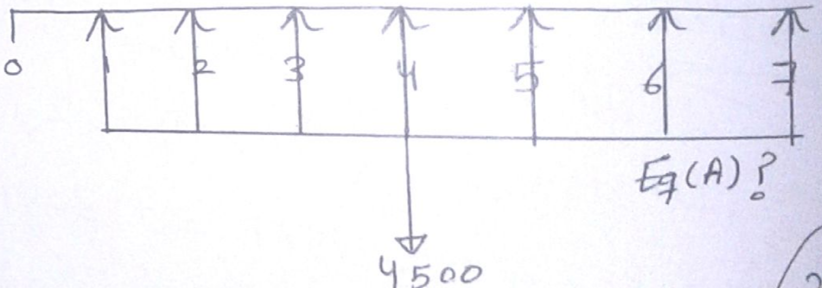
من الجدول آخر الكتاب   من الجدول آخر الكتاب

$Eq(x) = A\,(P/A, 15\%, 8) \cdot (F/P, 3, 15\%)$

$= 600\,(4.4873) \cdot (1.509) = 4094.84 \uparrow$

• لاحظ عزيزي الطالب/ة: لقد قمنا بإرجاع (A) عند (0) ومن ثم نحصل على (P) ثم المطلوب ارجاعها عند السنة الثالثة فتصبح عبارة عن (F)، ولاحظ العوض الثاني في الحل استخدمناه من أجل التحريك لـ Eq الى المطلوبة.

Ex: Find Eq(A) of $i = 9\%$ per year ?



Solution:

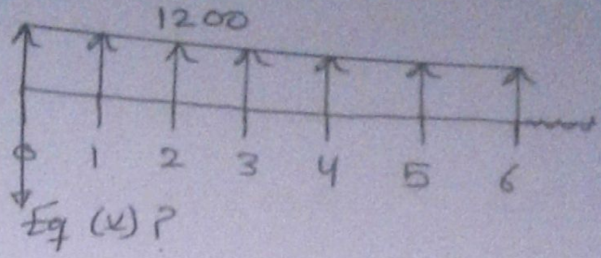
$Eq(A) = F\,(P/F, 4, 9\%) \cdot (A/P, 7, 9\%)$

$= 4500\,(0.7089)(0.1987) = 633.42 \uparrow$

• لاحظ عزيزي الطالب/ة: لايجاد Eq(A)، أرجعنا (4500) للصفر فأصبحت (P)، ثم قمنا بتوزيع الـ(P) على مدى 7 سنوات، من خلال العوض الثاني.

Ex:

"1200" is single payment at the zero time and there is (A) for 6 years ?



Solution:

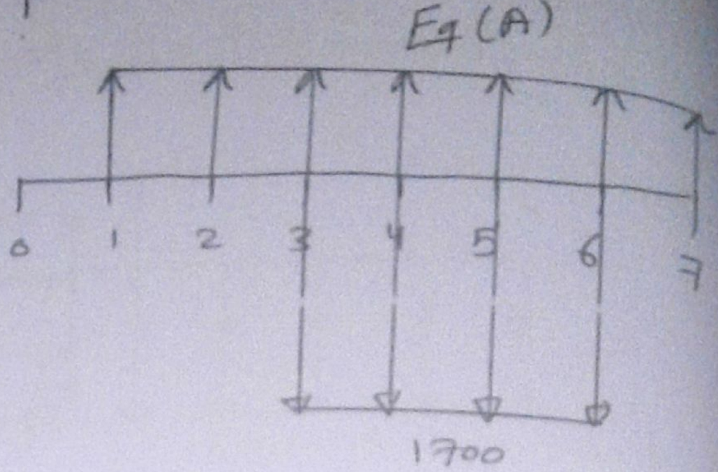
$$Eq(x) = A\,(P/A, 7, 9\%) \cdot (F/P, 1, 9\%)$$

$$= -1200\,(5.033)(1.09) = -6583.164 \downarrow$$

← لاحظ عزيزي الطالب/ة : حولنا (A) في البداية الى (P) من خلال العد ب 7 خطوات ، ممكن أن يتساءل الطالب ، أين 7 سنوات ؟ امشي معي من السنة (6) رجوعاً (0) هيك بنكون عدينا 6 سنوات ولاحظ الـ (A) معطاة بالكامل من [0 to 6] بس لازم (A) دائماً أن تعود خطوة للوراء لذلك نرجع الـ (-1) لتحقيق المفهوم وهيك بنكون عدينا الـ (7) سنوات ووصلنا على (P) عند (-1) وهسا عشان نطلع الـ Eq عند (1) فانا نضرب لقوس الانسحاب من ~~...~~ (-1) لـ (0) بمقدار سنة واحدة .

Ex:

$i = 9\%$, Find $Eq(A)$?



Solutions:-

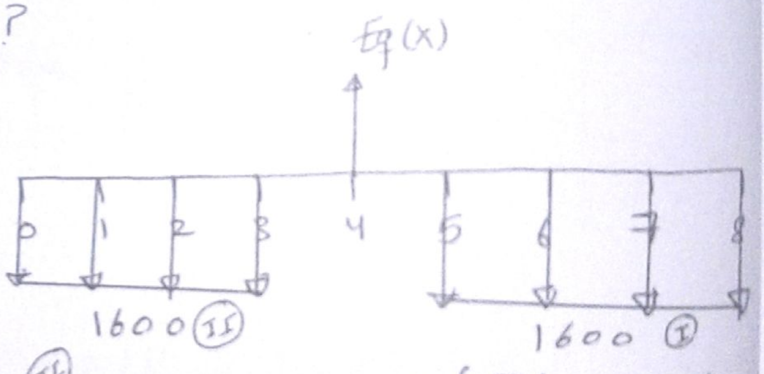
$$Eq(A) = +A(P/A,4,9\%)\cdot(P/F,2,9\%)\cdot(A/P,7,9\%)$$

$$\Rightarrow Eq(A) = 921.1 \uparrow$$

← لاحظ عزيزي الطالب /ة : قمنا بارجاع (A) والتي قيمتها "1700" للسنة الثانية وذلك تطبيقاً لمفهوم ال(A) ثم قمنا باجراء عملية الازاحة من السنة الثانية الى (0) باستخدام القوس الثاني ثم قمنا بايجاد Eq(A) من عند (0) الى (7) باستخدام القوس الثالث وذلك حتى نغطي كل ال (A) المطلوبة.

Ex: find the equivalent ?

$i = 9\%$



Solutions:-

$$Eq(X) : +\overset{(I)}{1600(P/A,9\%,4)} + \overset{(II)}{1600(F/A,4,9\%)}(F/P,9\%,1)$$

$$= 1600(3.2397) + 1600(4.5731)(1.09)$$

$$= 13159 \uparrow$$

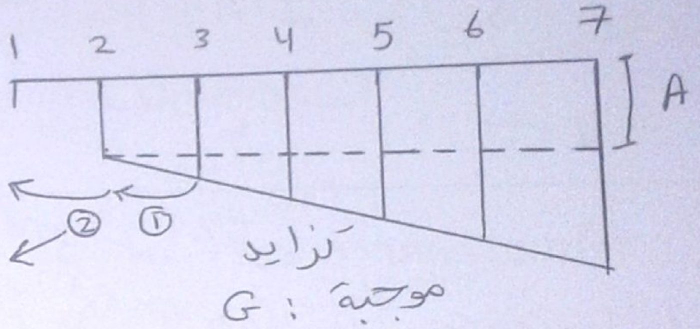
← لاحظ عزيزي الطالب/ة :

* قمنا بإرجاع " 1600 " من السنة الثامنة الى السنة الرابعة وذلك لإيجاد قيمة " P " من خلال (A) المعطاة (I) .

وأيضاً قمنا بإرجاع " 1600 " (II) من ال (-1) الى السنة (3) وذلك حتى نغطي ال A كاملة وفي نفس الوقت نحقق مفهوم ال (A)، (II)، التي تبدأ من (-1)، الكلة لنلاحظ أن المطلوب عند السنة الرابعة تحقيق ال Eq ، لذلك نضرب بالقوس الثاني لتحقيق مبدأ الإزاحة .

Gradient (G)

← اما أن تتزايد أو تتناقص بمقدار ثابت (درج) .

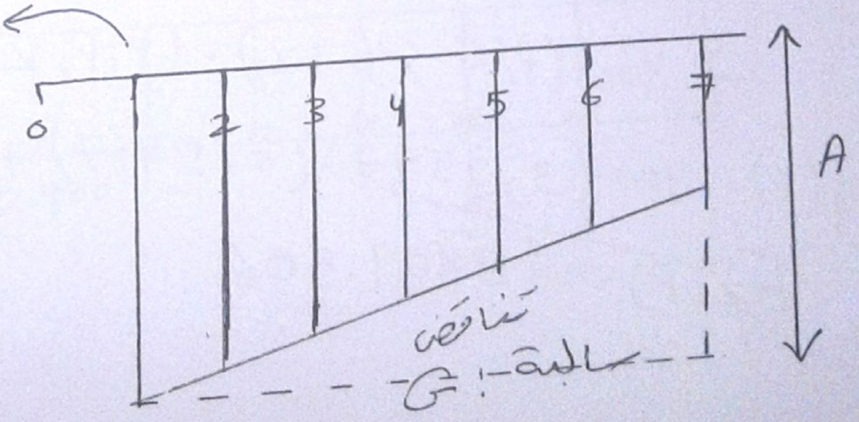


* يجب أن يرجع (G) خطوتين للوراء من أول تزايد أو تناقص .

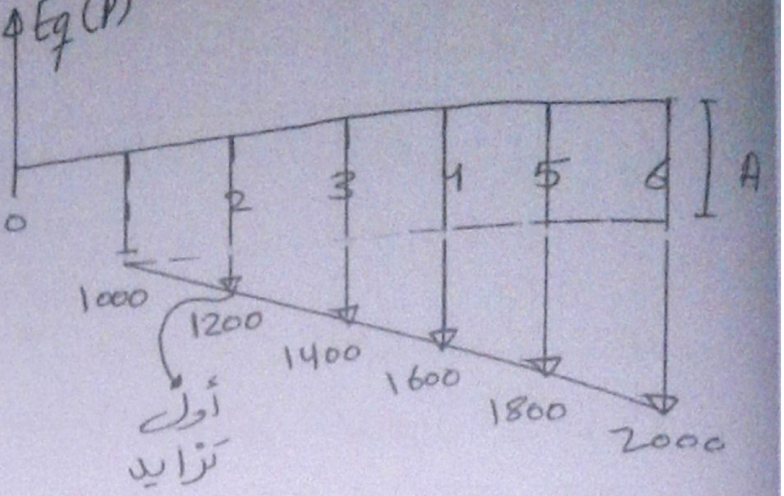
نقسم الشكل في (G) دوماً إلى (A) و (G) ، وفي حالة التزايد تكون (A) أول قيمة قبل التزايد .

33

نقسم الشكل في (G) دوماً إلى (A) و (G) ، وفي حالة التناقص تكون (A) أول قيمة قبل التناقص



Ex : Maintenance cost = 1000 , increased by 300 per year , $i = 9\%$?



Solution :-

G = 200 (تزايد + موجبة)

يجب رسم G عند p خطوتين للوراء من أول تزايد.

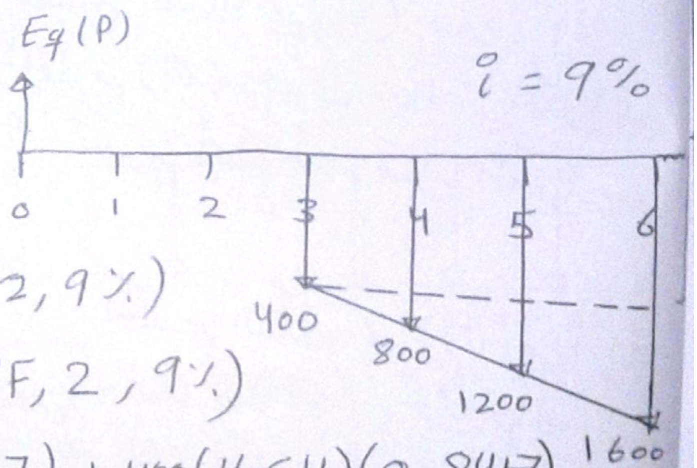
$$Eq(P) = +A(P/A, 6, 9\%) + 200(P/G, 6, 9\%)$$

$$Eq(P) = 6504.3 \uparrow$$

* ال A قيمتها تساوي (1000) قبل أول تزايد.
* ال G قيمتها تساوي (200) ، و ترجع للصفر عند (2) يعني خطوتين.

Ex : Maintenance cost at 3rd year to 6th year with "400 and Increase by 400 ?

$i = 9\%$



Solution :

$$Eq(P) = +A(P/A, 4, 9\%) * (P/F, 2, 9\%) + 400(P/G, 4, 9\%) \cdot (P/F, 2, 9\%)$$

$$Eq(P) = 400(3.2397)(0.8417) + 400(4.511)(0.8417)$$

$$Eq(P) = \uparrow 2609.506$$

شرح السؤال السابع :-

⇐ (A) تساوي "400" هي القيمة قبل أول تزايل.

⇐ (G) تساوي "400" مقدار التزايل "موجبة"

⇐ (A) دوماً تعود للوراء بخطوة واحدة.

⇐ (G) دوماً تعود للوراء بخطوتين.

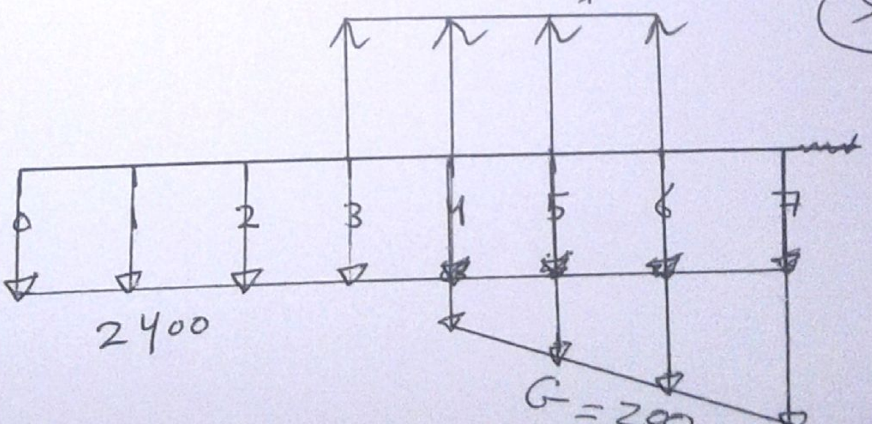
← لاحظ عزيزي الطالب /ة : بأن (A) رجعت خطوة للوراء من السنة الثالثة الى السنة الثانية وكان لزاماً علينا ارجاعها للـ (0) بضربها بقوس يقوم على ازاحتها من السنة الثانية للصفر، حيث أنه عند السنة الثانية تكون الـ single payment عبارة عن (F) وعند ارجاعها للصفر تكون (P)

← لاحظ عزيزي الطالب /ة : بأن (G) رجعت خطوتين للوراء وذلك من السنة الرابعة الى السنة الثانية ثم كان لزاماً علينا ازاحتها للـ(0) لذلك ضربنا بالقوس (P/F, 2, 9%).

، نلاحظ أن single payment عند السنة الثانية هي عبارة عن (F) بالنسبة للصفر والتي أصبحت عندها (P).

Ex : Find the equivalent A for the : ($i = 10\%$) ?

(35)



الحل على الخلف

Solution :

$$Eq(x) = +2400(P/A,8,10\%)\cdot(F/P,10\%,3)\cdot(A/P,4,10\%)$$

$$+\,200(P/G,5,10\%)\cdot(A/P,4,10\%)$$

$$Eq(x) = 5807.69$$

لاحظ عزيزي الطالب/ة :

⇐ (A) هي عبارة عن "2400".

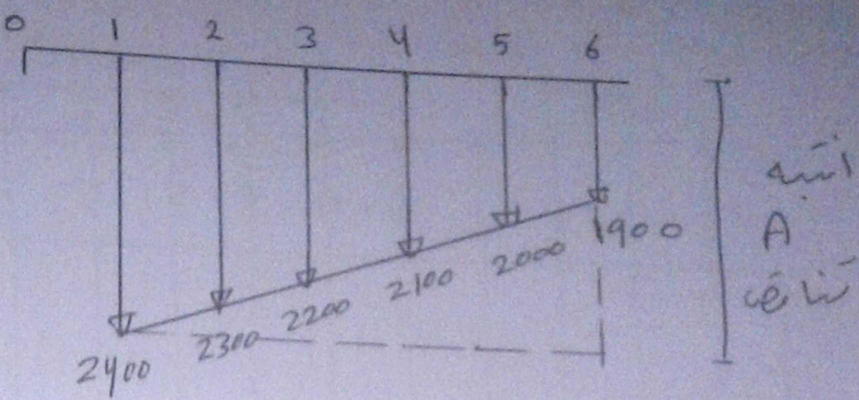
⇐ (G) هي معطاة جاهزة كمقدار متزايد ويساوي (200).

⇐ قمنا بإرجاع (A) خطوة للوراء عند (-1) ، لتحقيق مفهوم ال (A) ثم قمنا بإعادتها للسنة الثانية من عند (-1) يعني (3) خطوات بواسطة القوس الثاني ، ولاحظوا أرجعناها للسنة الثانية حتى نعطي Eq(x) كاملة ، لأنه شرط Eq(x) تكون قبلها بسنة حتى يتم تحقيقها واستخدمنا القوس الثالث لذلك.

⇐ قمنا بإرجاع (G) خطوتين للوراء ، وذلك من السنة الرابعة حتى السنة الثانية ، وهنا أصبحنا قبل Eq(x) بخطوة ومن السهولة تحقيق Eq(x) وذلك بالإزاحة من السنة الثانية للسادسة باستخدام القوس (A/P,4,10%).

Ex: Find Eq(P)?

$i = 10\%$



Solution:

$$Eq(P) = Eq(0) = +2400\,(P/A, 6, 10\%) - 100\,(P/G, 6, 10\%)$$

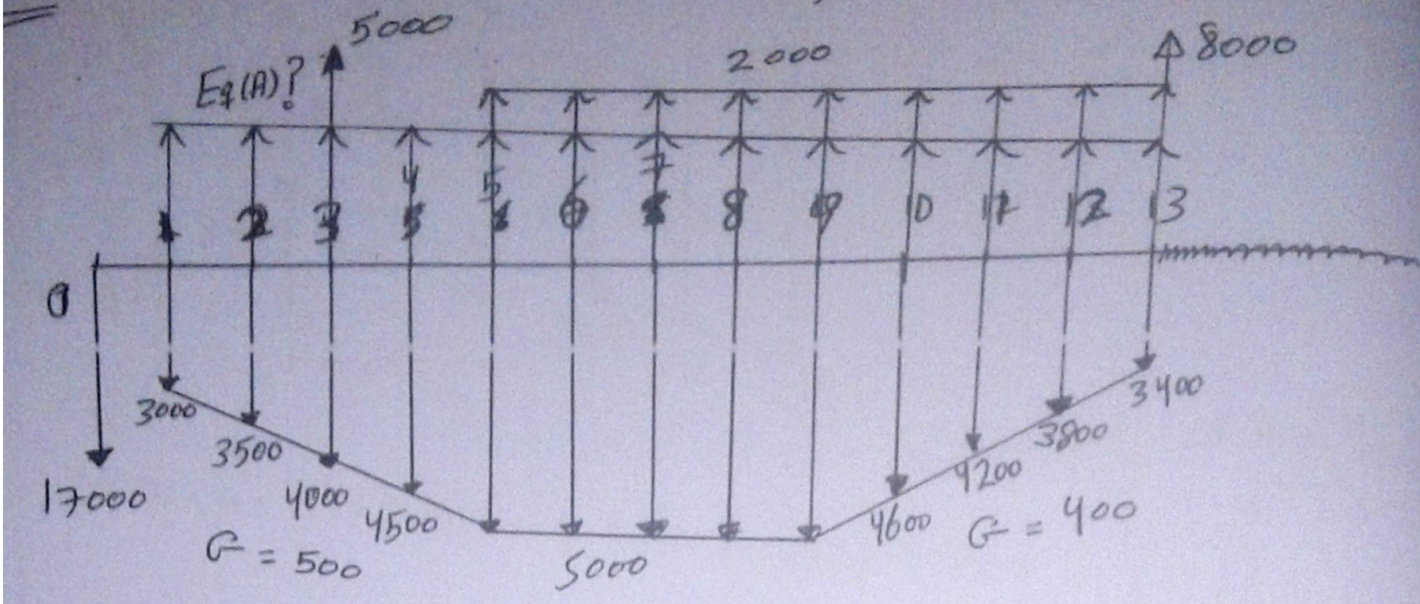
نفس الشيء

$$= 9484.32 \uparrow$$

← شرح : الـ (A) تساوي 2400 ، لأنه الشكل يعبر عن تناقص
وعندما يكون الشكل متناقص فإن (A) هي القيمة الكبرى
وفي نفس الوقت رجعنا للـ (0) خطوة وحققنا مفهوم الـ (A)

← الـ (G) تساوي "(100)" ، لأنه الشكل متناقص بمقدار (100)
و (G) نرجع بها خطوتين للوراء فرجعنا من (2) الى (0)
وحققنا مفهوم الـ (G) .

Ex: $i = 8\%$, $n = 13$, find Equivalent value?



Solution:

- At "17000"; $+17000(A/P, 13, 8\%) = 2150.5 \uparrow$
- At "5000"; $-5000(P/F, 3, 8\%)(A/P, 13, 8\%) = -502.08$
  $= 502.08 \downarrow$
- At "8000"; $-8000(A/F, 13, 8\%) = -8000 * 0.0436$
  $= -348.8 = 348.8 \downarrow$
- At "2000"; $-2000(P/A, 9, 8\%)(P/F, 4, 8\%) \cdot (A/P, 13, 8\%)$
  $= -2000(6.2469)(0.7350)(0.1265) = -1161.64$
  $= 1161.64 \downarrow$
- At "3000"; $+3000(P/A, 5, 8\%)(A/P, 13, 8\%)$
  $= 3000(3.9927)(0.1265) = +1515.23$
  $= 1515.23 \uparrow$
- At "5000"; $+5000(P/A, 4, 8\%)(P/F, 5, 8\%)(A/P, 13, 8\%)$
  $= 5000(3.3121)(0.6806)(0.1265) = +1425.79$
  $= 1425.79 \uparrow$
- At "4600"; $+4600(P/A, 4, 8\%)(P/F, 9, 8\%)(A/P, 13, 8\%)$
  $= 4600(3.3121)(0.5002)(0.1265) = +964.04$
  $= 964.04 \uparrow$

At "G = 500":

$+500\,(P/G, 5, 8\%)(A/P, 13, 8\%)$

$= 500\,(7.372)(0.1265) = +466.279$

$= 466.279 \uparrow$

At "G = 400":

$-400\,(P/G, 4, 8\%)(P/F, 9, 8\%)(A/P, 13, 8\%)$

$= -400\,(4.65)(0.5002)(0.1265)$

$= -117.692 = 117.692 \downarrow$

So, Total Eq $= 2150.5 - 502.08 - 348.8 - 1161.64 + 1515.23 + 1425.79 + 964.04 + 466.279 - 117.692$

So, Tot Eq $= +4391.627 = 4391.627 \uparrow$

← __شرح السؤال السابق :-__

"17000" ← حولناها من (P) الى (A) كما هو مطلوب فوراً لأنها جاهزة ، ومشينا (13) خطوة حتى نغطي Eq(A) كاملة .

"5000" ← نرجع الـ "5000" الى الصفر ونعتبرها (P) عند (0) ثم نوزعها بـ (13) خطوة عن طريق القوس الثاني حتى نغطي Eq(A) كاملة .

"8000" ← نرجع الـ "8000" والتي تمثل (F) إلى الـ (0) على اعتبار أننا نريد (A) مباشرة .

2000 ← نرجعها الى السنة الرابعة من خلال القوس الأول على أنها (P) ، ثم نرجعها للصفر على اعتبار أنها أصبحت عند السنة الرابعة (F) بالنسبة للصفر حيث اعتبرت عند الصفر (P) ، ثم نقوم بتوزيعها بـ (13) خطوة عند مرابيه لقوس الثالث.

3000 ← نرجعها من السنة الخامسة الى الصفر على أساس اعتبارها عند الصفر كـ (P) ثم نوزعها بـ (13) خطوة لتغطية الـ Eq(A).

5000 ← نرجعها من السنة التاسعة الى السنة الخامسة على اعتبارها أنها تمثل (P) عند السنة الخامسة ثم نعيدها الى الصفر حيث أنها تعتبر عند (0) كـ (P) ثم نقوم بتوزيعها بالقوس الثالث بمقدار (13) خطوة لتغطية الـ Eq(A).

4600 ← نرجعها من السنة الثالثة عشر الى السنة التاسعة على اعتبار أنها تعتبر كـ (P) و ~~من~~ من ثم ننقلها من السنة التاسعة الى الصفر على اعتبار أنها أصبحت عند السنة التاسعة (F) وعند الصفر (P) ، ثم نقوم بتوزيعها بمقدار (13) خطوة لتغطية الـ Eq(A)

500 ← نعيدها من السنة الخامسة الى الصفر ، وذلك مع الانتباه من أنها تعود الى الوراء خطوتين من أول تزايد للتغطية مفهوم (G) ثم نوزعها بـ (13) خطوة لتغطية Eq(A).

"٤٠٠" ← نعيدها من السنة الثالثة عشر الى السنة التاسعة ، مع الانتباه في أن ال (G) تعود خطوتين للوراء وذلك من أول تناقص ، ثم نقوم باعادتها من السنة التاسعة الى الصفر على اعتبارها أنها عند الصفر تمثل (P) ثم نقوم بتوزيع ال (P) ب (13) خطوة للتخلص من مفهوم ال Eq(A) عند مركبة القوس الثالث .

Nominal and effective

$$i_{eff} = \left[1 + \frac{r}{m}\right]^{m} - 1$$

since; $r =$ النسبة (تحوّل)

$m =$ (حسب المطلوب) من أجل التحويل

تعريف بالأجزاء ⇒ $i = 10\%$ per year , compounded monthly

per year → Payment Period

compounded monthly → compounded period

Ex : $i = 10\%$ per year , comp semiannually — فكرة رقم (1)

Find i_{eff} per year ?

← اذا تطابقت ال Payment Period مع المعطى في السؤال ، بروح أعمل comp فوراً

Solution

(٧) تطابقت → من (semi) to (year)
صغير كبير

← بدنا (2) semi حتى نحقق ال year ، ومن صغير لكبير نقسم على (2) ، بعوض $m = 2$

٤١

$$i_{eff} = \left[1 + \frac{0.1}{2}\right]^2 - 1 = 10.25\%$$

← ملاحظة ال (r) هي نفسها (i) .

Ex : $i = 10\%$ per year, comp quartarly ?

نفس الفكرة ieff per year ?

Solution:

← تشابهت ال Payment Period بين المعطى والمطلوب

اذا يعني ايجاد (m) و (r) هي نفسها (i) .

$$\Rightarrow i_{eff} = \left[1 + \frac{r}{m}\right]^m - 1$$

$$i_{eff} = \left[1 + \frac{0.1}{4}\right]^4 - 1$$

$$\Rightarrow i_{eff} = 10.38\%$$

quar → year

صغير → كبير

يقسم

يشكل (٤) أقسام من سنة يعني يقسم على (4)

Ex : $i = 15\%$ per year, comp monthly

ieff per year ?

Solution : (نفس الفكرة)

$$i_{eff} = \left[1 + \frac{r}{m}\right]^m - 1$$

$$i_{eff} = \left[1 + \frac{0.15}{12}\right]^{12} - 1$$

$$i_{eff} = 16.08\%$$

monthly → year

صغير كبير (يقسم)

"month" يشكل 12 شهر من السنة

يعني يقسم على 12

فكرة رقم (2) : اذا اختلفت ال Payment Period معناها تختلف عندي (r) و (m) أيضاً --

خطوات الحل : ① بحوّل ال Payment المعطى زي المطلوب

② أقوم باجراء عملية ال comp

Ex : $i = 15\%$ per year, compounded monthly

ieff per-semiannual ?

Solution:

ملاحظة

① التأثير على Payment Period ← يعني تأثير على قيمة (r)

② التأثير على compound ← يعني تأثير على قيمة (m)

← تحول ال Payment Period:

semi → year

كبير (بقسم) صغير

لذلك بقسم (r) على 2 لأن semi تشكل 2 من السنة

$\Rightarrow r = \frac{0.15}{2} \Rightarrow r = 0.075$

← من month ← semi

صغير (بقسم) كبير

← اذاً بعوض $m = 6$

لأنه الشهر يشكل 6 من نصف السنة

$i_{eff} = \left(1 + \frac{0.075}{6}\right)^6 - 1 \Rightarrow i_{eff} = 7.74\%$

Ex : $i = 15\%$ per year, comp monthly

i_{eff} per quarter ?

Solution :

← نفس ما سبق ، تتغير (m) , (r)

← تحول ال Payment Period ، من quarter ← year

صغير (بقسم) كبير

← لذلك نقسم (r) على (4) لأنه يشكل quar $\frac{1}{4}$ من السنة .

← comp ، من month ← quar

صغير (بقسم) كبير

لذلك نفرض m = 3 ، كيف وصلنا عليها ؟

12 شهر ← 1 سنة

x ← $\frac{1}{4}$ سنة

$\rightarrow x = \frac{1}{4} * 12 = 3 \rightarrow \boxed{m = 3}$

$$So,\ i_{eff} = \left(1 + \frac{\frac{0.15}{4}}{3}\right)^3 - 1 = 3.8\ \%$$

Ex: $i = 15\%$ per year, comp monthly

i_{eff} per month ?

Solution,

① Payment Period ، من month ← year

صغير (نقسم) كبير

لذلك نقسم (r) على 12 ، لأنه الشهر يشكل 12 من السنة

② comp ، من month ← month

(ثابتة) (ثابتة)

لا تأثير ، يعني قيمة $\boxed{m = 1}$

So, $i_{eff} = \left(1 - \frac{\frac{0.15}{12}}{1}\right)^1 - 1 = 1.25\%$

فكرة 3 : اذا كانت Payment Period و Compound Period

تختلف ما بين المعطى و المطلوب .

Ex: $i = 7\%$ per quarter, comp monthly

i_{eff} per year, comp quartarly ?

Solution:- خطوات الحل :

① تحول ال Payment Period زي المطلوب

← عند year ← quar

كبير (ضرب) صغير ، فنضرب (r) بـ (4)

لأنه السنة تشكل 4 quarter

45

نلاحظ أنه يوجد "2 comp periods"، لكن مادام
حولنا الى Per year ← لأنه صار عندي حالة
الطلب هكذا ← per quar, comp quar
لأنه ضربنا بـ (4) وبالتالي 4 أقسام من quartar
كأنها سنة، فلما تتشابه Payment Period مع comp
بشطب الـ comp وبطلع عالـ comp الأصلية
يلي في المعطى وبطبقه :

ومنه monthly ← year، نعوض m=12
صغير (القسم) كبير

$$So,\ i_{eff} = \left(1 + \frac{4 * 0.07}{12}\right)^{12} - 1 = 31.89\%$$

فكرة رقم (4) اذا طلب الـ eff وبالمعطى ما كان محدد
Payment Period فتلقائياً الـ compound تتبع الـ comp period،

Ex : For an interest rate 2% per month, (46)
The effective semi annual interest rate ?
i_{eff} semi ?

Solution:
2% per month $\xrightarrow{\text{يعني}}$ 2% per month, comp monthly
semi ← month ← semi ← ، نضرب (r) بـ 6 ، لأنه
كبير (ضرب) صغير
تشكل 6 أشهر

← نعل comp ، month ← semi

صغير (لنقسم) كبير

لذلك نعوض ، $\boxed{m=6}$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{0.02 * 6}{6}\right)^6 - 1 = 12.61\%$$

فكرة ايجاد الـ nominal

← خطوات الحل : ① لنشوف كم تشكّل الـ nominal المطلوبة من eff ، وهنا التأثير يكون ع ieff

إمّا بالضرب أو القسمة .

② بنعل comp حسب المطلوب .

Ex : For an eff interest rate of 4% per quarter compounded monthly , the nominal semi annual interest rate ?

(النسبة مع Payment period في ieff عندما يطلب الـ nomi)

Solution :-

4% per quar , comp monthly

nominal semi rate ?

① semi ← quar ، لذا التأثير ع ieff وبضربها

Nominal ↑ semi

كبير (ضرب) صغير

بـ (2) ← يعني $i_{eff} = 0.04 * 2$

← لأنه semi يشكل ربعين .

47

لو كان comp ، من monthly ← semi

صغير (بقسم) كبير

لذلك $\boxed{6 = m}$ ، لأنه month بيشال في منتصف السنة

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m} - 1$$

$$0.04 * 2 = \left(1 + \frac{r}{6}\right)^{6} - 1$$

$$0.08 = \left(1 + \frac{r}{6}\right)^{6} - 1 \Rightarrow 1.08 = \left(1 + \frac{r}{6}\right)^{6}$$

By calculator $\Rightarrow$ $r = 7.74\%$

<u>ملاحظة هامة</u> : اذا في معطى السؤال السابق ذكر ال Payment Period لوحدها ، فان ال Payment Period تتبع ال comp في حالة الوصف .

<u>ملاحظة هامة</u> : اذا في معطى السؤال السابق لم يذكر ال Payment Period ، فاننا نعتبرها Per year ، لأنه جرت العادة في التعامل مع الدفع سنوياً .

Continuously compound

القانون ⇒ $\boxed{i_{eff} = e^{r} - 1}$

<u>Ex</u>: $i = 10\%$ per year, comp continuously

i_{eff} per year ?

<u>Solution</u>:

فكرة (1) : هنا اهتمامي دوماً في Payment period ، وتأثيرها على (r) وما دام ال Payment Period متشابهة ما بين المعطى والمطلوب فاننا نطبق على القانون فوراً

$i_{eff} = e^{r} - 1 \Rightarrow i_{eff} = e^{0.1} - 1 \Rightarrow i_{eff} = 10.517\%$

<u>Ex</u>: $i = 10\%$ per year, compound continuously

i_{eff} per quart ?!

فكرة (2) : هنا اهتمامي دوماً في Payment Period ، وتأثيرها على (r) ، وهنا تختلف ال Payment Period ما بين المعطى والمطلوب .

quar ← year ، صغير (نقسم) كبير ، نقسم (r) على 4 ، لأن quar عبارة عن 4 أرباع من السنة

$\Rightarrow i_{eff} = e^{r} - 1 = e^{0.1/4} - 1 = 2.53\%$

Ex: $i = 10\%$ per year, comp continuously

i_{eff} per 2 years ?

Solution:

← نفس ما سبق ، التأثير على (r)

year ← 2year

كبير (ضرب) صغير

، لذلك نضرب (r) بـ(2)

، لذلك نطبق :-

$$i_{eff} = e^{r} - 1 = e^{0.1*2} - 1 = 1.22\%$$

Ex: $i = 2.5\%$ per quarter, comp continuously

i_{eff} annual ?

Solution:

← نفس ما سبق ، التأثير على (r)

، annual ← quarter

سنوياً (ضرب) ربع سنة

كبير صغير

$$i_{eff} = e^{r} - 1 = e^{0.025*4} - 1 = 10.52\%$$

continuously من nominal فكرة ايجاد ال

① نقارن ال nominal period مع Payment Period , وفي حالة تشابهما مع بعضها البعض فاننا نعتمد ال ieff كما هي , وفي حالة لم تتبع ال ieff بوصف فانها تعتبر Per year .
هنا يوجد التأثير على ieff .

Ex: ieff = 18% و comp continuously
Annual nominal ?

Solution :
ieff = 18 % per year , comp cont
Annual nominal ?

$i_{eff} = e^{r} - 1 \Rightarrow$

year ← nomi
ثابت (لا تغيير) ثابت

$0.18 = e^{r} - 1 \Rightarrow r = 16.55\%$

Ex: ieff = 18% per quar , comp continuously
Annual nominal ?

هنا التأثير على ieff ، لذا نضرب ieff بـ 4 (1)

quar ← Annual
صغير (ضرب) كبير
يتبع

$$i_{eff} = e^{r} - 1$$

$$\Rightarrow 0.18 * 4 = e^{r} - 1$$

$$0.72 = e^{r} - 1 \Rightarrow e^{r} = 1.72$$

$$\Rightarrow r = 54.23\%$$

معلومات هامة

1. السنة = 12 شهر
2. السنة = نصفين من السنة
3. السنة = 4 أرباع
4. نصف السنة = 6 أشهر
5. ربع السنة = 3 أشهر
6. السنة = 52 أسبوع
7. السنة = 365 يوم
8. الشهر = 30 يوم

أسئلة سنوات صيد

Q_1: The accumulated amount after 6 years of a JD (1300) Loan at a simple interest rate of 8% per year is :-

Solution:

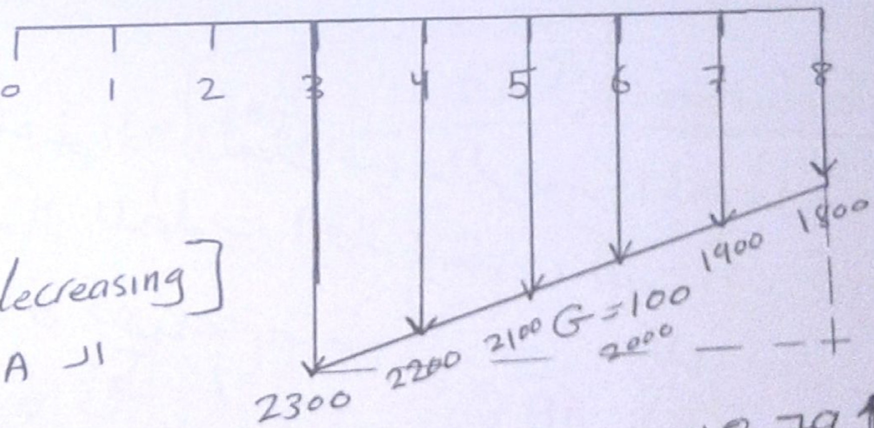
$I = P * i * N \rightarrow I = (1300)(0.08)(6) \rightarrow I = 624$

Accumulated amount $= 624 + 1300 = 1924$

Q_2: If $i = 10\%$ per year, and $n = 8$, The Equivalent Annual value of a maintenance cost of JD 2300 started from the 3rd year and decreased by JD 100 yearly is :-

← الطالب في هذا السؤال لازم يرسم الشكل

Solution:



maintenance cost
operating cost

[دورياً ثابتة وهي (A)]

A = 2300 [Because Gradient is decreasing]

الـ A ، تؤخذ قبل أول تناقص.

$P_{at(2)\,year} = +2300\,(P/A, 10\%, 6) - 100\,(P/G, 10\%, 6) = 9048.79 \uparrow$

$P_{at(0)\,year} = 9048.79\,(P/F, 10\%, 2) = 7477.92 \uparrow$

$\rightarrow 7477.92\,(F/P, 10\%, 2)(A/P, 10\%, 6) = 2077.48 \uparrow$

Q3: If an investment five years ago has doubled, the annual interest rate is :-

Solution:-

← هنا تقول بأنه Inv بعد 5 سنوات تكون مضاعفة ، هذا يعني - - - -

* $F = 2P$
* P
* $N = 5$
* $i = ?$

$$i = \sqrt[N]{\frac{F}{P}} - 1$$

$$i = \sqrt[5]{\frac{2P}{P}} - 1 \Rightarrow i = \sqrt[5]{2} - 1$$

$$i = 14.87\%$$

Q4 : Given :-

$(P/F, i, n) = 0.5263$

$(P/A, i, n) = 27.07$

$(A/G, i, n) = 16.036$

$\rightarrow (G/F, i, n)$?

$\frac{G}{F}$

Solution:

يجب علينا في هذا السؤال التلاعب بالرموز المعطاة بحيث نحصل على الشكل المطلوب ايجاد قيمته ، لكنه أي شيء نقلبه ، نقلب معاه قيمته - - -

قلب قلب

$$\frac{P}{\boxed{F}} * \frac{P}{A} \cdot \frac{A}{G}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{P}}{F} \cdot \frac{\cancel{A}}{\cancel{P}} \cdot \frac{G}{\cancel{A}} \Rightarrow \frac{G}{\cancel{A}} = 0.5263 \cdot \frac{1}{27.07} \cdot \frac{1}{16.036}$$

$$\frac{G}{F} = 0.001212 = (G, F, i, n)$$

P5: Which credit card offer is the best deal?

a- 11% per year, comp biomonthly (every 2 months)

b- 11.5% per year, comp semi-annually.

c- 12.3% eff per year

d- 12% per year, comp monthly

e- 12% comp once, per year.

Solution:

في حالة ال credit ← ال Worst ← تمثل النسبة الأعلى

في حالة ال credit ← ال Best ← تمثل النسبة الأقل

بعد توحيد جميع ما سبق لنفس Payment Period.

Payment Period = per year [توحيد]

a- $i_{eff} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1$

Biomonth → year
صغير (قسمة) كبير

, 12 month → 1 year
2 month → x
$12x = 2 \rightarrow x = \frac{1}{6}$

تقسيم على 6 ، نعوض

$m = 6$

$i_{eff} = \left(1+\frac{0.11}{6}\right)^6 - 1 \Rightarrow \boxed{i_{eff} = 11.52\%}$

b- $i_{eff} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1 \Rightarrow i_{eff} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1$

SS

Semi → year
صغير (قسمة) كبير

نعوض $\boxed{2 = m}$

semi عدد 2
يشكل في السنة.

$i_{eff} = \left(1+\frac{0.115}{2}\right)^2 - 1$

$\boxed{i_{eff} = 11.83\%}$

يتبع

C- 12.3% per year (جاهزة)

D- $i_{eff} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^{m}-1$

نعوض $\boxed{m=12}$

month → year

الشهر يشكل 12 منه في السنة ،

تكبير (نقسم) عليه

$\Rightarrow i_{eff} = \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{12}-1 \Rightarrow \boxed{i_{eff} = 12.68\%}$

E- $\cancel{i_{eff} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^{m}}-1$

$i_{eff} = 12\%$ (نفسها جاهزة)

النتائج

A- 11.52%

B- 11.83%

C- 12.3%

D- 12.68%

E- 12%

الجواب = A (أقل نسبة)

Q6: You have \$5000 to invest in a saving account. Which of the following is the best deal?

في حالة ال investment ← ال Worst هي أقل نسبة [redacted]

في حالة ال investment ← ال Best هي أعلى نسبة

a- 12.7% per year, comp Biomonthly (every 2 month)

b- 11.8% per year, comp semi annually

c- 12.3% eff per year.

D- 12.8% per year, comp monthly

E- None of the above.

Per year كـ نوحدها و Payment Period ← نوحد

a- $i_{eff} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1$

2 month → year
صغير (قسمة) كبير
$\boxed{m=6}$ نعوض

12 months → year
2 month → x
$12x = 2 \rightarrow x = \frac{1}{6}$
← قسمة على 6

$i_{eff} = \left(1+\frac{0.127}{6}\right)^6 - 1 \Rightarrow \boxed{i_{eff} = 13.39\%}$

b- $i_{eff} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1$

Semi → year
صغير (قسمة) كبير
$\boxed{m=2}$ نعوض

$\Rightarrow i_{eff} = \left(1+\frac{0.118}{2}\right)^2 - 1$

$\boxed{i_{eff} = 12.15\%}$

c- 12.3% (جاهزة)

D- $i_{eff} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1$

month → year
صغير (قسمة) كبير
$\boxed{m=12}$
الشهر يشكل 12 من السنة

$\Rightarrow i_{eff} = \left(1+\frac{0.128}{12}\right)^{12} - 1$

$\boxed{i_{eff} = 13.57}$

57

ترتيب النتائج

A - $i_{eff} = 13.39\%$
B - $i_{eff} = 12.15\%$
C - $i_{eff} = 12.3\%$
D - $i_{eff} = 13.57\%$

$\boxed{\text{الجواب} = D}$

Q7: You have borrowed \$7500 at interest rate of 10% and to be repaid in 4 equal payments. The amount of principal paid in your second payment is :—

Solution :

← ال (P) تساوي "7500 "

← ال (i) تساوي "10% "

← قانون مهم ⇐ A = principal + interest

خطوات الحل : ① نجد A

② نعمل جدول منه

	P	i	Principal
1			
2			
3			
4			

Solution:

⇒ $A = P(A/P, 10\%, 4) = 7500(0.3155) = 2366.25$

	P	Interest (10%)	Principal
1	7500	750	1616.25
2	5883.75	588.375	1777.875
3	4105.87	410.587	1955.663
4	2150.207	215.0207	2151.23

(A = principal + int)

جواب السؤال (1777.875)

← متى أطلع "P" عند السنة الثانية : بطرح "$7500 - \text{Principal}_1$"

← متى أطلع "P" عند السنة الثالثة : بطرح "$= 5883.75 - \text{Principal}_2$"

[ممنوع تستعمل 7500 في كل مرة]

→ The amount of principal paid in your second payment = 1777.87

58

Q8: What is the amount of interest earned on \$850 for 8 years at 10.5 % simple interest per year ?

Solution:

$I = P * N * i \Rightarrow I = (850)(0.105)(8)$

$\Rightarrow \boxed{I = 714}$

Q9: for an interest rate 2% per month, the effective semiannual interest rate is:-

Solution:

2% per month, comp monthly

اذا لم يذكر comp فانها تتبع ال Payment Period بالمسألة.

ieff semiannual ?

: semi $\longrightarrow$ month $\Rightarrow$ 12 months $\rightarrow$ year, $x \rightarrow \frac{1}{2}$ year, $\boxed{x = 6}$

كبير (ضرب) صغير

اذاً ، نضرب (r) بـ (6)

: month $\longrightarrow$ semi $\Rightarrow$ الشهر يشكل (6) من نصف السنة

صغير (قسمة) كبير

$i_{eff} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \Rightarrow i_{eff} = \left(1 + \frac{0.02 * 6}{6}\right)^6 - 1$

$\boxed{i_{eff} = 12.62\%}$

59

Scanned by CamScanner

(Q10) Which of the following is not a fixed cost?

A- Lease of machinery [Fixed cost]

B- property taxes [Fixed cost]

C- Insurance premiums [Fixed cost]

D- Wage payments [Variable cost]

E- Rental payments [Fixed cost]

الجواب : Wage payments

(Q11) An investment of \$62905 is expected to yield annually \$12000. The length of time required to recover the investment at an interest rate of 4% per year is :-

<u>Solution</u>

$P = 62905$, $A = 12,000$, $i = 4\%$, $N = ?$

$$\frac{P}{A} = \frac{62905}{12000} = 5.242 \quad , i = 4\%$$

← نذهب للجداول في خلف الكتاب ، الا جدول 4%

ما ~~[illegible]~~ نبحث عند $\frac{P}{A}$ → نقرأ قيمة N الذي تقابلها 6.0

الاجابة $\boxed{N = 6}$

Q_{10}: For an effective interest rate of 6% per quarter comp monthly, the nominal semiannual rate is closest to:—

<u>Solution:</u>

6% per qua, comp monthly

nominal semi ?

semi → quar ⇒ semi يشكل نصفين

صغير (ضرب) كبير لذلك نضرب ieff ب (2)

⇒ monthly → semi ⇒ الشهر يشكل (6) من نصف السنة

كبير (قسمة) صغير

So, $i_{eff} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^{m} - 1 \Rightarrow 0.06 * 2 = \left(1+\frac{r}{6}\right)^{6} - 1$

$\Rightarrow \boxed{r = 11.44\%}$

Q_{11}: An apartment had a cost of 55,000 JD in 2005 when the index was 1027. The cost of the apartment was 89750 JD in 2012, so the value of the index in 2012 is:————

2012 → $C_n = 89750$, $I_n = ?$

<u>Solution:</u>

$C_n = C_k * \left(\frac{I_n}{I_k}\right) \Rightarrow$ 2005 → $C_k = 55000$, $I_k = 1027$

$89750 = 55000 \left(\frac{I_n}{1027}\right) \rightarrow \boxed{I_n = 1676}$

62

Q_{12}: 20% per year, comp continuously

monthly nommal?

التأثير في ieff

عشان ما بدنا nomi?

Solution:

monthly $\longrightarrow$ year $\Rightarrow$

صغير (سنة) كبير

$i_{eff} = e^r - 1 \Rightarrow \frac{0.2}{12} = e^r - 1 \Rightarrow \boxed{r = 1.65\%}$

Q_{13}: A bicycle manufacturer has annual fixed costs of \$ 1237500 and variable cost of \$95 per bicycle. If the bicycles are sold are sold for \$ 260, what is the break even point?

Solution:-

Fixed cost = 1237500

Variable cost = \$95

Sold / Bicycle = \$260 → (P) نفسه

So, P = constant → we have one breakeven point

$$\Rightarrow D' = \frac{C_F}{P - C_V\,(\text{Per unit})} \Rightarrow D' = \frac{1237500}{260 - 95}$$

$$\boxed{D' = 7500}$$

Q14: If you purchase a house \$100,000 by getting a 5 years loan with monthly payments, using 10% per year comp monthly, what is monthly payment?

Solution:

$P = 100,000$

$N = 5$ years

$i = 10\%$ per year, comp monthly

لأنه الدفعة بدي إياها شهرية , Per month لازم

Per month → per year
صغير (قسمة) كبير

[التأثير على i لقسمتها ع $\underline{\underline{12}}$]

$i = \frac{10\%}{12}$ comp monthly, $i = 0.833\%$

$N = 5 * 12 = 60$ months

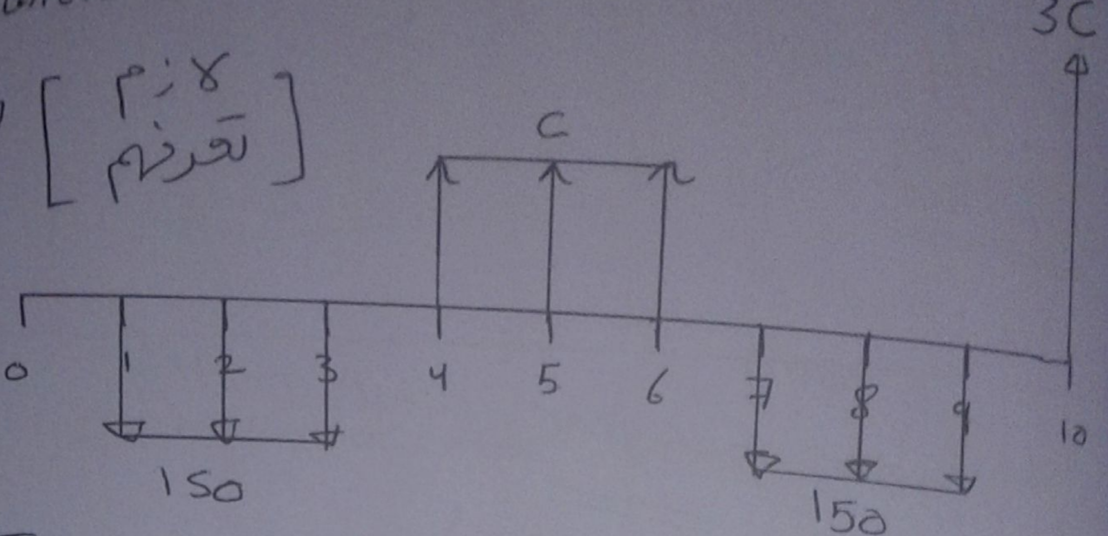
So, $A = P \left[\frac{i(1+i)^N}{(i+1)^N - 1} \right]$

$A = 100,000 \left[\frac{0.00833(1.00833)^{60}}{(1.00833)^{60} - 1} \right] \rightarrow \boxed{A = 2134.21}$

63

Q_{15}: Consider the cash flow series shown below, what value of "C" makes inflow equivalent to the outflow series at an interest rate of 6% compounded annually?

↓ → outflow [لازم
↑ → inflow تعرفهم]



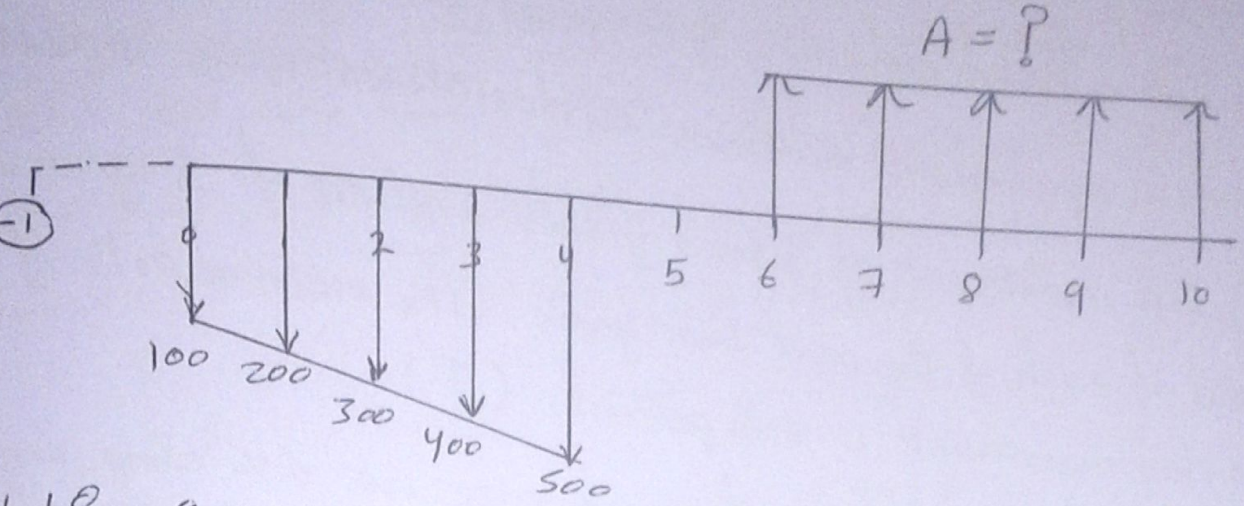
Solution:

$\Rightarrow +150(P/A,3,6\%) + 150(P/A,3,6\%)(P/F,6,6\%)$
$= 3C(P/F,10,6\%) + C(P/A,3,6\%)(P/F,3,6\%)$

$\Rightarrow 150(2.673) + 150(2.673)(0.705)$
$= 3C(0.5584) + C(2.673)(0.8396)$
$\Rightarrow 683.62 = 3.919C \Rightarrow \boxed{C = 174.42}$

⇐ في حالة ذكر في السؤال Inflow = outflow
نجد ال Eq لما تعادلنا ال Inflow و outflow
لكل منها على حدة دون اعطاء الاشارات
أي أهمية ___

Q16: Find the equal payment amount A, that makes the inflow equivalent the outflow when $i = 12\%$ compounded annually?



Solution :-

Inflow = out flow

نمد الشكل لل (-1) حتى نحقق مجموع ال (A) و (G)

$+100\,(P/A, 12\%, 5)(F/P, 12\%, 1) + 100\,(P/G, 12\%, 5)\,.\,(F/P, 12\%, 1) = A\,(P/A, 12\%, 5)(P/F, 12\%, 5)$

$\Rightarrow 100\,(3.6048)(1.12) + 100\,(6.397)(1.12) = A\,(3.6048)(0.5674)$

$1120.2016 = 2.0454\ A$

$\boxed{A = 547.68}$

Q_{17}) True or False :-

① Cash flows normally include depreciation since it represents a cost of doing business (F) ← مادام مائل

② The (P/A, i%, N) factor equals N · (P/F, i%, 1) (F)

③ For a fixed amount, \$F, that is received at EOY N, the annual equivalent increases as the interest rate increases (F)

④ An investment of \$6000 yields a return of \$1500 at the end of each of the next four years. The internal rate of return on this investment is zero percent. (T)

⑤ To invest amount for one year at 6% comp annually, is better than 6% simple interest (F)

⑥ A nominal interest rate of 16% per year, comp quarterly is the same as 4% per quarter (T)

⑦ An interest rate of 12% per year comp monthly is the same as an effective 12.683% per year (T)

ملاحظة : ممكن يجيبلك سؤال بالامتحان، يعطيك معطيات ويحكيلك بدو رسمة ال cashflow ، كاملة

66

انتبه :- ←

* maintenance cost
* operating cost [A ↓ للأسفل]
* Salvage value [Income, عند آخر سنة من المدة الزمنية]
* Annual, started from 3rd year [يعني بتبلش A من عند السنة الثالثة]

واتجاهه لفوق لانه Inc او نفس التعامل مع Income / Gradiant

سؤال 4 Given:-

$\frac{P}{A} = 4.077$, $i = 8\%$, Find N ?

Solution

← أول خطوة بروح على Table C-11 ، وبدور عقيمة (N) تقابل النسبة (4.077) ، اذا ما في هاي النسبة ، بقوم باجراء عملية "Interpolation" :-

← باخد رقم أعلى من هاي النسبة وبشوف كم (N) التي تقابله وباخد رقم أقل من هاي النسبة وبشوف كم (N) التي تقابله ، ثم أجد (N) للنسبة في السؤال .

$\frac{P}{A} = 4.077$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3.9927 \rightarrow 5 \\ 4.077 \rightarrow N \\ 4.6229 \rightarrow 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{4.6229 - 3.9927}{4.077 - 3.9927} = \frac{6-5}{N-5}$$

$$\Rightarrow 7.476 = \frac{1}{N-5}$$

$$\Rightarrow \boxed{N = 5.13}$$

وانتهت مادة المبيد بحمد لله تعالى
أتمنى لكم التوفيق

(67)

محمود عقل

[ملخص معانيه هام] Ch. 5

* MARR: هي القيمة يلي اذا النسبة ساوتها أو زادت عنها ← مشروعي ناجح

* If $PW \geq 0$ [Project is economically justified]
↳ يتم تحويل كل شيء بدلالة "P" مع أخذ الاشارة بعين الاعتبار.

* If $FW \geq 0$ [Project is economically justified]
↳ يتم تحويل كل شيء بدلالة "F" مع أخذ الاشارة بعين الاعتبار.

* If $AW \geq 0$ [Project is economically justified]

So, $AW = R - E - I(A/P, i\%, N) + S(A/F, i\%, N)$

since; R = Revenue saving
E = Expenses
I = Investment
S = Salvage value

$CR(i\%) = I(A/P, i\%, N) + S(A/F, i\%, N)$
↳ Annual equivalent cost

* Bond value [قيمة السند]

قانون

$$V_N = C\,(P/F, i\%, N) + rZ\,(P/A, i\%, N)$$

since;

Z = face, par value

C = Redemption or disposal price, recieve single payment.

r = Bond rate

N = Number of periods before redemption

i = Bond yield rate per period.

V_N = Value [Price] of the bond N interest periods.

* Capatalized worth:

⇒ Present worth when N goes to ∞

⇒ Present worth of all revenues or expenses over an infinite length of time

⇒ CW is "A" for N becomes very long.

⇒ $CW = \dfrac{A}{i}$

[عبارة عن Annual مقسومة على النسبة وأيضا هي Present worth لها الزمن ما لانهاية]

69

Present worth

⇒ To apply the "PW" method of determining a project's economic worthiness, we simply compute the present equivalent of all cash flows using "MARR" as the interest rate.

لتطبيق هذه الطريقة ، يجب أن نحاول جميع أجزاء ال Cash flow ، أي نرى عائدة عند الصفر على أساس أنها "P" ، وننتبه للاشارة عند الاستخدام .

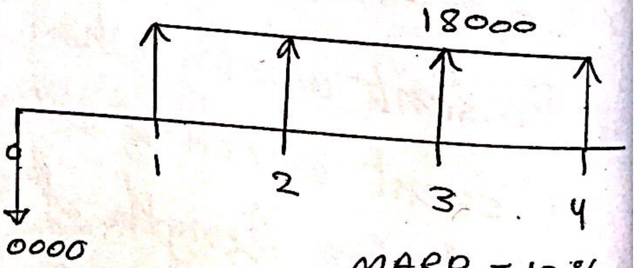
<u>Ex</u>: Consider a project that has an initial investment of \$ 50000 and that returns \$ 18000 per year for the next four years, If the MARR is 12% is this good investment?

<u>Solution</u>:

* Draw cash flow.

↓ (نعوض سالبة)

↑ (نعوض موجبة)



MARR = 12%

$$PW = -50000 + A(P/A, 4, 12\%)$$

$$PW = -50000 + 18000(3.0373)$$

$$PW = \$4671.4 \geq 0$$ So This good investment

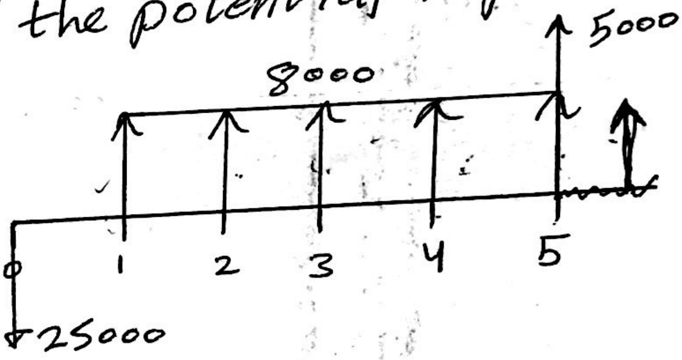
Future worth method

- To apply the "FW" method of determining a project's economic worthiness, we simply compute the ~~present~~ Future equivalent of all cash flows using "MARR" as the interest rate

← لتطبيق هذه الطريقة، يجب أن نعامل جميع أجزاء
الـ cash flow، لأنها عائدة على اعتبار أنها "F"
منتسبة للإشارة عند الاستخدام.

Ex: Evaluate the FW of the potential improvement?

MARR = 20%



Solution:

$$FW = 5000 - 25{,}000\,(F/P, 5, 20\%) + 8000\,(F/A, 5, 20\%)$$

$FW = \$\,2324.8$ [Is justified]

← الـ "25000" رجعناها للسنة الخامسة من شكل من (F)، وإشارتها سالبة لأنها كت.

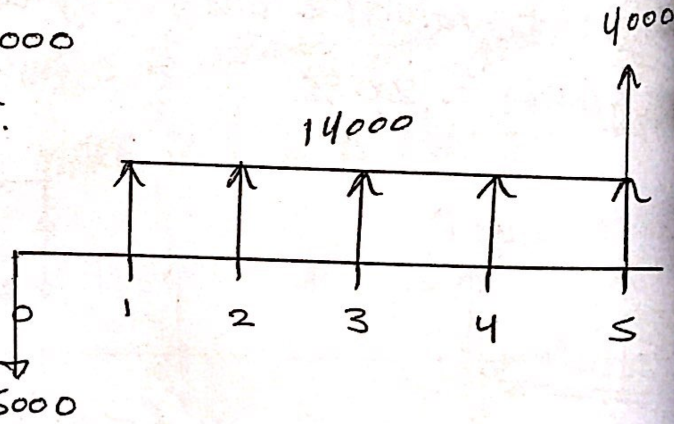
← الـ "8000" رجعناها للسنة الخامسة من شكل من (F)، وذلك بـ (5) خطوات وإشارتها موجبة لأنها فوق.

← الـ "5000" جاهزة، لأنها "F" جاهزة.

Ex : A \$45,000 investment in anew conveyour system is projected to improve through put an increasing revenue by 14000 per year for five years This conveyour will have an estimated mark value of \$ 4000 at the end of five years. Usi FW and MARR of 12% , is this good investment?

Solution :-

* Investment = P = \$ 45000
* Revenue = 14000 per year for five years.
* market value = F = \$ 4000
* We must draw cash flow.



Solution:

$$FW = -45000\,(F/P, 12\%, 5) + 14000\,(F/A, 12\%, 5) + 4000$$

It's Good inves

$$FW = \$\,13635.7 \geq 0$$

Annual worth method

← يتم ارجاع كل شئ ل (A) .

$$* AW(i\%) = R - E - I(A/P, i\%, N) + S(A/F, i\%, N)$$

R → Revenue saving

E → Expenses

I → Investment

S → Salvage value.

Ex: A project requires an initial investment of \$45000 has a salvage value of \$12000 after 6 years, with annual expenses of \$6000 and provides an annual revenue of \$18000. Using MARR = 10%, Determine AW?

Solution:

Investment = \$45000

Salvage value = \$12000

Annual expenses = \$6000

Annual revenue = \$18000

So, $AW(i\%) = 18000 - 6000 - 45000(A/P, 10\%, 6) - 12000(A/F, 1\%, 6)$

So, AW = \$ 3223 ≥ 0 It's Good investment.

73

Bond value

Ex : What is the value of a 6 %, 10 year bond with apar (and redemption) value of \$ 20,000 Dividness semi annually that pays wishes to earn on 8 % return ?

Solutions يجب استخدام القانون الموجود صفحة 69 .

Bond rate = 6%

$N = 10$

$C = Z = 20,000$

← انتباه أن التقسيم ← " semi " ولذلك التأثير يكون على النسب أو عدد السنوات

So, $r = \frac{6}{2} = 3\%$, 1 year → 2 semi
10 year → x
So, $x = N = 20$

$i = \frac{8}{2} = 4\%$

So, $U_N = C\,(P/F, i\%, N) + rZ\,(P/A, i\%, N)$

$U_N = 20000\,(P/F, 4\%, 20) + 0.03 * 20000\,(P/A, 4\%, 20)$

$\boxed{U_N = \$\,17282.18}$

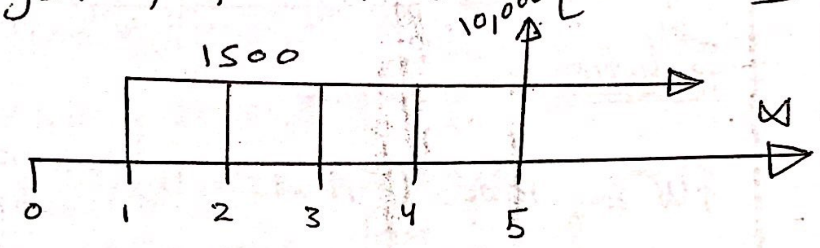
Capitalized worth

Ex: What is the CW, when $i = 10\%$ per year, of \$1500 per year, starting in year one and continuing forever; and \$10000 in year five, repeating every four years thereafter and continuing forever?

Solution:

CW ? $i = 10\%$ per year, \$1500 per year [From 1 year to forever]

\$10000 [year five every four year cont forever]



القانون

$\hookrightarrow CW = \dfrac{AW}{i}$

* الـ "1500" جاهزة عندي لأنها بتبدأ من السنة الأولى فحققت مفهوم الـ "A" فضل أقسمها على "i".

* الـ "10000"، هي عبارة عن "F" عند السنة الخامسة وحتى تحقق مفهوم الـ CW، لازم يكون الها تكرار، فبلاحظ أنها تتكرر كل (٤) سنوات وللأبد، لذلك نقوم على تحويل الـ (F) لـ (A) لفترة الـ (5) سنوات فنطلع هي الجواب كـ (A) وبعدها نقسم على (i) حتى أحقق مفهوم الـ CW للـ ∞

$$\text{So, } CW = \frac{1500}{0.1} + \left[\frac{10000(A/F, 10\%, 4)}{0.1}\right](P/F, 10\%, 1)$$

← ليش عوضنا $\boxed{4 = N}$، لأنها تتكرر كل 4 سنوات

← لأنه CW هو PW للـ ∞، جبناها للصفر عن طريقه (P/F,10%,1)

$CW = \$ 34591$

75

Ex Determine the FW , MARR = 15% per year

Investment cost	$10,000
Expected life	5 years
Salvage value	-$1000
Annual receipts	$8000
Annual expenses	$4000

من المعتاد أن "Salvage" = "Income" يعني موجبة
بالسؤال سالبة، لذلك
كما هو معطى لنا، مع
تخالف المفهوم

Solution :

$FW = -10000\,(F/P, 15\%, 5) - 1000 + [8000 - 4000]\,(F/A, 15\%$

$FW = 5855.6$

مش داعي للرسم، لأنه صار سهل بالنسبة النا ت، ولازم
نكون عارفين أنه : Inv ← تحت إشارة "،"
$(A = R - E)$ ، Num of years is known .

Ex : Fill the table below when $P = \$10{,}000$, $S = \$2000$ (at the end of four years) and $i = 15\%$ per year . Complete the table and show that the equivalent uniform CR amount equals \$3102.12 .

Year	Inv (BOY)	Opportunity cost (15%)	Loss of value	Capital recovery amount for
1	10 000	1500 *	3000	4500
2	7000 *	1050 *	2000	3050
3	5000 *	750 *	2000	2750
4	3000 *	450 *	1000 *	1450

ـيـكل ب * ، لازم نجيبه .

$\Rightarrow$ Capital recovery = Opportunity cost + Loss in value

$\Rightarrow$ Opportunity cost = Investment BOY * i

[قوانين هامة لقفلة الجدول]

Year "1" $\Rightarrow$ Inv (BOY) = 10,000

$\Rightarrow$ Opp cost $= 10{,}000 * \frac{15}{100} = 1500$ ✓

$\Rightarrow$ Capital $= 1500 + 3000 = 4500$ ✓

Year "2" $\Rightarrow$ Inv (BOY) $=$ Inv $(BOY)_1$ − Loss value $_1$

$= 10{,}000 - 3000 = 7000$

$\Rightarrow$ Opp cost $= 7000 * \frac{15}{100} = 1050$ ✓

$\Rightarrow$ Capital $= 1050 + 2000 = 3050$ ✓

Year "3" $\Rightarrow$ Inv (BOY) $=$ Inv $(BOY)_2$ − loss value 2

$= 7000 - 2000 = 5000$ ✓

$\Rightarrow$ Opp cost $= 5000 * \frac{15}{100} = 750$ ✓

$\Rightarrow$ Capital $= 750 + 2000 = 2750$ ✓

Year "4" $\Rightarrow$ Inv (BOY) $=$ Inv $(BOY)_3$ − loss value 3

$= 5000 - 2000 = 3000$

$\Rightarrow$ Opp cost $= 3000 * \frac{15}{100} = 450$

$\Rightarrow$ Capital $= 450 + ?$

كيف اجيبه؟

جدوله

Loss value at 4year $\Rightarrow$ BOY at 4 − Salvage value [معطاة في السؤال]

$= 3000 - 2000 = 1000$

So, capital $= 450 + 1000 = 1450$ ✓

← حل الفرع الثاني تبع = Show

$P = 4500(P/F,15\%,1) + 3050(P/F,15\%,2) + 2750(P/F,15\%,3)$
$+ 1450(P/F,15\%,4)$

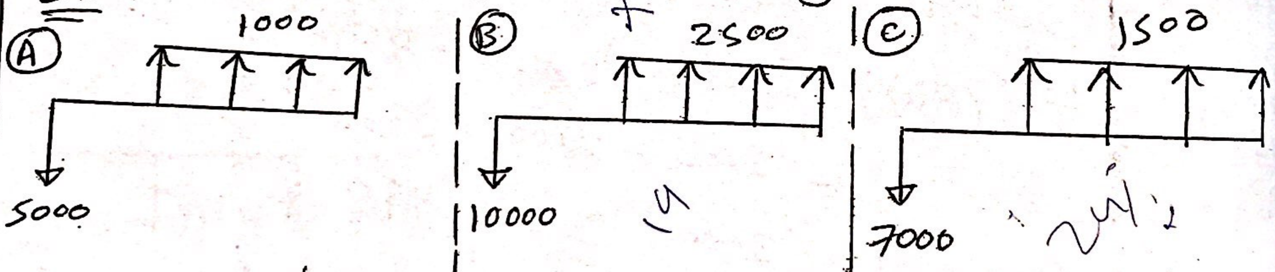
$P = \$8856.54$

So, $A = 8856.54(A/P,15\%,4) = \$3102.45$
= اعطا OR!

IRR [Internal rate and return method]

- → IRR ≥ MARR → The project is justified.
- → IRR ↑, PW ↓
- → لها اكثر من اسم → ① Investor's method
  ② Discounted cash-flow method.
  ③ Profitability index.

Ex :



Assume :

IRR A = 15%
IRR B = 10%
IRR C = 12%

MARR = 10%

IRR (C−A) = 14%
IRR (B−C) = 9%

Which any acceptable Alternating ?

Hint : Mutually exclusive

78

Solution

← من أجل تحديد الـ "Acceptable Alternating":
نطبق الخطوات التالية :-

① نرتب الـ "Alternatings" تصاعدياً من الأقل Investment الى الأعلى Invest.

② نسير من الأقل Inv الى الأعلى Inv لتحديد الـ I.

③ اذا كانت IRR (صغير-كبير) > MARR
← فإننا نختار الأكبر ونهمل الأصغر.

④ اذا كانت IRR (صغير-كبير) < MARR
← فإننا نختار الأصغر ونهمل الأكبر..

← قبل تطبيق الخطوات السابقة ، أي MARR > IRR for any alternative
← ترفض فوراً ، لأنه الشرط اللازم قبل المقارنة
← أن تكون قيم الـ IRR للـ (Alternatives) أكبر من MARR

← اذا ذكر في السؤال "Mutually exclusive" ، الـ Alt يعتمدوا على بعض.

← اذا ذكر في السؤال Independent وكانت MARR < all IRR → Select all [Accepted].

Solution:

* IRR A = 15% ≥ 10% Done
* IRR B = 10% ≥ 10% Done
* IRR C = 12% ≥ 10% Done

جاهزين للمقارنة

الترتيب

A → C → B

5000 7000 10000

← نسير من الأقل للأعلى [أول محاولة من A إلى C]

from A (الأقل) to C (الأكبر)

⇒ IRR (C − A) = 14% > 10%

الأصغر الأكبر معطى

Select C, Ignore A

We have "C" from the first comparison,

⇒ IRR (B − C) = 9% < 10%

الأصغر الأكبر

~~the~~ Select C, Ignore B, Because IRR(B−C) < MAR

لاحظ

IRR (الأصغر − الأكبر) → IRR > MARR [Select الأكبر, Ignore الأصغر]

→ IRR < MARR [Select الأصغر, Ignore الأكبر]

Payback period

← هي الفترة الزمنية التي تحقق Investment .

Ex: You invest \$ 100 in a business, the free cash flow as follows :-

EOY(1) = \$40
EOY(2) = \$30
EOY(3) = \$30
EOY(4) = \$24
EOY(5) = \$15

Solution : الحل يكون عن طريق الـ Comulative
وعندما نحصل على قيمة تساوي الـ Inv نختار
السنة التي تقابلها .

EOY(1) = \$40 → \$40
EOY(2) = \$30 → \$70
EOY(3) = \$30 → \$100 → Equal Investment
EOY(4) = \$24 → \$124
EOY(5) = \$15 → \$139

So, $\boxed{\text{Payback period} = 3}$

Discounted Payback Period using present value

$i = 10\%$

← نفس السؤال السابق ، بدنا نحله بهاي الطريقة

← لكل EOY بطبق القانون $P = F(i+1)^{-N}$

← بعدين بعمل comulative ولما أحصل على قيمة تساوي الـ Investment ، بختار الزمن الذي يقابل ذلك الرقم .

<u>Ex</u>

By using Discounted Payback period :- $i = 10\%$

$EOY(1) = \$40 \rightarrow P = F(i+1)^{-N} \rightarrow P = 40(1.1)^{-1} = 36.36$

$EOY(2) = \$30 \rightarrow P = F(i+1)^{-N} \rightarrow P = 30(1.1)^{-2} = 24.79$

$EOY(3) = \$30 \rightarrow P = F(i+1)^{-N} \rightarrow P = 30(1.1)^{-3} = 22.54$

$EOY(4) = \$24 \rightarrow P = F(i+1)^{-N} \rightarrow P = 24(1.1)^{-4} = \underline{16.39}$

$EOY(5) = \$15 \rightarrow P = F(i+1)^{-N} \rightarrow P = 15(1.1)^{-5} = 9.31$

<u>So,</u>

	comulative
36.36	36.36
24.79	61.15
22.54	83.69
16.39	100.08 = <u>Inv</u>
9.31	109.39

So, Payback Period = 4 years

82

Payback happens between years

Ex

Inv = \$100

EOY(1) = \$40
EOY(2) = \$30
EOY(3) = \$45
EOY(4) = \$24
EOY(5) = \$15

في هذه الطريقة ح نلاحظ عدم الحصول على قيمة " Invest " مباشرة لذلك نطبق القانون المرفق في الحل :

Solution end of year

	Comulative
EOY(1) = 40	40
EOY(2) = 30	70
EOY(3) = 45	115
EOY(4) = 24	124
EOY(5) = 15	139

So, القانون = $\left[\dfrac{\text{Inv} - \text{comulative in the year before increasing}}{\text{EOY of the increasing}}\right]$

$= \left[\dfrac{100 - 70}{45}\right] = 0.667$

So, Pay back period $= 0.667 + \boxed{2} = 2.667$ year

نضيف السنة قبل الزيادة .

Ex:

MARR = 12% , Evaluate a combined cycle power plant on the basis of PW method ?

Investment cost	\$ 13000
Useful life	15 years
Market value (EOY15)	\$ 3000
Annual expenses	\$ 1000
Cost - end of 5th year	\$ 200
Cost - end of 10th year	\$ 550

Solution: Cost (سالبة) , Market (موجبة)
Inv (سالبة)

$$PW(12\%) = -13{,}000 + 3000\,(P/F,12\%,15) - 1000\,(P/A,12\%,15)$$
$$- 200\,(P/F,12\%,5) - 550\,(P/F,12\%,10)$$

معطى   معطى

So, $PW = -13423.57$.

Ex: $P = 450{,}000{,}000$ $A = 50{,}000{,}000$
$N = 30$ year.

Find Simple payback ?

Solution

$$\text{Simple payback} = \frac{P}{A} = \frac{450{,}000{,}000}{50{,}000{,}000} = 9 \text{ years}$$

Ch.6

← نفس "Ch.5"، لكن هنا سيكون عندنا أكثر من Alternative ونقوم بالمقارنة بالطرق التي تعلمناها مسبقاً (PW, FW, AW, CW)

← في المقارنة، عندما تكون الأجوبة كلها موجبة فإننا نختار أكبر قيمة لتمثيل الأفضل.

← في المقارنة، عندما تكون الأجوبة كلها سالبة، فإننا نختار أقل قيمة لتمثيل الأفضل [باعتبار أقل تكلفة].

← حتى نستخدم الـ "PW" في المقارنة، يشترط توحيد الأعمار لجميع "Alternatives"، إن لم تكن لديهم نفس الأعمار.

ملاحظة: عملية توحيد الأعمار تكون باستخدام طريقة "المضاعف المشترك الأصغر"

← اذا كان أحد الـ "Alternative" عمره "∞"، عندها يتم المقارنة لكل "Alt" حسب العمر المعطى له، ونفضل عندها استخدام طريقتين الـ "AW" و "CW".

← هناك أمور هامة في "AW" و "CW" سيتم توضيحها بالأسئلة

Ex : Compare :-

	Alt A	Alt B
Initial cost	8600	11500
Operating cost	1000	1500
Extra cost [end of 2nd year]	1100	2000
Salvage value	4400	7100
n	5	5

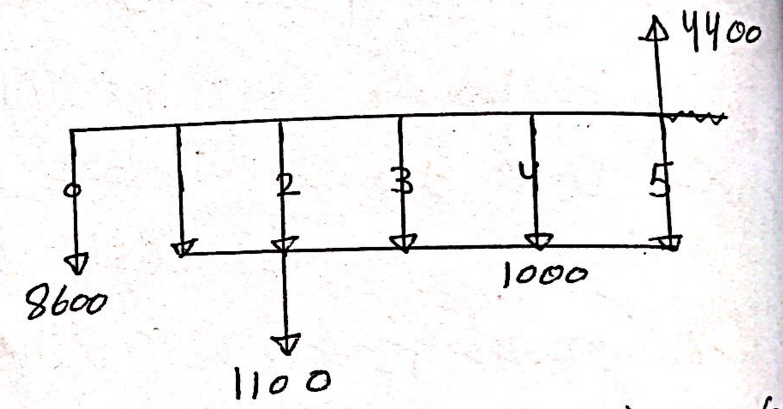
which one as best alternative?

$i = 9\%$

Solutions

هنا الأعمار موحدة لـ "Alternatives" ، اذاً سيتم تطبيق ال (PW) .

Alt A



$$PW(9\%) = -8600 - 1000(P/A,9\%,5) - 1100(P/F,9\%,2) + 4400(P/F,$$

$$= -8600 - 1000(3.8897) - 1100(0.8417) + 4400(0.649$$

$$= -10556.01 \checkmark$$

تنبيه

cost [اشارتها سالب اكيد]

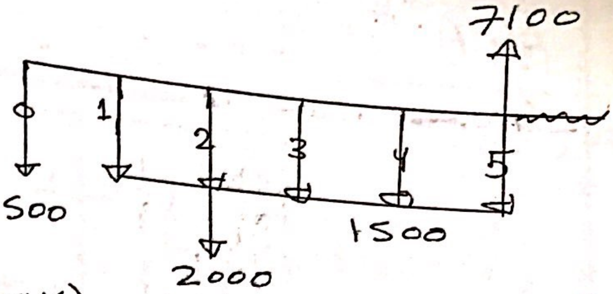
operating cost / maintenance cost > [A بالسالب اكيد]

Salvage [Income / آخر الفترة الزمنية]

86

Alt (B):

$PW(9\%) =$



$PW(9\%) = -11500 - 2000(P/F,2,9\%) - 1500(P/A,9\%,5) + 7100(P/F,5,9\%)$

$PW(9\%) = -14403.66$

So, we have $PW[Alt\ A] = -10556.01$

$PW[Alt\ B] = -14403.66$

So, select "A" [أقل كلفة (أقل قيمة سالبة)].

Ex :-

	Alt A	Alt B
Initial cost	6800	4200
Operating cost [start at 2nd year]	400	200
Annual income	2300	1700
Salvage value	3000	2000
n	5	10

Which one as the best alternative?

$i = 9\%$

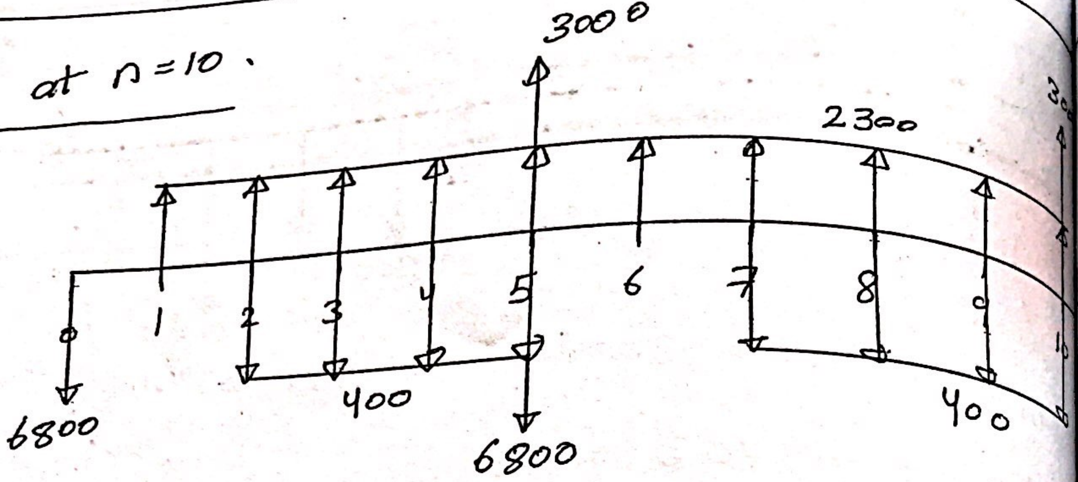
87

← عند اختلاف الـ " Alternatives " في العمر ، فإننا نوحدهم بناء ع المضاعف المشترك الأصغر

[المضاعف : بشوف أقل عمر و بضربه بعدد عشان يوصل أكبر عمر ضمن السؤال

10 = [2*5] وهو جواب المضاعف

Alt A at n=10.



بالأصل عمر "Alt A" يساوي (5)، فبحط كل معطيات ال Alt A
لمدة (5) سنوات مع الانتباه بتكرار المعطيات لل (5) سنوات
في المرحلة الثانية، يعني بشتغل بالأول من [0-5] و
بعدين من [5-10]، مع الانتباه إنه "2300" تبدأ من
السنة الأولى للسنة العاشرة، بينما "400" تبدأ من السنة
الثانية لكل فترة زمنية، [0-5] ← السنة الثانية رقمها (2)
[5-10] ← السنة الثانية رقمها (7)
وبحدد عندهم "400" عشان هيك بالجدول تبدأ من السنة الثانية
أما الـ "Salvage value"، بتكون عند نهاية الفترة الزمنية، يعني لأول
فترة بتكون عند السنة الخامسة، ولثاني فترة بتكون عند السنة
العاشرة، وأيضاً "Initial cost" بتكون أول سنة من
كل فترة، يعني بكررها عند السنة الأولى وعند السنة
الخامسة".

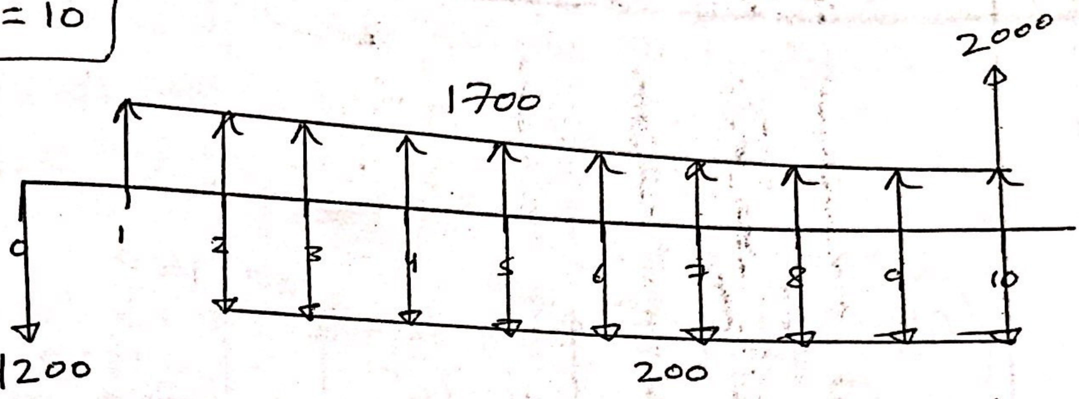
الحل

$$PW_A = -6800 - 6800(P/F,5,9\%) + 2300(P/A,9\%,10)$$
$$+ 3000(P/F,9\%,5) + 3000(P/F,9\%,10) - 400(P/A,9\%,4)(P/F,9$$
$$- 400(P/A,9\%,4)(P/F,9\%,6)$$

يتبع

$PW_A = 4796.71$

Alt B at n = 10



$PW_B = -4200 + 2000(P/F, 10, 9\%) - 200(P/A, 9\%, 9)(P/F, 9\%, 1)$
$+ 1700(P/A, 9\%, 10)$

$PW_B = 6454.89$, Select B, Because high PW.

Ex:- $i = 8\%$, Which one as the best alternative?

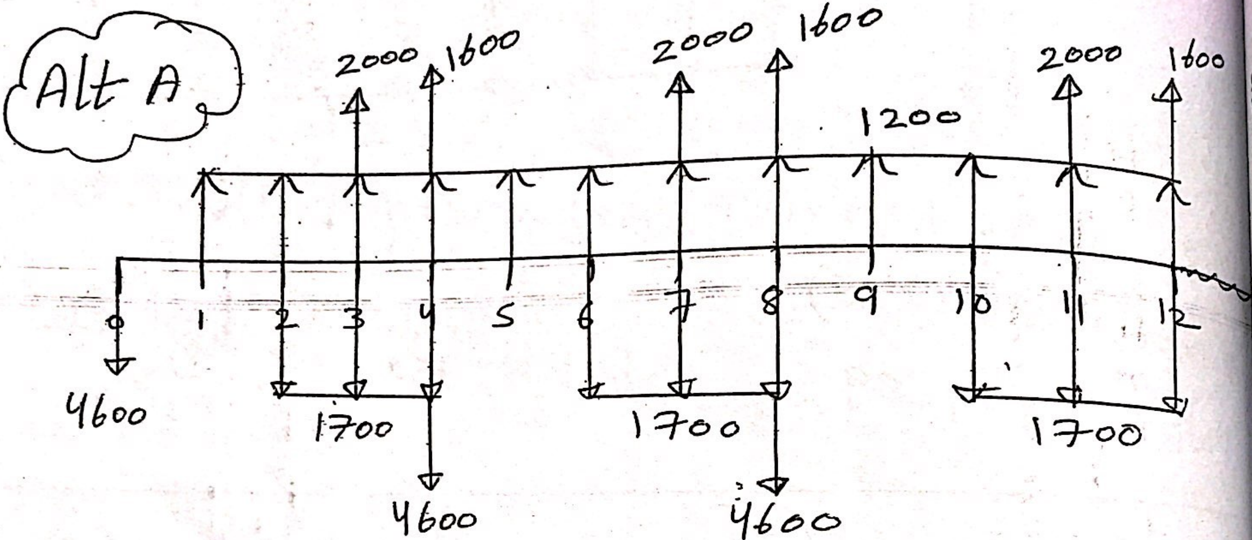
	Alt A	Alt B	Alt C
Initial cost	4600	12000	30000
Annual income	1200	2000	6000
Income every 3year	2000	-	6000
cost " Started of second year "	1700	-	2000
Sludge value	1600	1200	10,000
n	4 years	3years	6years

نلاحظ أن أعمار الـ "Alternatives" مختلفة ومن لضبط
الـ "PW" يجب توحيد الأعمار ضمن قاعدة المضاعف المشترك الأصغر

← نلاحظ $12 = 3 * 4$ ، $12 = 4 * 3$ ، $12 = 2 * 6$

← لذلك العمر الموحد هو "12".

Alt A



$PW_A = -4600 - 4600(P/F, 8\%, 4) + 1600(P/F, 8\%, 4) - 4600(P/F, 8\%$
$+1600(P/F, 8\%, 8) - 1700(P/A, 8\%, 3)(P/F, 8\%, 1) - 1700(P/A, 8\%$
$(P/F, 8\%, 5) - 1700(P/A, 8\%, 3)(P/F, 8\%, 9) + 1200(P/A, 8\%, 12)$
$+2000(P/F, 8\%, 3) + 2000(P/F, 8\%, 7) + 2000(P/F, 8\%, 11)$
$+1600(P/F, 8\%, 12)$

$PW_A = -4600 - 4600(0.735) + 1600(0.735) - 4600(0.5403)$
$+1600(0.5403) - 1700(2.5771)(0.9259) - 1700(2.5771)(0.68$
$-1700(2.5771)(0.5002) + 1200(7.5361) + 2000(0.7938)$
$+2000(0.5835) + 2000(0.4289) + 1600(0.3971)$

$PW_A = -4364.42$

Alt(A) : شرح

← بالأصل عمر (A) ← ٤ سنوات ، مع توحيد العمر ، أصبح عمر (A) ← 12

← "4600" هي بداية الفترة الزمنية الأصلية [٤ سنوات] ، لذلك يجب تكرارها كل [سنة أولى] من بداية كل فترة -- يعني عند [0 ، 4 ، 8] .

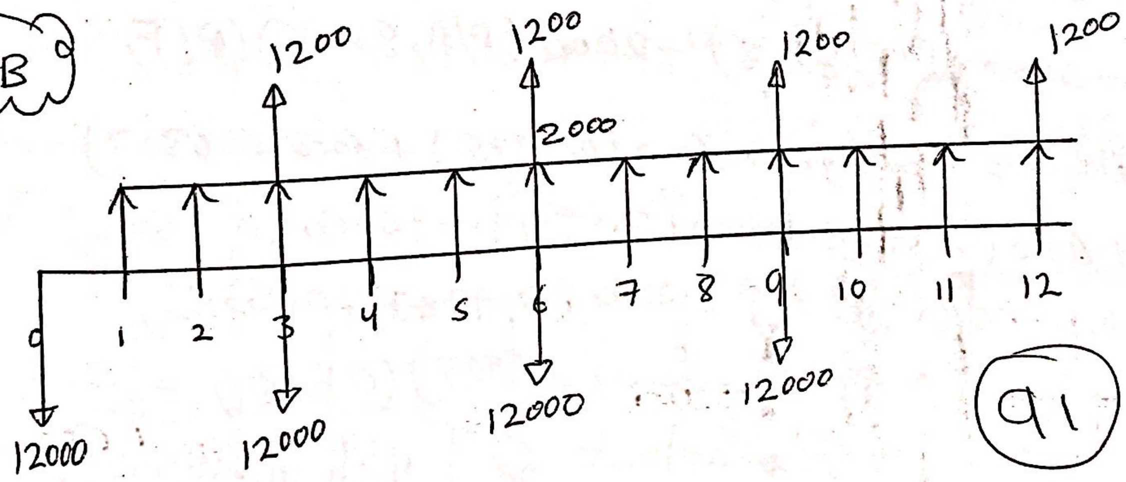
← "1200" هي Annual income "ومن المعتاد عليه أن تبدأ من السنة على امتداد الزمن بأكمله ، لأنه لم يحدد لها بداية

← "2000" هي Income "كل ٣ سنوات" بالنسبة للزمن الأصلي ، وما دام أصبح الزمن (12) ، فإنها تكرر كل ٣ سنوات يعني عند [3 ، 7 ، 11] .

← "1700" هي "Annual cost" ، تبدأ من السنة الثانية من الفترة الأصلية وما دام أصبح الزمن (12) سنة اذا تبدأ من عند السنة الثانية من كل فترة -- يعني عند [2 ، 6 ، 10] .

← "1600" هي "Salvage value" تكون عند نهاية الفترة الزمنية وما دام الزمن أصبح (12) سنة ، اذاً ستكرر عند كل سنة [4 ، 8 ، 12] .

Alt B

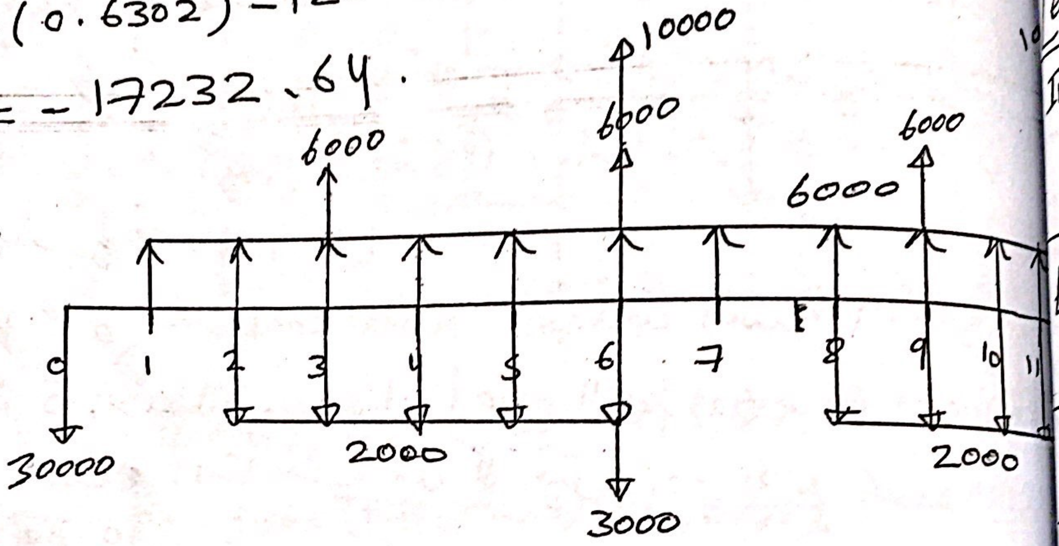


$PW_B = -12000 + 2000(P/A, 12, 8\%) + 1200(P/F, 8\%, 3) + 1200(P/F, 8\%, 6) + 1200(P/F, 8\%, 9) + 1200(P/F, 8\%, 12) - 12000(P/F, 8\%, 3) - 12000(P/F, 8\%, 6) - 12000(P/F, 8\%, 9)$

$PW_B = -12000 + 2000(7.5361) + 1200(0.7938) + 1200(0.630 + 1200(0.5002) + 1200(0.3971) - 12000(0.7938) - 12000(0.6302) - 12000(0.5002)$

$PW_B = -17232.64.$

Alt C :



$PW_C = -30000 + 6000(P/F, 3, 8\%) + 6000(P/F, 6, 8\%) + 6000(P/F,$ 8 $) + 6000(P/F, 12, 8\%) + 6000(P/A, 8\%, 12) + 10000(P/F, 8\%, 6) + 10000(P/F, 8\%, 12) - 2000(P/A, 8\%, 5)(P/F, 8\%, 1) - 3000(P/F, 8\%, 6) - 2000(P/A, 8\%, 5)(P/F, 8\%, 7)$

$PW_C = -30{,}000 + 6000(0.7938) + 6000(0.6302) + 6000(0.50$ $+ 6000(0.3971) + 6000(7.5361) + 10000(0.6302) + 10000(0.3971) - 2000(3.9927)(0.5835) - 3000(0.6302) - 2000(3.9927)(0.5835) = 28207.8$

So, Select C [High investment]

Ex :

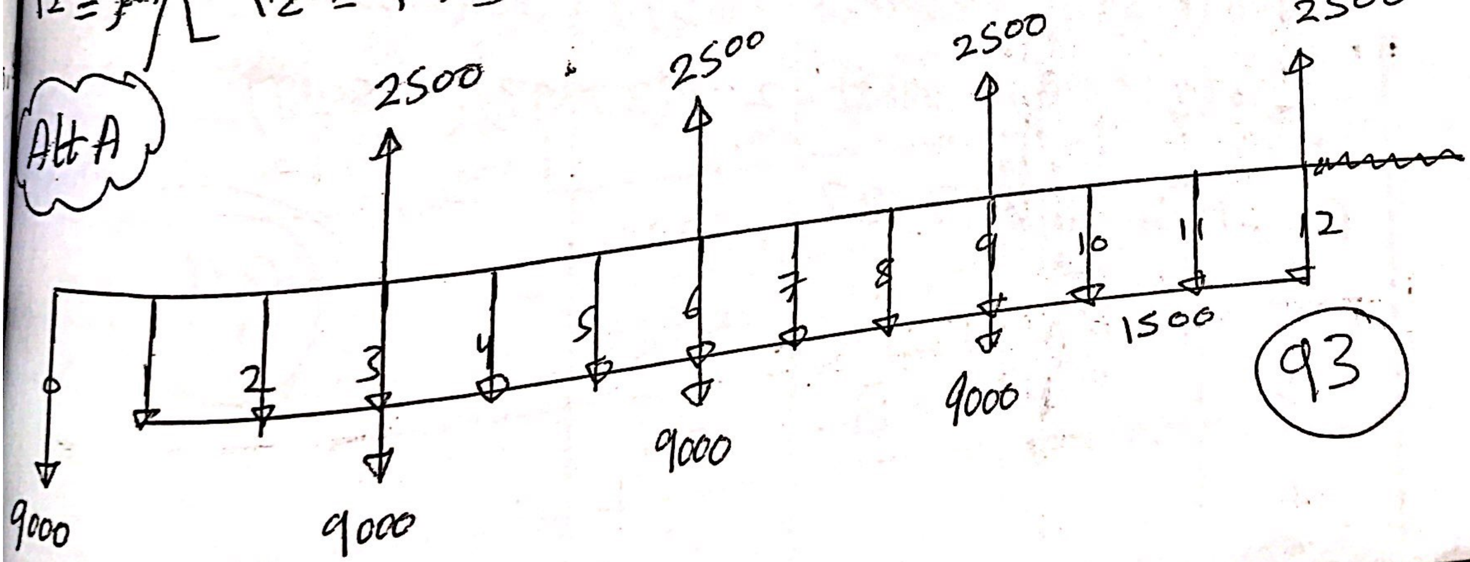
	Alt 1	Alt 2	Alt 3
Initial cost	9000	18000	6000
Operating cost	1500	–	–
Maintenance cost [Started from the end of 3rd year]	–	2000	–
Income [end of 2nd year]	–	–	1700
Extra cost [every 3 year]	–	1000	2000
Salvage value	2500	3500	1500
n	3	6	4

$i = 9\%$

Which one as the best Alternative?

← هنا يجب توحيد الأعمار ضمن قاعدة المضاعف المشترك الأصغر

← يعني [12 = 3 × 4 ، 12 = 2 × 6 ، 12 = 4 × 3] / العمر = 12

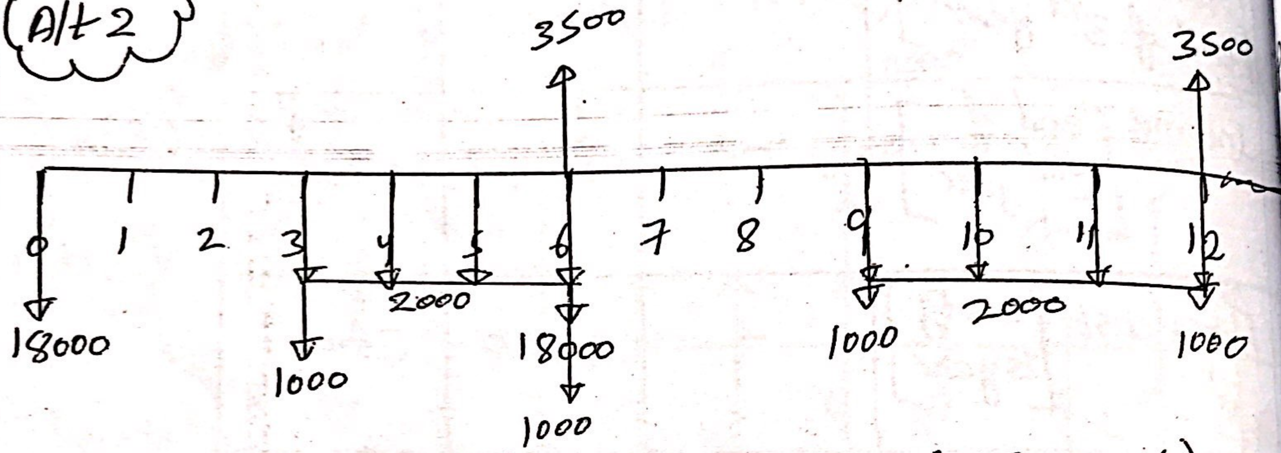


Solution:

$PW(1) = -9000 + 2500(P/F, 3, 9\%) + 2500(P/F, 9\%, 6)$
$+ 2500(P/F, 9\%, 9) + 2500(P/F, 9\%, 12) - 9000(P/F, 9\%, 3)$
$- 9000(P/F, 9\%, 6) - 9000(P/F, 9\%, 9) - 1500(P/A, 9\%, 12)$

$PW(1) = -30740.15$

Alt 2

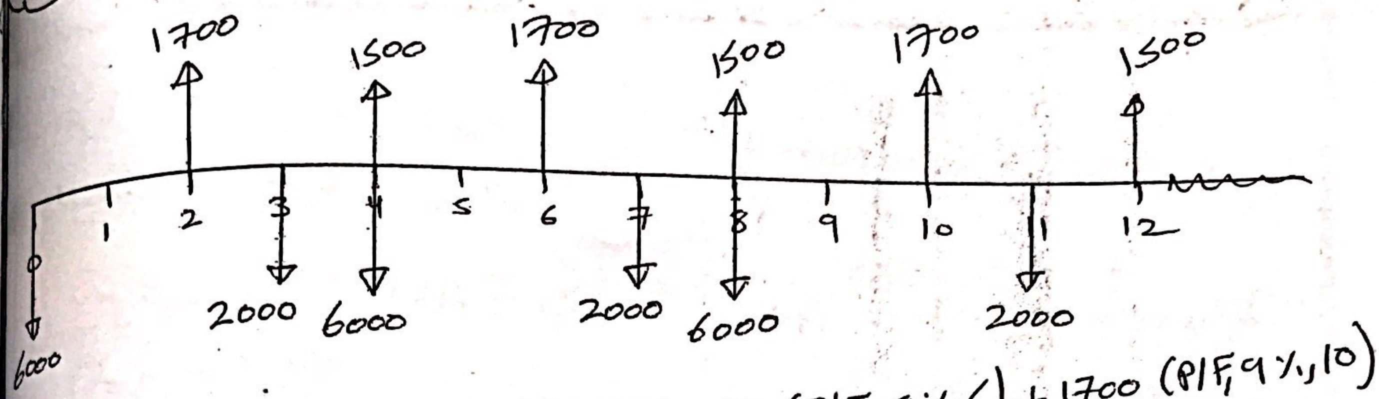


$PW(2) = -18000 - 1000(P/F, 9\%, 3) - 1000(P/F, 9\%, 6)$
$-1000(P/F, 9\%, 9) - 1000(P/F, 9\%, 12) + 3500(P/F, 6, 9\%)$
$+ 3500(P/F, 12, 9\%) - 18000(P/F, 9\%, 6) - 2000(P/A, 9\%, 4)$
$(P/F, 9\%, 2) - 2000(P/A, 9\%, 4)(P/F, 8\%, 8)$

$PW(2) = -18000 - 1000(0.7722) - 1000(0.5963) - 1000(0.460$
$-1000(0.3555) + 3500(0.5963) + 3500(0.3555) - 18000(0.596$
$-2000(3.2397)(0.8417) - 2000(3.2397)(0.5019)$

$PW(2) = -36292.22$

Alt 3 :



$PW(3) = -6000 + 1700(P/F,9\%,2) + 1700(P/F,9\%,6) + 1700(P/F,9\%,10)$
$+ 1500(P/F,9\%,4) + 1500(P/F,9\%,8) + 1500(P/F,9\%,12)$
$- 2000(P/F,9\%,3) - 2000(P/F,9\%,7) - 2000(P/F,9\%,11)$
$- 6000(P/F,9\%,4) - 6000(P/F,9\%,8)$

$PW(3) = -11163.82$

So, Select "3" [أقل تكلفة] [أقل قيمة سالبة مطلقة]

Ex:

	Alt A	Alt B	Alt C
Initial cost	3500	7600	4200
Operating cost	1200	1400	1000
Income every "4 year"	2000	3000	1500
Annual income [start at 3rd year]	—	700	2000
Extra cost	1000	—	1400
Salvage value	1500	1600	—
n	7	8	∞

$i = 6\%$

95

Which one as the best Alternative By using AW?

Solution:

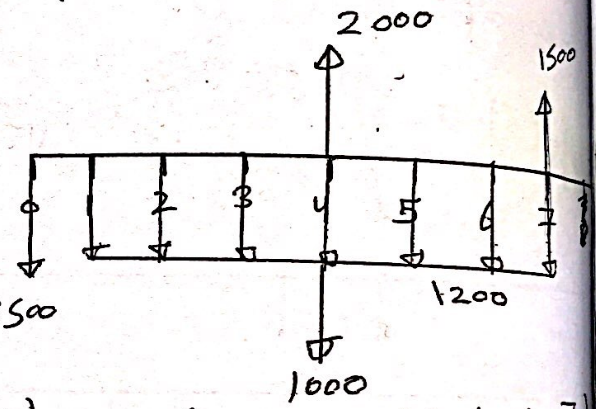
هنا الأعمار ليست موحدة ، وما دام طالب استخدام "AW" لا يشترط توحيد العمر .

يتم حساب "AW" لكل "Alt" على حدة وفق العمر المخصص له .

لازم نحدد كم المضاعف المشترك الأصغر عشان هذا الشيء يؤثر على زمن (Δ) ويجب نذكر العلاقة التالية ($P = \frac{A}{i}$) .

Alt A

$AW(A) = \cancel{1200}$



$$AW(A) = -1200 - 3500(A/P, 6\%, 7) - 1000(P/F, 6\%, 4)(A/P, 6\%, 7)$$
$$+ 2000(P/F, 6\%, 4)(A/P, 6\%, 7) + 1500(A/F, 6\%, 7)$$

$$AW(A) = -1506.33$$

ملاحظات

يجب ايجاد "AW" لكل جزء على طول الفترة الزمنية وهي "7 سنوات"

"1200" ← جاهزة

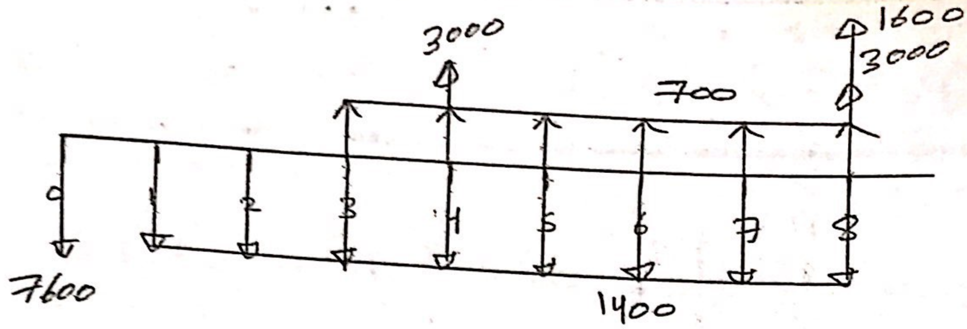
"2000" ← يتم ارجاعها لـ "P" عند "0" ثم تحويلها لـ "A" لـ "7 سنوات"

"1000" ← يتم ارجاعها لـ "P" عند "0" ثم تحويلها لـ "A" لـ "7 سنوات"

"3500" ← يتم تحويلها لـ "A" لـ "7 سنوات" لأنها "P" جاهزة .

"1500" ← يتم تحويلها منه "F" لـ "A" على طول المدة الزمنية مباشرة

A/B

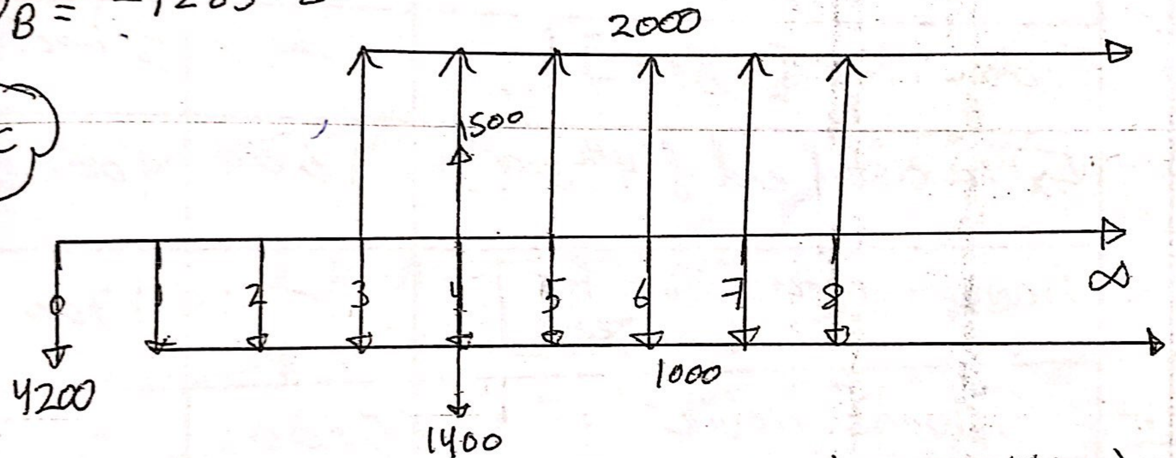


$AW_B = -7600(A/P,8,6\%) - 1400 + 3000(P/F,4,6\%)(A/P,6\%,8)$
$+3000(A/F,6\%,8) + 1600(A/F,6\%,8) + 700(F/A,6\%,6)(A/F,6\%,8)$

$AW_B = -7600(0.1610) - 1400 + 3000(0.7921)(0.161) + 3000(0.1010)$
$+1600(0.1010) + 700(6.9753)(0.1010)$

$AW_B = -1283.26$

A/C



$AW_C = -4200(0.06) - 1000 + 1500(A/F,6\%,4) + \frac{2000}{0.06}(P/F,6\%,2) * 0.06$
$-1400(A/F,6\%,4)$

$AW_C = \cancel{790.105}$ 550.86

← "4200" = من خلال قانون " $P = \frac{A}{i}$ " ، يعني $A = P * i$

← "1000" = جاهزة

← "1400" = يتم تحويلها لـ "A" عند "0" فقط ولا يمكن ايجاد الـ A على طول الزمن لأنه الزمن = "∞"

← "1500" = يتم تحويلها لـ "A" عند "0" فقط ولا يمكنه ايجاد الـ A على طول الزمن لأنه الزمن = "∞"

97

" → نحولها من " A " الى " P " من خلال القانون " $P = \frac{A}{i}$ "

فبذلك نحصل على " P " عند السنة الثانية حسب مفهوم " A "

ومن ثم من السنة الثانية نرجعها لـ (P) عند (0) ثم نضرب

الـ $P * i$ فنحصل على A .

Ex $i = 5\%$, Which one as the best Alternative using CWA

	Alt A	Alt B	Alt C
Initial cost	17000	25000	13000
operating cost [start at 3rd year]	1500	1600	–
Income every [3 year]	–	3000	1700
Extra cost [end of 4th year]	1000	4000	–
Annual income [First for 6 years]	–	1700	1600
Salvage value	5000	–	3000
Num of years	8	∞	7

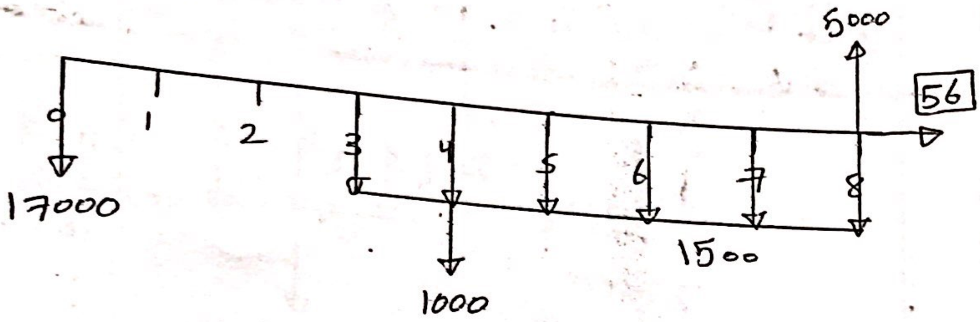
Solution:

يتم حساب " CW " لكل " Alt " على حدة ونأخذ العمر المخصص له

لازم نحدد كم المضاعف المشترك الأصغر عشان هذا الشيء

يؤثر على زمن (∞)

Alt A



$$CW_A = \frac{-17000(A/P,8,5\%)}{0.05} - \frac{1000(P/F,4,5\%)(A/P,8,5\%)}{0.05}$$

$$- \frac{1500(F/A,5\%,6)(A/F,5\%,8)}{0.05} + \frac{5000(A/F,8,5\%)}{0.05}$$

$$CW_A = \$ -66038.2$$

← ال " $CW = \frac{A}{i}$ " ، مهمتي أرجع كل شي لـ " A " ولبقسم على " i ".

← = " 1700 " عبارة عن " P " فبحولها لـ " A " على 8 سنوات وبقسمها على " i ".

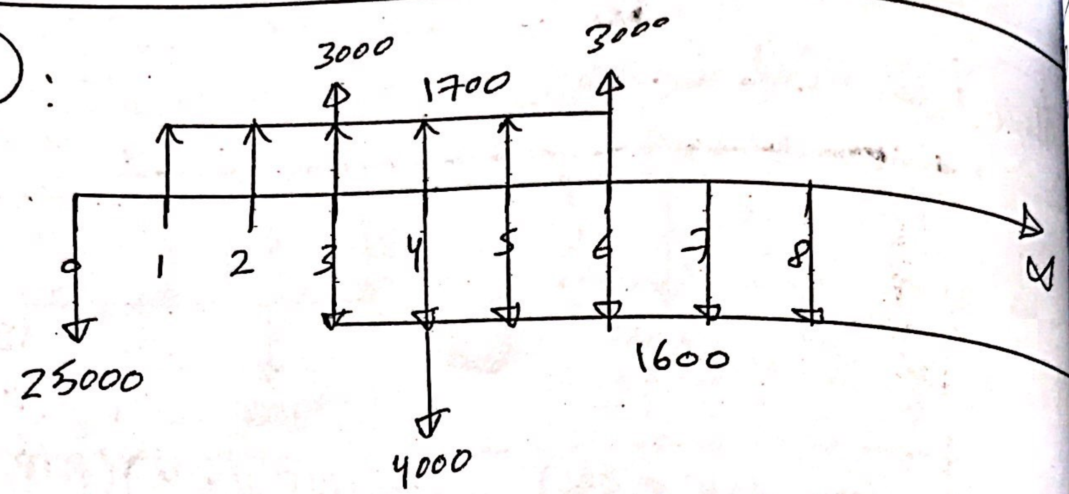
← = " 1000 " عبارة عن " F " فبحولها لـ " P " على 4 سنوات ثم بحولها لـ " A " على كل الفترة الزمنية وهي " 8 سنوات " ثم بقسمها على " i ".

← = " 1500 " هي عبارة عن " A " بس مش على كل الفترة الزمنية [8 سنوات] فلازم أحولها لـ " F " عند السنة الثامنة، بالتالي بنقلها " A " على كل الفترة الزمنية " 8 سنوات " ولبقسم على " i ".

← = " 5000 " هي " F " جاهزة على " 8 سنوات " بس بحولها لـ " A " ولبقسم على " i ".

← عند وجود رمز (∞) بنشتغل كل " Alt " على فترته.
وأيضاً نشتغل كل Alt على فترته عند تطبيق CW و AW.

Alt B :



$$CW_B = \frac{-25000\,(A/P,\infty,5\%)}{0.05} + \frac{1700\,(P/A,5\%,6)\,(A/P,\infty)}{0.05}$$

$$+ \frac{3000\,(A/F,3,5\%)}{0.05} - \frac{1600}{0.05}(P/F,5\%,2)\,\frac{(A/P,\infty,5\%)}{5\%}$$

عند تصعيد الـ CW ، نتذكر أن " $CW = \frac{A}{i}$ "

الـ "25000" حولناها للـ (A) وقسمنا على "i" ← لأنه :

(A/P ، ∞ ، مقارنة) ÷ نسبة ← $1 = \frac{(\text{نسبة}, \infty, \text{مقارنة})}{\text{نسبة}}$

"1700" بحولها لـ "P" ثم بجد "A" على زمن ∞ وبقسم على i

"3000" بحولها لـ "A" على "3 سنوات" ثم بقسم على i ، عشان نتساءل ليش ما كانت الزمن ∞ ؛ لأنه الـ "3000" أصلاً تتكرر بشكل منتظم كل ٣ سنوات.

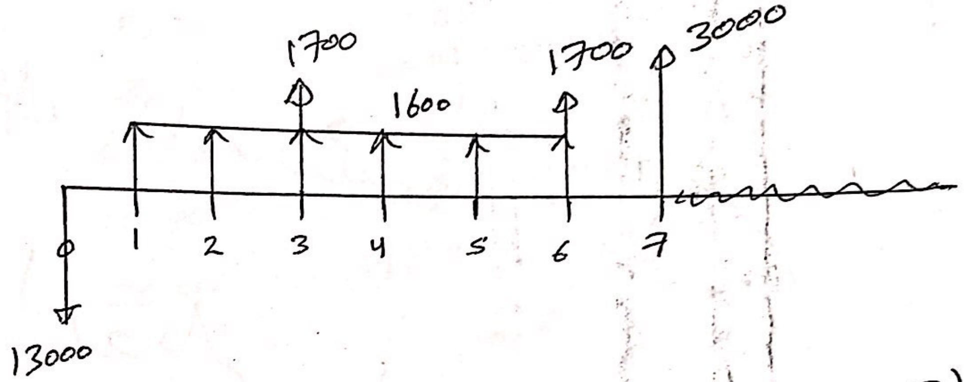
"1600" عبارة عن "A" تخالف مفهوم الـ "A" لأنها لا تبدأ من السنة الأولى لذلك نحولها لـ "P" من خلال " $P = \frac{A}{i}$ " ولما "A" بتتحول لـ "P" بترجع خطوة واحدة للوراء فقط ثم نستخدم (P/F,5%,2) عشان أرجعها "P" عند الصفر ثم بطلع "A" على زمن ∞ ثم بقسم على i .

from page =100= :-

$$CW_B = -25000 + 1700(P/A, 5\%, 6) + \frac{3000\,(A/F, 3, 5\%)}{0.05}$$

$$-\frac{1600}{0.05}(P/F, 5\%, 2) \Rightarrow \boxed{CW_B = -29654.11}$$

Alt C :



$$CW_C = -\frac{13000\,(A/P, 5\%, 7)}{0.05} + \frac{1600\,(P/A, 6, 5\%)(A/P, 5\%, 7)}{0.05}$$

$$+\frac{3000\,(A/F, 5\%, 7)}{0.05} + \frac{1700\,(P/F, 3, 5\%)(A/P, 5\%, 7)}{0.05}$$

$CW_C = -34.34$, So select c [أقل كلفة]

← "13000" : يتم تحويلها لـ "A" على طول المدة الزمنية "7" سنوات ثم نقسمها على "i".

← "1600" : نحولها لـ "P" عند الصفر، ثم نحولها لـ "A" على 7 سنوات ثم نقسمها على "i".

← "3000" : نحولها لـ "A" على زمن الـ 7 سنوات ثم نقسم على "i".

← "1700" : نرجعها لـ "P" عند الصفر منذ 3 سنوات ثم نحولها لـ "A" على 7 سنوات ونقسم على "i".

من هنا يبدأ
حل أسئلة
البروبلمز لشابتر 6

6.7 : Three mutually exclusive design alternatives are being considered. The estimated cash flows for each alternative are given next. The MARR = 20% per year, which is ~~accepted~~ accepted ?

	A	B	C
Investment cost	28000	55,000	40,000
Annual expenses	15,000	13,000	22,000
Annual revenues	23,000	28,000	32,000
Market value	6,000	8,000	10,000
Useful life	10 years	10 years	10 years
IRR	26.4%	24.7%	22.4%

Solution :

$PW_A = -28,000 + [23000 - 15000](P/A, 10, 20\%) + 6000(P/F, 10, 20\%)$

$PW_A = \$6509$

$PW_B = -55000 + [28,000 - 13,000](P/A, 10, 20\%) + 8000(P/F, 10, 20\%)$

$PW_B = \$9180$

$PW_C = -40000 + [32000 - 22000](P/A, 10, 20\%) + 10,000(P/F, 10, 20\%)$

$PW_C = \$3540$

→ Select "B", It is accepted because it has high PW.

← عندما يعطيني تم IRR ، أستطيع تطبيق "PW" حتى ولو لم يكن العمر موحّد .

٤

6-28 : Consider the following, EOY cash flows.
[one must be chosen].

	$x \leftarrow$ Lead acid	Lithium Ion $\rightarrow y$
capital investment	\$6000	\$14,000
Annual expenses	\$2500	\$2400
useful life	12 years	18 years
Market value at end of useful life	\$0	\$2800

MARR = 5% per year

لاختلاف الأعمار، ومن أجل المقارنة نستخدم AW ولا نستخدم PW .

Sol

a) $AW(x) = -6000\,(A/P, 5\%, 12) - 2500 = -\$3176.8$

$AW(y) = -14000\,(A/P, 5\%, 18) - 2400 + 2800\,(A/F, 5\%, 18)$

$= -\$3497.6$

→ Select "x", because it has less cost.

104

6.33

	Plan A	**Plan B**
First cost	\$ 50,000	\$ 90,000
life	25 years	50 years
market value	\$ 5000	—
Annual exp	\$ 1200	\$ 6000 → for the first 15 years and \$ 1000 per year for 16 years through 50.

$i = 10\%$ per year.

Using CW% to compare between two planes ?

Solution:

$$CW_A = \frac{-50{,}000\,(A/P, 25, 10\%) + 5000\,(A/F, 25, 10\%) - 1200}{0.1}$$

$$CW_A = -\$\,66590$$

$$CW_B = \frac{-90{,}000\,(A/P, 50, 10\%) - 5000\,(P/A, 10\%, 15)(A/P, 10\%, 50) - 1000}{0.1}$$

$$CW_B = -\$\,139183$$

Select A, to minimize cost.

- cost [سالب ، تحت]
- market [موجبة ، فوق]

105

⇚ لاحظ عزيزي الطالب/ة : هنا 6000 في Plan B
قسمت 5000 لأول 15 سنة و 1000 خلال
16 سنة القادمة المكملة لـ 50 ، مع تحقيق مفهوم
الـ(A) بدءاً من السنة الأولى.

3

6.34

	Sys 1	Sys 2
capital investment	100,000	150,000
Annual revenues	50,000	70,000
Annual expenses	22,000	40,000
Market value at end of useful life	20,000	0
useful life	5 years	10 years
IRR	16.5 %	15.1 %

a) Use PW to determine which sys should be selected when MARR = 8% per year ?

Sol:

$$PW(1) = -100{,}000 + [50{,}000 - 22{,}000](P/A, 8\%, 5) + 20{,}000\,(P/F, 5, 8\%)$$

$$PW(1) = -100{,}000 + 28{,}000\,(P/A, 8\%, 5) + 20{,}000\,(P/F, 5, 8\%)$$

$$PW(1) = -100{,}000 + 28{,}000\,(3.9927) + 20{,}000\,(0.6806)$$

$$PW(1) = -100{,}000 + 111795.6 + 13612$$

$$PW(1) = 25407.6$$

$$PW(2) = -150{,}000 + 30{,}000\,(P/A, 8\%, 10) =$$

$$= -150{,}000 + 30{,}000\,(6.7101) = \$\ 51303$$

106

So, Select 2.

~~b) Which system should be selected when MARR = 15% per year~~

~~AW(1) = -100,000 (A/P, 5, 15%) + 28,000~~

~~= -100,000 (0.2983) + 28,000 = -29830 + 28,000 = -1830~~

~~AW(2) = -150,000 (A/P, 10, 15%) + 30,000~~

~~(0.1993) + 30,000~~

105

6.35

	Boiler A	Boiler B
Capital investment	\$ 50,000	\$ 100,000
Useful life (N)	20 years	40 years
Market value at EOY (N)	\$ 10,000	\$ 20,000
Annual operating cost	\$ 9,000	\$ 3000, increasing by \$100 per year after the first year

If the MARR = 10%, which boiler ~~ats~~ would you recommend?

Solution :

$AW(1): -50{,}000(A/P, 20, 10\%) - 9000 + 10{,}000(A/F, 10\%, 20)$

$AW(1) = \cancel{50{,}000(} \; -\$14704$

$AW(2) = -100{,}000(A/P, 40, 10\%) + 20{,}000(A/F, 40, 10\%)$

$\quad -3000 + 100(A/G, 10\%, 40)$

$AW(2) = -100{,}000(0.1023) + 20{,}000(0.0023) - 3000 + 100(9.0962)$

$AW_2 = -10230 + 46 - 3000 + 909.62 = \$-12274.38$

Select Boiler B

ملاحظة ← "100" في "Boiler B" عبارة عن increasing يعني "G" وتجيبه من G اللي هو ضمن

[Per year after the first year]

investment ← [تحت / [illegible]]

107

6.36

	A	B	C
Capital investment	\$2000	\$4200	\$7000
Annual revenues	\$3200	\$6000	\$8000
Annual costs	\$2100	\$4000	\$5100
Market value at end of the life	\$100	\$420	\$600
Years	5	10	10

Which be selected ?, If MARR = 20% per year.

Solution:

$$AW(A) = -2000(A/P, 5, 20\%) + [3200 - 2100] + 100(A/F, 5, 20\%)$$

$$AW(A) = -2000(0.3344) + 1100 + 100(0.1344)$$

$$AW(A) = \$444.64$$

$$AW(B) = -4200(A/P, 10, 20\%) + [6000 - 4000] + 420(A/F, 10, 20\%)$$

$$AW(B) = -4200(0.2385) + 2000 + 420(0.0385)$$

$$AW(B) = 1014.47$$

$$AW(C) = -7000(A/P, 10, 20\%) + [8000 - 5100] + 600(A/F, 10, 20\%$$

$$AW(C) = 1253.6$$

Select "C".

108

→ Annual revenues [A ↑]

→ Annual costs [A ↓]

6.37

	D1	D2
Capital investment	\$50,000	\$120,000
Annual expenses	\$9000	\$5000
years	20	50
Market value at end "N"	\$10,000	\$20,000

خدمة دائمة

If perpetual service from the structure is assumed, which design alternative do you recommend? The MARR = 10% per year

Solution

$$CW(D_1) = \left[\frac{-50{,}000\,(A/P,20,10\%) - 9000 + 10{,}000\,(A/F,20,10\%)}{0.1}\right]$$

$$CW(D1) = \$-147000$$

$$CW(D_2) = \left[\frac{-120{,}000\,(A/P,20,10\%) - 5000 + 20{,}000\,(A/F,20,10\%)}{0.1}\right]$$

$$CW(D_2) = \$-170900$$

Select D_1 to minimize cost

perpetual service $\xrightarrow{\text{مؤشر}}$ $\boxed{CW}$ علاقة طردية

109

6.41

	Alt A	Alt B
Capital investment	\$20,000	\$ 38,000
Annual expenses	\$ 5500	\$ 4000
Market value at end of life.	\$ 1000	\$ 4200
Useful life	5 years	10 years.

a) Which environmental protection equipment alternative should be selected? The MARR = 20% per year.

Solution:-

$AW(A) = -20,000\,(A/P,5,20\%) - 5500 + 1000\,(A/F,5,20\%)$

$AW(A) = -12053.6$

$AW(B) = -38,000\,(A/P,10,20\%) - 4000 + 4200\,(A/F,10,20\%)$

$AW(B) = -\$12901.30$

So, select "A"

b) Assume the study period is shortened to five years. The market value of Alt B after five years, is estimated to be \$15,000, which Alt would you recommend?

A	B
\$20,000	\$38,000
\$5500	\$4000
\$1000	\$15,000
5 years	5 years

Solution

$AW(A) = -12053.6$

$AW(B) = -38,000\,(A/P,20\%,5) - 4000 + 15,000\,(A/F,20\%,5)$

$AW(B) = \$ -14691.20$

So, select A

110

6.47 : Use CW method to determine which mutually exclusive bridge design (L or H) to recommend, based on the data, the MARR is 15% per year?

	L	H
Capital investment	\$274,000	\$326,000
Annual expenses	\$10,000	\$8000
Periodic upgrade cost	\$50,000 [every six years]	\$42,000 [every seventh years]
market value	0	0
Years	83	92

Solution:

$$CW_L = \left[\frac{-274{,}000\,(A/P, 83, 15\%) - 10{,}000 - 50{,}000\,(A/F, 6, 15\%)}{0.15} \right]$$

$CWL = -\$\,378733$

$$CW_H = \left[\frac{-326{,}000\,(A/P, 92, 15\%) - 8000 - 42000\,(A/F, 7, 15\%)}{0.15} \right]$$

$CW_H = \$ -404645$

→ Select (L) → To minimize cost

9

111

6-77

	Alt A	Alt B	Alt C
Capital investment	\$ 11,000	\$ 16,000	\$ 13,000
Annual revenues	\$ 4000	\$ 6000	\$ 5540
Annual costs	\$ 250	\$ 500	\$ 400
Market value at EOY_3	\$ 5000	\$ 6150	\$ 2800
PW(15%)	850	???	577

Note: The study period is 3 years

→ Complete the following analysis of investment alternatives MARR = 15% per year? Select the preferred alternatives

a) Do nothing b) Alt A c) Alt B d) Alt C.

Solution

$$PW(15\%)_B = -16{,}000 + [6000 - 500](P/A, 15\%, 3) + 6150(P/F, 15\%, 3)$$

$PW_B(15\%) = \$601$

The answer: A, it has high PW.

6-78

Complete the following analysis of cost alternatives and select the preferred alternative. The study period is 10 years and the MARR = 12% per year.

	A	B	C	D
Capital investment	\$15,000	\$16,000	\$13,000	\$18,000
Annual costs	250	300	500	100
Market value at EOY 10	1000	1300	1750	2000
FW (12)%	-\$49975	-\$53658	?	-\$55660

a) Alt A b) Alt B c) Alt C d) Alt D

Solution:

$FW(12\%) = -13{,}000\,(F/P, 12\%, 10) - 500\,(F/A, 12\%, 10) + 1750$

$FW(12\%) = -\$47400$

Ans: C : Selee C $\longrightarrow$ to minimize cost

6-79

The Ford Motor Company is considering three mutually exclusive electronic stability control systems for protec against rollover of its automobiles. The investment per is four years, and the MARR is 12% per year.

Alt	IRR	Capital Inv	Annual receipts Less expenses	Salvage value
A	19.2%	\$12,000	\$4000	\$3000
B	18%	\$15,800	\$5200	\$3500
C	23%	\$8000	\$3000	\$1500

Which Alternative should the company select?

a) Alt A b) Alt B c) Alt C d) Do nothing

Solution:

$AW_1(12\%) = -12{,}000(A/P,12\%,4) + 4000 + 3000(A/F,12\%,4)$
$= \$677$

$AW_2(12\%) = -15{,}800(A/P,12\%,4) + 5200 + 3500(A/F,12\%,4)$
$= \$730$

$AW_3(12\%) = -8000(A/P,12\%,4) + 3000 + 1500(A/F,12\%,4)$
$= \$680$

Select B, It has high Annual worth.

6.81

For the following table, assume a MARR of 15% per year, and a useful life for each alternative of eight years which equal the study period. The rank order of alternatives from least capital investment to greatest capital investment is $Z \to Y \to W \to X$.
Complete the incremental analysis by selecting the preffered alternative.

	$Z \to Y$	$Y \to W$	$W \to X$
Δ capital investment	-\$250	-\$400	-\$550
Δ Annual cost savings	70	90	15
Δ Market value	100	50	200
Δ PW (15%)	97	20	P

a) Alt W b) Alt X c) Alt Y d) Alt Z

Solution :

$$\Delta PW(15\%)_{W \to X} = -550 + 15(P/A, 15\%, 18) + 200(P/F, 15\%, 18)$$
$$= -\$417.31 < 0$$

So, Select W ? why?

$Z \to Y$ -250
$Y \to W$ $-250 + -400 = -650$

لاحظ نقارن (Δ) يعني نعيد
(أقل تكلفة) -250
يعني نعتمد و بنوقف عند
(Y) لعدين بروح
$W \to X$
$-550 + -400$
$= -950$

نقل $W \to X$ لأنه
لتغير يمثل أعلى تكلفة
فعشان هيك وقفنا
عند W واخترناها .

115

6.82 / 6.83 / 6.84 / 6.85

؟؟ i ??

	A	B	C	D	E
Capital investment	\$60,000	\$90000	\$40000	\$30,000	\$70,0
Annual expenses	\$30,000	\$40000	\$25000	\$15,000	\$35,0
Annual revenues	\$50,000	\$52000	\$38000	\$28,000	\$45,0
Market value at EOY 10	\$10,000	\$15,000	\$10000	\$10,000	\$15,0
IRR	? 31.5%	7.4%	30.8%	42.5%	9.2

D → C → A → E - B

بدو نطلعها بس مش مطلوب منا

[بتكون معطاة]

$N = 10$ years

B C

6.82: After the base alternative has been identified, the first comparison to be made in an incremental analysis shou[ld] be which the following?

a) C→B b) A→B c) D→E d) C→D e) D→C

Ans: e

6.83: Using MARR = 15%, the PW of the investment in A when compared incrementally to B is most nearly:

a) -\$69000 b) -\$21000 c) \$20000 d) \$61000 e) \$53000

Answer:

$$\Delta PW_{A\to B} = \left[-90{,}000 - (-60000)\right] + \left[(52000-40000)-(50{,}000-30000)\right] * (P/A, 10, 15\%) + (15{,}000 - 10{,}000)(P/F, 15\%, 10)$$

$$\Delta PW_{A\to B} = -\$68914$$

So, Ans: A.

116

6.85 : Use a MARR = 15%, the prefered Alt is :

← بما انه للعينات لم لنفس العمر ، فاننا نقارن ب PW

وننتبه نقارن العينات التي لديها MAR < IRR .

لذلك نحذف B ، E .

$PW(A) = -60{,}000 + 20{,}000(P/A, 15\%, 10) + 10{,}000(P/F, 15\%, 10)$

$PW(A) = \$42848$

$PW_C(15\%) = -40{,}000 + 13{,}000(P/A, 15\%, 10) + 10{,}000(P/F, 15\%, 10)$

$= \$27716$

$PW_D = -30{,}000 + 13{,}000(P/A, 15\%, 10) + 10{,}000(P/F, 15\%, 10)$

$= \$37716$

a) Do nothing b) Alt A c) Alt B d) Alt C

e) Alt D f) Alt E.

Solution

Select b : Alt A

6.86

Consider the mutually exclusive alternatives given in the table below. The MARR = 10% per ye

	X	Y	Z
capital investment	\$500,000	\$250,000	\$400,000
Uniform annual saving	\$131900	\$40690	\$44050
Useful life	5	10	20

Solution :

$AW(x) = -500{,}000\,(A/P, 5, 10\%) + 131900 = 0$

$AW(y) = -250{,}000\,(A/P, 10, 10\%) + 40690 = \$15$

$AW(z) = -400{,}000\,(A/P, 20, 10\%) + 44050 = \$-2950$

a) Alt X b) Alt y c) Alt Z d) Do nothing

Ans : y → c → It has highest Annual worth

Ch. 7

Depreciation استهلاك

← أي منتج نفقد منه قيمته بمرور الزمن إلى حين نهاية العمر الإفتراضي حيث تصبح قيمتها هي = Salvage value".

← أيضاً مع مرور الزمن يؤثر على قيمة الممتلكات حتى وإن لم تستهلك

Notes

Depreciation cost is evaluated yearly.

1. Depreciation cost.
2. Book value = B.V = which equal to the initial cost.
3. We must evaluate the investment cost.

So, How to evaluate the depreciation cost

(A) Straight line Depreciation طريقة الخط المستقيم

Ex: Purchase cost = 34,000 , n = 5 , Investment rate = 10%
Salvage value = 4000

← خطوات الحل :

① نقوم بحساب Depreciation :

$$\text{Depreciation} = \frac{\text{Purchase cost} - \text{Salvage value}}{n}$$

② نقوم بتصميم جدول مكون من ما يلي :

Year	Dep	Uncoverable B.V	Investment cost interest	Ownership cost

ملاحظة : الـ B.V عند السنة الأخيرة دوماً تمثل الـ S.V

Solution

$D = \frac{34{,}000 - 4000}{5} \rightarrow D = 6000$

قيمة الـ Depreciation ثابتة لكل المشروع ، لكن لا توجد عند "٠"

Year	(1) Dep	(2) B.V	(3) Inv.cost interest	(4) ownership cost
0	—	34000	—	—
1	6000	28000	34000	9400
2	6000	22000	2800	8800
3	6000	16000	2200	8200
4	6000	10000	1600	7600
5	6000	4000	1000	7000

ثابتة لكل المشروع

→ col (2) → At (0) → B.V = Investment

→ col (2) → At (1) → B.V = 34000 − 6000 = 28000

→ col (2) → At (2) → B.V = 28000 − 6000 = 22000

→ col (2) → At (3) → B.V = 22000 − 6000 = 16000

→ col (2) → At (4) → B.V = 16000 − 6000 = 10000

→ col (2) → At (5) → B.V = 10000 − 6000 = 4000

→ col (3) → At (3) → Inv cost int = 22000 * $\underset{i}{\underset{\sim}{0.1}}$ = 2200

Ownership cost = Dep + Inv cost

Method 2 :

(B) Sum of years digits "SOYD" مجموع أرقام السنوات.

→ Realistic Depreciation

→ The Depreciation decrease with years such that it start at high value at starting and decrease in the last year which have the minimum value.

Ex : Initial value = 34000
Salvage value = 4000

n	1	2	3	4	5
عدد الأعوام	5	4	3	2	1

Solution :

* Total sum of units = 5+4+3+2+1 = 15

* $Dep = \frac{34000-4000}{15} = 2000$,

* year (1) = 2000 * 5 = 10,000
* year (2) = 2000 * 4 = 8000
* year (3) = 2000 * 3 = 6000
* year (4) = 2000 * 2 = 4000
* year (5) = 2000 * 1 = 2000

$$\boxed{\text{B.V of year} = \text{Dep} * \text{عدد الأعوام عند السنة المذكورة}}$$ → Method (2)

قوانين يسهل تطبيقها

SL method

$$BV_K = B - d_K^*$$

BV_K = Book value at end of year "K".

B : Cost Basis

d_K^* : Comulative depreciation through year k

$\hookrightarrow d_K^* = K * d_K$

d_K : Annual depreciation deduction in year k.

Ex : A laser surgical tool has a cost basis of \$ 200,000 and five year deprecable life. The estimated SV of the Laser is 20000 at the end of five year. Determine the annual depreciation amount using SL method?

Dep

$$d_K = \frac{200000 - 20000}{5}$$

$$d_K = 36000$$

Solution

EOY	d_K	BV_K
0	0	200000
1	36 000	164 000
2	36000	128000
3	36000	92000
4	36000	56000
5	36000	20000

We must find d_K^* every year to find B.V every year:

$d_K^* = \text{year} * d_K$

$BV_K \text{ (end)} = \text{cost Basis} - d_K^*$

شرح

← مادام ذكر قيمة : Salvage Value "عند نهاية السنة الخامسة

معناها نفس قيمة B.V عند آخر السنة

← نصمم الجدول على نهاية السنوات.

- At (0) → $d_k = 0$ [دومًا] → $BV_0 = Inv = 200000$
- At (1) → $d_k = \underline{36000}$ → $BV_1 = \underline{\text{cost Basis} - d_k^*}$

cost Basis = 200000

$d_k^* = 1 * 36000 = 36000$

→ $BV_1 = 200000 - 36000$

$BV_1 = \underline{164\,000}$

- At (2) → $d_k = 36000$ → $BV_2 = \text{cost Basis} - d_k^*$

cost Basis = 200000

$d_k^* = 2 * 36000 = 72000$

$BV_2 = 200000 - 72000$

$BV_2 = \underline{128000}$

- At (3) → $d_k = 36000$ → $BV_3 = \text{cost Basis} - d_k^*$

cost Basis = 200000

$d_k^* = 3 * 36000 = 108000$

$BV_3 = \underline{92000}$

Declining Balance (DB) method

$d_k = B(1-R)^{k-1} \cdot R$, d_k = Depreciation

$BV_x = B(1-R)^k$, k = year [المراد الحل عندها]

B : Cost Basis   N : Num of years.

$R = \frac{2}{N}$ if 200 % DB method

$R = \frac{1.5}{N}$ if 150 % DB method

123

Scanned with CamScanner

نطبق الطريقة المسبقة ، عندما يصرح بذكرها في السؤال

دون تحديد سواء [200%] أو [150 %] .

Ex : A new electric saw for cutting small piece of lumber in a furniture manufacturing plant has a cost basis $4000 and a 10 year depreciable life. The estimated SV of the saw is zero at the end of 10 years. Use the DB method to calculate the annual depreciation amounts when $R = 2/N$ (200 % DB me... ?

Solution:

Cost Basis = 4000

$N = 10$

$SV = 0$

$R = \frac{2}{10} \Rightarrow R = 0.2$

$\boxed{\text{شرح بالخلف}}$

124

EoY	d_K	BV_K
0	—	4000
1	800	3200
2	640	2560
3	512	2048
4	409.6	1638.4
5	327.68	1310.72
6	262.14	1048.58
7	209.72	838.86
8	167.77	671.09
9	134.22	536.87
10	107.37	429.5

ما دام ذكر الـ SV لنهاية السنة العاشرة ، اذا الجدول بكونه (EOY) ،

$$dK \xrightarrow{\text{قانونه}} B(1-R)^{K-1} \cdot R$$

$$B.V \xrightarrow{\text{قانونه}} BV_K = B(1-R)^{K}$$

$\Rightarrow$ At year (1) : $d_1 = 4000(1-0.2)^{\cancel{k}-1} \cdot 0.2$

$d_1 = 800$

$BV_1 = 4000(1-0.2)^{1} = 3200$

$R = \frac{2}{N}$

$R = \frac{2}{10}$

$R = 0.2$

وبطبق نفس الشي عند كل سنة .

Method 3 : "Declaying Balance"

= "Double Declaying Balance"

$\Rightarrow$ In Delaying Balance each unit is counted from the Book value also, it know as 150%.

$\Rightarrow \frac{1.5}{n}$ of the Book value.

$\Rightarrow$ In Double declaying is known as 200% $\rightarrow \frac{2}{n}$ of the Book value.

Ex : A new electric saw for cutting small pieces of lumber in a furniture manufacturing plant has a cost basis $4000 and 10 year depreciable life. The estimated SV of the saw is zero at the end of "10" years, Use DB method to calculate the annual depreciation amounts when [$R = 2/N$ (200% DB method)].

Year	BOY (B.V)	200% DB	SL (DB)	Dep amount
1	4000 $\xrightarrow{0.2}$	800	400	800
2	3200 $\xrightarrow{0.2}$	640	355.56	640
3	2560 $\xrightarrow{0.2}$	512	320	512
4	2048 →	409.6	292.57	409.6
5	1638.4 →	327.68	273.07	327.68
6	1310.72 →	262.144	262.14	262.14
7	1048.58 →	209.72 <	262.14	262.14
8	786.44	167.77	< 262.14	262.14
9	524.30	134.22	< 262.14	262.14
10	262.16	107.37	< ~~262~~.14	262.14

تعالي

126

الجدول معطى / $\left[R = \frac{2}{N}\right]$ ← ذكر استخدام الـ "DB" وحدد

→ year(1) → BOY(BV) = 4000 = cost Basis

→ year(1) → 200% DB = 4000 * 0.2 = 800

$SL(1) = \frac{4000 - 0}{10} = 400$

→ Dep amount : أعلى Dep سواء 200% DB أو SL DB

→ year (2) : BOY(BV) = 4000 − 800 = 3200

year(2) = 200% DB = 3200 * 0.2 = 640

$SL(2) = \frac{3200 - 0}{9} = 355.56$

→ Dep amount = أعلى Dep سواء 200% DB أو SL DB

→ year(3) = BOY (BV) = 3200 − 640 = 2560

→ year(3) = 200% DB = 2560 * 0.2 = 512

$SL(3) = \frac{2560 - 0}{8} = 320$

Dep amount = أعلى Dep سواء 200% DB أو SL DB

→ year(4) = BOY (BV) = 2560 − 512 = 2048

year(4) = 200% DB = 2048 * 0.2 = 409.6

$SL(4) = \frac{2048 - 0}{7} = 292.57$

Dep amount = أعلى Dep سواء 200% DB أو SL DB

127

year(5) = BOY(BV) = 2048 − 409.6 = 1638.4

year(5) = 1638.4 * 0.2 = 327.68

$$SL(5) = \frac{1638.4 - 0}{6} = 273.07$$

Dep amount = 200%DB أو SL DB أعلى قيمة سواء

year(6) = BOY(BV) = 1638.4 − 327.68 = 1310.72

year(6) = 1310.72 * 0.2 = 262.144

$$SL(6) = \frac{1310.72}{5} = 262.144$$

Dep amount = 200%DB أو SL DB أعلى قيمة سواء

→ year(7) = BOY(BV) = 1310.72 − 262.144
= 1048.576

→ year(7) = 1048.576 * 0.2 = 209.72

$$SL(7) = \frac{1048.576 - 0}{4} = 262.144$$

Dep amount = 200%DB أو SL DB أعلى قيمة سواء

• لاحظ: عند السنة السادسة، قيمة 200%DB تساوي قيمة SL(DB) وتسمى هذه الحالة بـ (switch) ، لذلك من المؤكد بعد هذه السنة، قيمة SL(DB) تبقى ثابتة لنفس قيمة السنة السادسة، لذلك تصبح قيمة B.V بعد أن نخطو سنة من بعد السنة السادسة، يعني قيمة B.V بدءاً من السنة الثامنة تصبح

[قيمة B.V عند السنة السابقة − SL(DB) عند السنة السابقة]

، ونفس الشيء كل سنة الـ (10).

Ex : A piece of equipment used in a business has a basis of \$50,000 and is expected to have a \$10,000 SV when replaced after 30,000 hours of use. Find its ~~when replaced~~ depreciation rate per hour of use, and find B.V after 10000 hours of operation?

Solution:

Cost Basis = 50000

SV = 10000

N = 30 000 (Num of hours)

$$\text{So, Dep} = \frac{\text{Cost Basis} - SV}{N} = \frac{50000 - 10000}{30000}$$

$$\text{Dep} = \$1.33 \text{ per hour.}$$

$$\text{So, B.V} = \text{Cost Basis} - d_k^{*}$$

$$d_k^{*} = \text{Year} * \text{Dep} = 1.33 * 10000 = 13300$$

$$\text{B.V} = 50000 - 13300 = \$36700$$

← اذا لم يحدد طريقة الـ Depreciation ، من العادة استخدام
طريقة الـ straight line .

Ex: What is the depreciation deduction for the seco[nd] year for an asset that costs 35000 and market value \$ 7000 at the end of 7 year [By DB 200%] ?

Solution :

$R = \frac{2}{N}$, 200%

$R = \frac{2}{7}$

$$d_2 = B(1-R)^{k-1} \cdot R$$

$$d_2 = 35000\left(1 - \frac{2}{7}\right)^{2-1} \cdot \frac{2}{7}$$

$$d_2 = 7142.86$$

n
0
1
2
3
4

Taxes

* Symbols :-
* Tax Rate = TR , for example 15 %
* Taxable Income (TI) = Gross income − Expenses − Deprec[iation]
  outcomes
* Tax amount = TR * TI

We have two concepts :

BTCF = Before tax cost flow diagram [Inc - out]

ATCF = After tax cost flow diagram [BTCF - ta[x]]

Ex : Initial cost = 60000
SV = 20000
Annual income = 18000
Operating + maintenance cost = 5000
n = 5 years , T.R = 10%
SL - Depreciation. , Find CFAT ?

ع لازم نفهم الجدول

n	(1) Gross inc	(2) Expenses	(3) CFBT	(4) Dep	(5) Tax inc	(6) Taxes 10%	(7) CFAF
0	—	-60000	-60000	—	—	—	-60000
1	18000	-5000	13000	8000	5000	-500	12500
2	18000	-5000	13000	8000	5000	-500	12500
3	18000	-5000	13000	8000	5000	-500	12500
4	18000	-5000	13000	8000	5000	-500	12500
5	18000	-5000	13000	8000	5000	-500	12500

Ex : Initial cost = Expenses at (0).
Ann income = A (Gross) from year(1)
oper + main cost = A (exp) from year (1)

$$Dep = \frac{60000 - 20000}{5} = 8000 \text{ yearly } [\text{ثابت}]$$

CFBT = Gross - Exp = (1) - (2)
Tax inc = CFBT - Dep = (3) - (4)
Taxes amount = TI * 10% (ثابتة, سالبة) = (5) * 10%
CFAF = CFBT - Tax inc = (3) - (5)

أسئلة سنوات فاينل

Q1: $N = 5$, $P = 20{,}000$, $S.V = 2000$

$SL = 3600$

$BV_4 = ?$

Solution:

$3600 * 4 = 14400$, $BV_4 = 20{,}000 - 14400$

$BV_4 = 5600$

Q2: $SL = 10000$, $P = 50000$

$N = 5$, $S.V$?

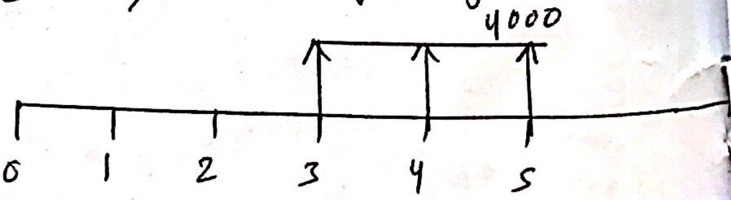
Solution

$$SL = \frac{P - S.V}{N} \Rightarrow 10000 = \frac{50000 - S.V}{5}$$

$$\rightarrow \boxed{S.V = 0}$$

Q3: The capitalized worth for aproject with n=∞, annual equal incomes for 5 years starting from the 3rd year = \$ 4000 each, i = 9 % per year?

Solution:



منير علي

$$CW = \frac{A}{i}$$

$$CW = \frac{4000\,(P/A,3,9\%)\,(P/F,2,9\%)\,\cancel{(A/P,\infty,9\%)}}{\cancel{0.09}}$$

Remember: $\frac{(\text{تعامل}, \infty, i)}{i} = 1$

14400 So, $CW = 4000\,(P/A,3,9\%)\,(P/F,2,9\%)$

$CW = 4000\,(2.5313)\,(0.8417)$

$\boxed{CW = 8522.38}$

Q_4: Double 200 %

Purchase cost = 10000

$N = 8$ years

$S = 0$

Annual Inc = 18000

Annual maintenance = 7000

a) The depreciation cost in the third year?

b) The Book value in third year (EOY)?

c) The BTCF in the third year?

Solution

a) $d_3 = B(1-R)^{k-1} \cdot R$

$d_3 = 10000\left(1 - \frac{2}{N}\right)^2 \cdot \frac{2}{N}$

$d_3 = 10000\left(1 - \frac{2}{8}\right)^2 \cdot \frac{2}{8}$

$d_3 = 1406.25$

133

b) $BV_3 = B(1-R)^K$

$= 10000\left(1-\frac{2}{N}\right)^3$

$= 10000\left(1-\frac{2}{8}\right)^3$

$= 4218.75$

c)

n	Inc	Expenses	CFBT
0	-	-10000	-10,000
1	18000	-7000	11,000
2	18000	-7000	11,000
3	18000	-7000	$\boxed{11,000}$

$\boxed{C = 11,000}$